Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!
Если вы скопируете данный файл,
Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.
Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .
Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.
Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

С. Н. ВАНКОВ

КАРМАННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ, ТЕХНИКОВ И УЧАЩИХСЯ

8 руб. 50 коп., переплет 1 руб.

СОСТАВЛЕННЫЙ ПРИ УЧАСТИИ:

С. Г. Ананьина, М. Д. Бонч-Бруевича, И. Н. Бронштейна, Н. Ф. Булаевского, А. П. Владзиевского, С. Ф. Герасимова, А. А. Глаголева, М. Е. Дойно, П. Н. Енишерлова, Н. И. Иванова, Н. В. Исаева, И. А. Корчинского, Е. И. Кубышкина, М. И. Кунегина, А. П. Левашева, А. П. Лойдиса, В. В. Масленникова, Я. А. Михайловского, В. П. Романовского, Д. Л. Рябинова, П. С. Стаева, А. Е. Тимакова, Б. И. Угримова, Н. Н. Чулицкого, Н. А. Шевченко, С. И. Шур.

Часть I

ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
НКТП — СССР

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ОБЩЕТЕХНИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1936 Ленинград

Т-39-4-5
ТКК № 67

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый читателю „Карманный технический справочник" представляет собою четвертое, заново составленное, издание моего „Полного карманного техника", вышедшего последний раз в 1916 г.

Цель настоящего справочника — дать возможность инженеру и технику получать необходимые сведения по ряду теоретических и технических дисциплин в „походно-технической" обстановке: в командировке, в специальной поездке на завод или на стройку, на совещании и т. д. Такой справочник прежде всего должен быть портативным — умещаться, если не в кармане, то хотя бы в портфеле. Поэтому в соответствии с указанной целью в справочнике главное внимание обращено на такие сведения, которые могут понадобиться именно в походной обстановке (например для быстрых ориентировочных расчетов) и совершенно не затронуты вопросы, разрешение которых возможно только в стационарных условиях (конструирование).

Выбор материала, удовлетворяющего указанному требованию, оказался весьма трудным: при составлении каждого отдела всякий раз возникал вопрос: а что именно нужно в „походной" обстановке по данной дисциплине? Практика покажет, в какой мере эта цель достигнута. Весьма желательно, чтобы пользующиеся справочником прислали свои соображения по этому поводу, указав, что по их мнению является в справочнике лишним и чего, наоборот, недостает.

Несмотря на указанный характер справочника объем его получился все же столь большим, что ряд отделов пришлось исключить совсем (авиация, рентгенография в металлургии и др.), а остальной материал разбить на две части.

В настоящем издании я взял на себя в основном только общую редакцию всего справочника. Составление же отделов (заново или на основе текста старых изданий) я поручил ряду специалистов, фамилии которых указаны на титульном листе, а также ниже, при перечислении отделов.

В первую часть вошли следующие отделы:

I. Таблицы для перевода одних мер в другие (С. Н. Ванков).
II. Математика (И. Н. Бронштейн, А. А. Глаголев).
III. Физика (А. П. Левашев).

IV. Химия (С. И. Шур).
V. Астрономия и физическая география (Н. Н. Чулицкий, А. П. Лойдис).
VI. Геодезия (М. Д. Бонч-Бруевич, Н. Ф. Булаевский, П. С. Стаев).
VII. Механика (А. Е. Тимаков).
VIII. Сопротивление материалов (Н. И. Иванов).
IX. Механические испытания металлов (П. Н. Еннишерлов).
X. Гидравлика (М. Е. Дойно).

Во вторую часть войдут отделы:

XI. Электротехника (А. П. Левашев, Б. И. Угримов).
XII. Теплотехника (В. П. Романовский).
XIII. Строительство (Н. В. Исаев, И. А. Корчинский).
XIV. Металлургия (С. Н. Ванков, В. В. Масленников, М. И. Кунегин, Д. Л. Рябинов).
XV. Литейное дело (С. Н. Ванков, С. Ф. Герасимов, Д. Л. Рябинов).
XVI. Кузнечно-штамповальное дело (Е. И. Кубышкин).
XVII. Сварка (С. Н. Ванков, В. В. Масленников, Е. И. Кубышкин).
XVIII. Холодная обработка металлов — станки (С. Г. Ананьин, А. П. Владзиевский).
XIX. Холодная обработка металлов — режущий инструмент (А. П. Владзиевский, Н. А. Шевченко).
XX. Законодательство об охране труда (Я. А. Михайловский).

Выход второй части последует в начале 1937 г. В дальнейшем предполагается, на основе этого справочника и в дополнение к нему, составить ряд других справочников — специализированных по отдельным дисциплинам и более подробных, — каждый объемом в 12 — 18 авторских листов и такого же формата, как этот (в настоящей, первой части справочника 40 авт. листов).

Все замечания по этому справочнику просьба присылать по адресу: Москва, [illegible] Гл. Редакция общетехнической литературы.

Трубчаковский пр. д. № 1.

Москва, июнь 1936 г.

С. Н. Ванков.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Отдел первый

Переводные таблицы мер

I. Системы мер и переводные коэфициенты

Стр.

1. Метрическая система 19
2. Русская система 22
3. Английская система 24
4. Американская система 24

II. Меры длины

1. Километры в версты и сажени 25
2. Версты в километры 25
3. Дюймы в миллиметры 26
4. Миллиметры в дюймы 30
5. Футы в метры 30
6. Ярды в метры 31
7. Метры в футы и ярды 31
8. Сажени, аршины, вершки в метрические меры 32
9. Метры, сантиметры, миллиметры в русские меры 33

III. Меры поверхности

10. Квадратные версты в $км^2$, и обратно 34
11. Десятины в гектары, и обратно 35
12. Квадратные сажени в $м^2$, и обратно 36
13. Квадратные аршины в $м^2$, и обратно 37
14. Квадратные футы в $м^2$, и обратно 37
15. Квадратные дюймы в $см^2$, и обратно 38

IV. Меры объема

16. Кубические сажени в $м^3$, и обратно 39
17. Кубические аршины в $м^3$, и обратно 40
18. Кубические футы в $м^3$, и обратно 41

Стр.

V. Меры емкости

19. Ведра в литры, и обратно 42

VI. Меры массы (веса)

20. Пуды в килограммы, и обратно 43
21. Метрические тонны в пуды 44
22. Фунты в килограммы, и обратно 44
23. Золотники в граммы, и обратно 45
24. Килограммы в английские фунты, и обратно . . 46

Отдел второй

Математика

I. Таблицы

1. Некоторые часто встречающиеся величины, связанные с π, g и e 48
2. Квадраты, кубы, квадратные и кубические корни, десятичные логарифмы, длины окружностей, площади кругов, обратные значения для чисел от $n=1$ до $n=1\,000$ 49
3. Четвертая и пятая степени чисел от $n=1$ до $n=100$ 74
4. Выражение углов в радианах 75
5. Элементы сегмента круга 76
6. Натуральные тригонометрические функции . . 78
7. Гиперболические функции 84
8. Натуральные логарифмы 86

II. Элементарная математика

А. Алгебра

1. Действия с относительными числами 90
2. Действия с дробями 90
3. Формулы сокращенного умножения 90
4. Действия со степенями и корнями 90
5. Дробные и отрицательные показатели 91
6. Мнимые величины 91
7. Свойства пропорций 91
8. Уравнения 92
9. Прогрессии 92
10. Логарифмы 93
11. Соединения 94
12. Бином Ньютона 94

Стр.

Б. Прямолинейная тригонометрия

1. Тригонометрические функции 95
2. Таблица значений sin, cos, tg, ctg для важнейших углов и всех четвертей 96
3. Формулы приведения для sin, cos, tg, ctg при $\varphi < 90°$ 96
4. Основные формулы тригонометрии 96
5. Тригонометрическое решение треугольников . . 97

В. Сферическая тригонометрия

1. Площади фигур 98
2. Формулы для косоугольного сферического треугольника 98
3. Формулы Непера для прямоугольного сферического треугольника 99

Г. Геометрия

1. Формулы для плоских фигур (планиметрия) . . 99
2. Формулы для пространственных фигур (стереометрия) 103

III. Высшая математика

А. Высшая алгебра

1. Детерминанты (определители) 106
2. Система уравнений 1-й степени (линейные уравнения) 107
3. Уравнения 3-й степени 108
4. Приближенное решение уравнений (способ Ньютона) 109

Б. Графики элементарных функций

1. Линейная функция 109
2. Обратная пропорциональность 110
3. Дробно-линейная функция 110
4. Квадратичная функция 110
5. Многочлен 111
6. Степенные функции 111
7. Показательная функция 112
8. Гиперболические функции 113
9. Логарифмическая функция 114
10. Обратные гиперболические функции 114
11. Тригонометрические функции 115
12. Круговые (обратные тригонометрические) функции 117

Стр.

В. Аналитическая геометрия

1. Основные формулы геометрии на плоскости . . 118
2. Прямая линия на плоскости 120
3. Окружность 123
4. Кривые 2-го порядка 123
5. Некоторые часто встречающиеся кривые . . . 125
6. Основные формулы геометрии в пространстве . 127
7. Прямая (в пространстве) и плоскость 128
8. Поверхности 2-го порядка (канонические уравнения) 128
9. Винтовая линия 132

Г. Диференциальное исчисление

1. Формулы диференцирования 133
   а) Основные правила диференцирования 133
   б) Таблица производных элементарных функций 134
   в) Производная неявной функции 135
   г) Производные высших порядков (простейшие) 135
2. Нахождение максимума и минимума 136
   а) Функции одной переменной 136
   б) Неявной функции 136
   в) Функции с двумя независимыми переменными 137
3. Ряды 137

Д. Интегральное исчисление

1. Основные правила интегрирования 139
2. Таблица неопределенных интегралов 139
   а) Рациональные функции 139
   б) Иррациональные функции 141
   в) Трансцендентные функции 142
3. Некоторые определенные интегралы 146
4. Приближенные вычисления определенных интегралов 147
5. Геометрические приложения определенного интеграла 148

Е. Векторное исчисление

1. Векторная алгебра 150
2. Векторный анализ (векторные функции скалярного переменного) 154

IV. Номография

1. Как пользоваться номограммой 155
2. Как строить номограммы 163

Стр.

А. Номограммы из выравненных точек

1. Функциональная шкала 163
2. Проективная шкала 164
3. Криволинейная шкала 165
4. Общий принцип номограммы с тремя переменными 165
5. Номограммы на параллельных шкалах 165
6. Z-номограмма 169
7. Номограмма с криволинейной шкалой 169

Б. Сетчатые номограммы

1. Общий принцип 171
2. Введение функциональных сеток 171

Отдел третий

Физика

1. Международная метрическая система 174
2. Сокращенные обозначения метрических величин 175
3. Система механических единиц 177
4. Основные физические величины 179
5. Соотношения различных единиц энергии 204
6. Основные константы 205
7. Длины волн 209
8. Длины волн характерных спектральных линий некоторых элементов 209
9. Законы лучеиспускания 210
10. Некоторые скорости движения 210
11. Приведение веса к пустоте 211
12. Удельный и абсолютный вес газов 211
13. Удельные веса жидкостей 213
14. Объемные веса твердых тел 214
15. Плотность ртути 220
16. Поправка отсчета барометра на капиллярность 220
17. Поправка отсчета барометра на температуру . 220
18. Измерение высот с помощью барометра 220
19. Составные части воздуха 223
20. Формулы для пересчета показаний различных термометров 223
21. Показатели преломления и дисперсии оптических стекол 224
22. Показатели преломления для линии D 225
23. Оптические приборы 226
24. Единицы силы источника света и освещенности 227

Стр.

25. Содержание красных, зеленых и синих лучей в различных источниках света 227
26. Капиллярная постоянная 228
27. Капиллярная постоянная для расплавленных металлов 228
28. Внутреннее трение в жидкостях и газах 229
29. Коэфициенты внутреннего трения и средняя длина свободного пути некоторых газов 230
30. Расширение газов 230
31. Уравнение состояния газа 231
32. Удельная газовая постоянная 231
33. Универсальная газовая постоянная 231
34. Уравнение ван-дер-Ваальса 232
35. Постоянные уравнения ван-дер-Ваальса 232
36. Упругость пара ртути, насыщающего пространство 232
37. Коэфициент линейного расширения 232
38. Плотности металлов при высоких температурах 234
39. Объемное расширение при комнатной температуре 234
40. Линейная усадка некоторых металлов 234
41. Температура, плотность и объем воды 235
42. Расширение газообразных тел 235
43. Превращение газов в жидкое состояние 235
44. Критические величины и некоторые другие константы 236
45. Критические температуры и давления 237
46. Тепловые свойства пара при высоких давлениях и температурах 238
47. Упругость (давление) паров металлов 239
48. Удельная теплота 239
49. Число калорий, необходимое для плавления, испарения и ожижения 241
50. Температура смесей 243
51. Охладительные смеси 243
52. Температура плавления или затвердевания различных тел под давлением 760 *мм* ртутного столба 245
53. Температура плавления солей 246
54. Температура замерзания 246
55. Температура кипения 247
56. Точки кипения металлов 247
57. Температурные постоянные 248
58. Температуры накала железа 248
59. Точки кипения некоторых простых соединений . 248
60. Теплота плавления 248
61. Теплота испарения 249
62. Растворы газов в воде 249

Стр.

63. Передача теплоты 250
64. Теплопроводность 250
65. Коэфициенты теплопередачи изолирующих материалов при низких температурах (по Греберу) . 251
66. Значение коэфициента теплопроводности для разных материалов 251
67. Таблица значений λ для воздуха и водяного пара 252
68. Коэфициенты теплопроводности изолирующих материалов 252
69. Коэфициенты теплопроводности (по Д. Лидделю) 253
70. Данные и формулы для подсчетов процессов при горении 257
71. Теплопроизводительность различных топлив . . 258
72. Теплотворная способность различных веществ . 259
73. Хрупкость (вязкость) 260
74. Текучесть 260
75. Упругость 260
76. Ковкость металлов 260
77. Относительная твердость некоторых металлов . 260
78. Тягучесть некоторых металлов 260
79. Ковкость некоторых металлов 261
80. Относительная твердость минералов 261
81. Термоэлектродвижущие силы 262
82. Диэлектрическая постоянная 263
83. Магнитные свойства тел 264

Отдел четвертый

Химия

I. Химические элементы

1. Периодическая система элементов 265
2. Важнейшие свойства элементов 266

II. Важнейшие свойства химических соединений

1. Неорганические соединения 272
2. Органические соединения 300

III. Качественные реакции

1. Реакции мокрым путем 320
2. Реакции сухим путем 324

Стр.

IV. Воздух и вода

1. Воздух 325
2. Вода 326

V. Некоторые данные о растворимости

1. Растворимость некоторых солей при комнатной температуре 330
2. Растворимость некоторых газов в воде и спирте 331

VI. Охлаждающие смеси 331

VII. Технические таблицы (удельные веса и другие данные)

1. Серная кислота 333
2. Соляная кислота 338
3. Азотная кислота 339
4. Едкое кали 341
5. Едкий натр 342
6. Аммиак 343

Отдел пятый

Астрономия и физическая география

I. Астрономия

1. Земля 344
2. Луна 345
3. Солнце 345
4. Элементы больших планет 346
5. Самые яркие звезды 347
6. Время и его измерение 348
7. Координаты главнейших городов СССР 351

II. Физическая география

1. Давление, температура и осадки в некоторых городах СССР 353
2. Число дней с туманом 355
3. Скорость ветра в некоторых городах и местностях СССР 356

Стр.

Отдел шестой

Геодезия

I. Инструменты для измерения длины 357
II. Экеры 358
III. Угломерные инструменты 358
IV. Инструменты для определения высот 363
V. Инструменты для съемки угломерной 371
VI. Инструменты для вычерчивания планов и карт . . . 373
VII. Съемка угломерная 373
VIII. Съемка угломерная 378
IX. Вычерчивание профиля 379
X. Разбивка кривых на местности 380
XI. Ускорение силы тяжести g для разных широт на уровне моря 384

Отдел седьмой

Механика

I. Статика

1. Сложение и разложение сил, сходящихся в одной точке 385
2. Сложение и разложение сил с параллельными линиями действия 387
3. Статический момент силы; пара сил и момент пары 388
4. Условия равновесия плоской системы сил . . . 389
5. Условия равновесия пространственной системы сил 390
6. Основные приемы графостатики для плоской системы сил 391
7. Условия равновесия по принципу учета работ при виртуальных (возможных) перемещениях . 394
8. Определение центра тяжести 396
9. Центры тяжести площадей 397
10. Центры тяжести тел 398
11. Теоремы Гюльдена 399
12. Трение 400

II. Кинематика

1. Скорость и ускорение 407
2. Прямолинейное движение точки 408
3. Криволинейное движение точки 408
4. Сложное движение точки 410
5. Ускорение Кориолиса 411
6. Плоское движение твердого тела 413
7. Сложение движений твердого тела 414

Стр.

III. Динамика

1. Общие положения 415
2. Принцип Даламбера 416
3. Механическая работа, живая сила, потенциал, мощность 417
4. Количество движения и импульсы силы 419
5. Движение системы 420
6. Моменты инерции некоторых тел 422
7. Маятник 424
8. Удар 425
9. Гармоническое колебательное движение 429
10. О гироскопическом эффекте 430

Отдел восьмой

Сопротивление материалов

I. Растяжение

1. Общие формулы 432
2. Допускаемые напряжения 433
3. Некоторые данные о материалах 434

II. Сжатие

1. Допускаемые напряжения в машиностроении . 435
2. Допускаемые и разрушающие напряжения для каменных материалов и кладок на сжатие . . . 435
3. Допускаемые напряжения для дерева на сжатие и смятие 436

III. Сопротивление изгибу

1. Величины I, $\frac{I}{z}$ и z для различных форм поперечного сечения 438
2. Значения изгибающего момента 443
3. Допускаемые напряжения на изгиб в машиностроении 446
4. Напряжения на изгиб, допускаемые в строительных конструкциях 446
5. Касательные напряжения 448
6. Неразрезные балки на многих опорах 449

Стр.

IV. Сопротивление срезыванию (скалыванию)

1. Допускаемые напряжения на срез в машиностроении 451
2. Допускаемые напряжения на срез в строительных конструкциях 451
3. Разрушающие напряжения на срез для дерева . 451

V. Сопротивление скручиванию

1. Допускаемые напряжения на кручение в машиностроении 452
2. Расчетные уравнения при кручении 453

VI. Продольный изгиб 454

VII. Сложное сопротивление 459

Отдел девятый

Механические испытания металлов

I. Испытание статической нагрузкой

1. Испытание на растяжение 461
2. Испытание на сжатие 465
3. Испытание на изгиб 467
4. Испытание на кручение 467
5. Испытание на сдвиг (срез) 467

II. Испытание динамической или ударной нагрузкой

1. Испытание на изгиб 468
2. Испытание на усталость 469
3. Испытание твердости материалов 470

III. Методы определения твердости

1. Испытание вдавливанием 470
2. Испытание шариком Бринелля 470

Стр.

3. Испытание на твердость методом царапания . . 475
4. Особые методы определения твердости 475
5. Маятниковый прибор Герберта 476

IV. Технологические пробы

1. Группа первая. Кузнечные пробы 480
2. Группа вторая. Испытание загибом 481
3. Группа третья. Особые пробы 481

V. Физические методы испытаний

1. Рентгеновские методы 483
2. Магнитные методы 483
3. Термические методы 483

VI. Металлографические методы

1. Методы определения макроструктуры металлов 483
2. Макроструктура металлов 491

Отдел десятый

Гидравлика

I. Общие сведения о жидкостях

1. Удельные веса жидкостей 495
2. Плотность воды при различных температурах . 495
3. Коэфициент температурного расширения воды 496
4. Абсолютный коэфициент вязкости 496
5. Кинематическая вязкость 497

II. Гидростатика

1. Гидростатическое давление 497
2. Закон Паскаля 498
3. Единичное давление для случая тяжелой покоящейся жидкости 498
4. Способы числового выражения величины гидростатического давления 499
5. Давление на площадки 499
6. Общие выражения для координат центра давления 500
7. Давление на цилиндрические поверхности . . . 500
8. Равновесие погруженного в жидкость тела . . 500

III. Гидродинамика

1. Основные понятия 501
2. Основные законы гидродинамики 502

Стр.

3. Истечение из отверстий 502
4. Истечение при переменном напоре 507
5. Истечение через насадки 507
6. Насадки для пожарных рукавов 509
7. Водосливы 510
8. Расчет отверстий открытых мостиков и безнапорных труб 516
9. Движение в трубопроводах 517
10. Формула Маннинга 518
11. Формула Дарси 520
12. Формула Лянга 520
13. Формула Биля 520
14 Формула Блязиуса 521
15. Формула Фламана 521
16. Формула Скобея 521
17. Модуль расхода 523
18. Местные потери напора 524
19. Расчет водопроводов 526
20. Равномерное движение в открытых руслах (лотках, каналах, реках) 527
21. Предельные допустимые скорости течения в зависимости от рода русла и способа его укрепления 537
22. Гидравлически наивыгоднейший профиль . . . 537
23. Гидравлический расчет канализационных труб . 538
24. Неравномерное движение в открытом русле . . 542
25. Движение грунтовых вод 544

IV. Гидравлические машины

1. Насосы 545
2. Турбины 552

Предметный указатель 556

2 Зак. 3665. С Н. Ванков.

ОТДЕЛ ПЕРВЫЙ

ПЕРЕВОДНЫЕ ТАБЛИЦЫ МЕР

I. СИСТЕМЫ МЕР И ПЕРЕВОДНЫЕ КОЭФИЦИЕНТЫ

1. Метрическая система

Сравнение с основной единицей	Обозначения		Перевод в русские меры
	русское	латинское	
Меры длины			
Основная единица—метр	*м*	*m*	0,469 сажени = 1,406 аршина = 22,498 вершка = 3,281 фута = 39,371 дюйма
1 мириаметр = 10 000 *м*	*мм*	*mm*	
1 километр = 1 000 *м*	*км*	*km*	0,937 версты = 468,69 сажени
1 гектометр = 100 *м*			
1 декаметр = 10 *м*			
1 дециметр = 0,1 *м*	*дм*	*dm*	2,250 вершка = 3,937 дюйма
1 сантиметр = 0,01 *м*	*см*	*cm*	0,468 сотки ($^1/_{100}$ сажени) = 0,225 вершка = 0,393 дюйма
1 миллиметр = 0,001 *м*	*мм*	*mm*	0,394 линии
1 микрон = 0,000001 *м* = 0,001 *мм*	μ	μ	

Продолжение

Сравнение с основной единицей	Обозначения		Перевод в русские меры
	русское	латинское	
Меры поверхности			
Основная единица — кв. метр	*м²*	*m²*	0,220 кв. сажени = 1,977 кв. аршина = 506,14 кв. вершка = 10,76 кв. фута = 1550,1 кв. дюйма
1 кв. километр = = 1 000 000 *м²*	*км²*	*km²*	0,879 кв. версты
1 кв. гектометр (гектар) = = 10 000 *м²* = 100 *а*	*га*	*ha*	0,915 десятины
1 кв. декаметр (ар) = =100 *м²*	*а*	*a*	21,967 кв. сажени
1 кв. дециметр = 0,01 *м²*	*дм²*	*dm²*	5,061 кв. вершка = 15,500 кв. дюйма
1 кв. сантиметр = 0,0001 *м²*	*см²*	*cm²*	0,050 кв. вершка
1 кв. миллиметр = 0,000001 *м²*	*мм²*	*mm²*	
Меры объема			
Основная единица — куб. метр	*м³*	*m³.*	0,103 куб. сажени = 2,78 куб. аршина = 35,167 куб. фута = 61023,8 куб. дюйма
1 куб. декаметр = 1 000 *м³*			
1 куб. дециметр (литр) = = 0,001 *м³*	*дм³*	*dm³*	11,386 куб. вершка = 61,024 куб. дюйма
1 куб. сантиметр = = 0,000001 *м³*	*см³*	*cm³*	
1 куб. миллиметр = 0,000000001 *м³* = 10^{-9} *м³*	*мм³*	*mm³*	

Продолжение

Сравнение с основной единицей	Обозначение		Перевод в русские меры
	русское	латинское	
Меры емкости (для жидких и сыпучих тел)			
Основная единица — литр = 0,001 *м³* = 1 000 *см³*	*л*	*l*	0,081 ведра = 1,301 бутылки = 0,305 гарнца
1 килолитр = 1 000 *л*	*кл*	*kl*	2,033 бочки
1 гектолитр = 100 *л*	*гл*	*hl*	8,130 ведра = 0,476 четверти = 3,811 четверика
1 декалитр = 10 *л*	*дкл*	*dkl*	0,813 ведра = 0,381 четверика = 3,049 гарнца
1 децилитр = 0,1 *л*	*дл*	*dl*	0,813 чарки ($^1/_{100}$ ведра)
1 сантилитр = 0,01 *л*	*сл*	*cl*	
1 миллилитр = 0,001 *л*	*мл*	*ml*	
1 микролитр = 0,000001 *л*	λ	λ	
Меры массы (веса)			
Основная единица — грамм	*г*	*g*	0,078 лота = 0,234 золотника = 22,505 доли
1 тонна метрическая = 1 000 *кг* = 1 000 000 *г*	*т*	*t*	61,048 пуда
1 центнер = 100 *кг* = 100 000 *г*	*ц*	*c*	6,105 пуда
1 килограмм = 1 000 *г*	*кг*	*kg*	0,061 пуда = 2,442 фунта = 78,148 лота
1 гектограмм = 100 *г*			
1 декаграмм = 10 *г*	*дкг*	*dkg*	
1 дециграмм = 0,1 *г*	*дг*	*dg*	
1 сантиграмм = 0,01 *г*	*сг*	*cg*	
1 миллиграмм = 0,001 *г*	*мг*	*mg*	0,023 доли
1 микрограмм = 0,001 *мг*	γ, *μг*	γ, *mg*	

2. Русская система

Раздробление	Перевод в метрические меры
Меры длины	
1 верста = 500 саженей	1,067 *км*
1 сажень = 3 аршина = 7 футов	2,134 *м*
1 аршин = 16 вершков	0,711 *м* = 71,120 *см*
1 вершок	4,445 *см* = 44,45 *мм*
1 фут = 12 дюймов	0,305 *м* = 30,48 *см*
1 дюйм = 10 линий	2,540 *см* = 25,4 *мм*
1 линия = 10 точек	2,54 *мм*
1 точка	0,254 *мм*
1 сотая часть сажени („сотка")	2,134 *см*
Меры поверхности	
1 кв. верста = 250 000 кв. саженей	1,138 *км*²
1 кв. сажень = 9 кв. вершков = 49 кв. футов	4,093 *м*²
1 десятина = 2 400 кв. саженей (40 × 60 или 30 × 80)	1,093 *га*
1 кв. аршин = 256 кв. вершков	0,506 *м*²
1 кв. вершок	19,758 *см*²
1 кв. фут = 144 кв. дюйма	9,290 *дм*²
1 кв. дюйм = 100 кв. линий	6,451 *см*²
1 кв. линия	6,451 *мм*²
Меры объема	
1 куб. сажень = 27 куб. аршин = 343 куб. фута	9,718 *м*³
1 куб. аршин = 4096 куб. вершков	0,360 *м*³
1 куб. вершок	87,824 *см*³
1 куб. фут = 1728 куб. дюймов	28,317 *дм*³
1 куб. дюйм = 1000 куб. линий	16,387 *см*³
1 куб. линия	16,387 *мм*³
Меры емкости (для жидкостей)	
1 бочка = 40 ведер	4,920 *гл*
1 ведро = 10 штофов = 20 бутылок = 16 бутылок винных	1,230 *дкл* = 12,299 *л*
1 штоф = 10 чарок	1,230 *л*
1 чарка	0,123 *л*
1 бутылка	0,615 *л*
1 бутылка винная	0,769 *л*
Меры емкости (для сыпучих тел)	
1 четверть = 8 четвериков	2,099 *гл*
1 четверик = 8 гарнцев	2,624 *дкл*
1 гарнец	3,280 *л*

2. Русская система

Продолжение

Раздробление	Перевод в метрические меры
Меры массы (веса)	
1 пуд = 40 фунтов	0,016 *т* = 0,164 *ц* = 16,380 *кг*
1 фунт = 32 лота	0,410 *кг* = 409,512 *г*
1 лот = 3 золотника	12,797 *г*
1 золотник = 96 долей	4,266 *г*
1 доля	44,435 *мг*

3. Английская система

Раздробление	Англ. название	Перевод в метр. меры
Меры длины		
1 англ. миля = 1760 ярдов	statute mile	1,609 *км*
1 ярд = 3 фута	yeard	0,914 *м*
1 фут = 12 дюймов [1]	foot (ft)	0,305 *м*
1 дюйм [1]	inch (in)	2,540 *см*
1 англ. морская миля = 6080 футов	nautical mile	1,853 *км*
Меры поверхности		
1 кв. англ. миля = 640 акров	square mile	259 *га*
1 акр = 4840 кв. ярдов	acre	0,405 *га*
1 кв. ярд = 9 кв. футов	square yeard	0,386 *м*²
1 кв. фут = 144 кв. дюймов [1]	square foot	9,290 *дм*²
1 кв. дюйм [1]	square inch	6,541 *см*²
Меры объема		
1 регистр. тонна = 100 куб. футов	register ton	2,83 *м*³
1 куб. ярд = 27 куб. футов	cubic yeard	0,764 *м*³
1 куб. фут = 1728 куб. дюйма [1]	cubic foot	28,317 *дм*³
1 куб. дюйм [1]	cubic inch	16,387 *см*³

[1] Англ. футы и дюймы тождественны с русскими футами и дюймами.

3. *Английская система*

Продолжение

Раздробление	Англ. название	Перевод в метр. меры
Меры емкости (для жидкостей)		
1 квартер = 64 галлона	quarter	290,94 *л*
1 галлон = 4 кварты [1])	imper. gallon	4,546 *л*
1 кварта = 2 пинты	quart	1,137 *л*
1 пинта	pint	0,568 *л*
Меры емкости (для сыпучих тел)		
1 квартер = 8 бушелей	quarter	290,94 *л*
1 бушель = 8 галлонов	bushel	36,368 *л*
Меры массы (веса)		
1 англ. тонна = 20 центнеров	ton, long ton	1,016 *т*
1 центнер = 112 фунтов	hundr. weight	50,802 *кг* = 0,508 *ц*
1 фунт = 16 торг. унций = 7000 англ. гран	pound	0,654 *кг*
1 торг. унция = 16 драхм [2])	ounce	28,349 *г*
1 драхма [2])	drachm	1,77 *г*
1 англ. гран	grain	64,799 *мг*

4. *Американская система*

В общем, в США принята английская система, но есть некоторые особенности дополнения, которые и приводятся здесь

Раздробление	Англ. название	Перевод в метр. меры
1 амер. миля = 3 морск. мили	statute mille	4,827 *км*
1 тауншип = 36 кв. миль	township	93,236 *км*²
1 (винный) галлон = 0,833 англ. галлона = 4 кварты = 8 пинт = 128 жидких унций	gallon	3,785 *л*
1 сухой галлон	"	4,4046 *л*
1 баррель керосина = 40 галлонов	barrel	1,514 *гл*
1 баррель пива = 31 галлон	barrel	1,173 *гл*
1 малая тонна = 2000 англ. фунтов	short ton	0,907 *т*

[1]) 1 галлон = 277,274 дюйма³.

[2]) Аптекарские унции и драхмы больше английских торговых, а именно:

1 апт. унция = 8 апт. драхм = 31,103 *г*
1 " драхма = 3 скрупула = 3,888 *г*
1 скрупул = 20 гран = 1,296 *г*

II. МЕРЫ ДЛИНЫ

1. *Километры в версты и сажени*

км	Версты	Сажени	*км*	Версты	Сажени	*км*	Версты	Сажени	*км*	Версты	Сажени
1	0	469	26	24	186	51	47	403	76	71	121
2	1	437	27	25	155	52	48	372	77	72	89
3	2	406	28	26	123	53	49	341	78	73	58
4	3	375	29	27	92	54	50	309	79	74	27
5	4	343	30	28	61	55	51	278	80	74	495
6	5	312	31	29	29	56	52	247	81	75	464
7	6	281	32	29	498	57	53	215	82	76	433
8	7	250	33	30	467	58	54	184	83	77	401
9	8	218	34	31	436	59	55	153	84	78	370
10	9	187	35	32	404	60	56	121	85	79	339
11	10	156	36	33	373	61	57	90	86	80	307
12	11	124	37	34	342	62	58	59	87	81	276
13	12	93	38	35	310	63	59	28	88	82	245
14	13	62	39	36	279	64	59	496	89	83	214
15	14	30	40	37	248	65	60	465	90	84	182
16	14	499	41	38	216	66	61	434	91	85	151
17	15	468	42	39	185	67	62	402	92	86	120
18	16	436	43	40	154	68	63	371	93	87	88
19	17	405	44	41	122	69	64	340	94	88	57
20	18	374	45	42	91	70	65	308	95	89	26
21	19	343	46	43	60	71	66	277	96	89	494
22	20	311	47	44	28	72	67	246	97	90	463
23	21	280	48	44	497	73	68	214	98	91	432
24	22	249	49	45	466	74	69	183	99	92	400
25	23	217	50	46	435	75	70	152	100	93	369

2. *Версты в километры*

Версты	*км*	Версты	*км*	Версты	*км*	Версты	*км*
1	1,067	6	6,401	20	21,336	70	74,675
2	2,134	7	7,468	30	32,003	80	85,342
3	3,200	8	8,534	40	42,671	90	96,010
4	4,267	9	9,601	50	53,340	100	106,678
5	5,334	10	10,668	60	64,007		

3. *Дюймы в миллиметры (через 1/16 дюйма)*

1 дюйм = 25,400 *мм* 1 миллиметр = 0,394 дюйма

Дюймы	0/0	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16	7/8	15/16	Дюймы
0	0,000	1,587	3,175	4,762	6,350	7,937	9,525	11,112	12,700	14,287	15,875	17,462	19,050	20,637	22,225	23,812	0
1	25,400	26,987	28,574	30,162	31,749	33,337	34,924	36,512	38,099	39,687	41,274	42,862	44,449	46,037	47,624	49,212	1
2	50,799	52,387	53,974	55,561	57,149	58,736	60,324	61,911	63,499	65,086	66,674	68,261	69,849	71,436	73,024	74,611	2
3	76,199	77,786	79,374	80,961	82,549	84,136	85,723	87,311	88,898	90,486	92,073	93,661	95,248	96,836	98,423	100,01	3
4	101,60	103,19	104,77	106,36	107,95	109,54	111,12	112,71	114,30	115,89	117,47	119,06	120,65	122,24	123,82	125,41	4
5	127,00	128,59	130,17	131,76	133,35	134,94	136,52	138,11	139,70	141,28	142,87	144,46	146,05	147,63	149,22	150,81	5
6	152,40	153,98	155,57	157,16	158,75	160,33	161,92	163,51	165,10	166,68	168,27	169,86	171,45	173,03	174,62	176,21	6
7	177,80	179,38	180,97	182,56	184,15	185,73	187,32	188,91	190,50	192,08	193,67	195,26	196,85	198,43	200,02	201,61	7
8	203,20	204,78	206,37	207,96	209,55	211,13	212,72	214,31	215,90	217,48	219,07	220,66	222,25	223,83	225,42	227,01	8
9	228,60	230,18	231,77	233,36	234,95	236,53	238,12	239,71	241,30	242,88	244,47	246,06	247,65	249,23	250,82	252,41	9
10	254,00	255,58	257,17	258,76	260,35	261,93	263,52	265,11	266,70	268,28	269,87	271,46	273,05	274,63	276,22	277,81	10
11	279,39	280,98	282,57	284,16	285,74	287,33	288,92	290,51	292,09	293,68	295,27	296,86	298,44	300,03	301,62	303,21	11
12	304,79	306,38	307,97	309,56	311,14	312,73	314,32	315,91	317,49	319,08	320,67	322,26	323,84	325,43	327,02	328,61	12
13	330,19	331,78	333,37	334,96	336,54	338,13	339,72	341,31	342,89	344,48	346,07	347,66	349,24	350,83	352,42	354,01	13
14	355,59	357,18	358,77	360,36	361,94	363,53	365,12	366,71	368,29	369,88	371,47	373,06	374,64	376,23	377,82	379,41	14
15	380,99	382,58	384,17	385,76	387,34	388,93	390,52	392,11	393,69	395,28	396,87	398,46	400,04	401,63	403,22	404,81	15
16	406,39	407,98	409,57	411,16	412,74	414,33	415,92	417,50	419,09	420,68	422,27	423,85	425,44	427,03	428,62	430,20	16
17	431,79	433,38	434,97	436,55	438,14	439,73	441,32	442,90	444,49	446,08	447,67	449,25	450,84	452,43	454,02	455,60	17
18	457,19	458,78	460,37	461,95	463,54	465,13	466,72	468,30	469,89	471,48	473,07	474,65	476,24	477,83	479,42	481,00	18
19	482,59	484,18	485,77	487,35	488,94	490,53	492,12	493,70	495,29	496,88	498,47	500,05	501,64	503,23	504,82	506,40	19
20	507,19	509,58	511,17	512,75	514,34	515,93	517,52	519,10	520,69	522,28	523,87	525,45	527,04	528,63	530,22	531,80	20
21	533,39	534,98	536,57	538,15	539,74	541,33	542,92	544,50	546,09	547,68	549,27	550,85	552,44	554,03	555,61	557,20	21
22	558,79	560,38	561,96	563,55	565,14	566,73	568,31	569,90	571,49	573,08	574,66	576,25	577,84	579,43	581,01	582,60	22
23	584,19	585,78	587,36	588,95	590,54	592,13	593,71	595,30	596,89	598,48	600,06	601,65	603,24	604,83	606,41	608,00	23
24	609,59	611,18	612,76	614,35	615,94	617,53	619,11	620,70	622,29	623,88	625,46	627,05	628,64	630,23	631,81	633,40	24
25	634,99	636,58	638,16	639,75	641,34	642,93	644,51	646,10	647,69	649,28	650,86	652,45	654,04	655,63	657,21	658,80	25
26	660,39	661,98	663,56	665,15	666,74	668,33	669,91	671,50	673,09	674,68	676,26	677,85	679,44	681,03	682,61	684,20	26
27	685,79	687,38	688,96	690,55	692,14	693,72	695,31	696,90	698,49	700,07	701,66	703,25	704,84	706,42	708,01	709,60	27
28	711,19	712,77	714,36	715,95	717,54	719,12	720,71	722,30	723,89	725,47	727,06	728,65	730,24	731,82	733,41	735,00	28
29	736,59	738,17	739,76	741,35	742,94	744,52	746,11	747,70	749,29	750,87	752,46	754,05	755,64	757,22	758,81	760,40	29

3. Дюймы в миллиметры (через 1/16 дюйма)

Продолжение

Дюймы	0/0	1/16	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16	7/8	15/16	Дюймы
30	761,99	763,57	765,16	766,75	768,34	769,92	771,51	773,10	774,69	776,27	777,86	779,45	781,04	782,62	784,21	785,80	30
31	787,39	788,97	790,56	792,15	793,74	795,32	796,91	798,50	800,09	801,67	803,26	804,85	806,44	808,02	809,61	811,20	31
32	812,79	814,37	815,96	817,55	819,14	820,72	822,31	823,90	825,49	827,07	828,66	830,25	831,83	833,42	835,01	836,60	32
33	838,18	839,77	841,36	842,95	844,53	846,12	847,71	849,30	850,88	852,47	854,06	855,65	857,23	858,82	860,41	862,00	33
34	863,58	865,17	866,76	868,35	869,93	871,52	873,11	874,70	876,28	877,87	879,46	881,05	882,63	884,22	885,81	887,40	34
35	888,98	890,57	892,16	893,75	895,33	896,92	898,51	900,10	901,68	903,27	904,86	906,45	908,03	909,62	911,21	912,80	35
36	914,38	915,97	917,56	919,15	920,73	922,32	923,91	925,50	927,08	928,67	930,26	931,85	933,43	935,02	936,61	938,20	36
37	939,78	941,37	942,96	944,55	946,13	947,72	949,31	950,90	952,48	954,07	955,66	957,25	958,83	960,42	962,01	963,60	37
38	965,18	966,77	968,36	969,94	971,53	973,12	974,71	976,29	977,88	979,47	981,06	982,64	984,23	985,82	987,41	989,00	38
39	990,58	992,17	993,76	995,34	996,93	998,52	1000,1	1001,7	1003,3	1004,9	1006,5	1008,0	1009,6	1011,2	1012,8	1014,4	39
40	1016,0	1017,6	1019,2	1020,7	1022,3	1023,9	1025,5	1027,1	1028,7	1030,3	1031,9	1033,4	1035,0	1036,6	1038,2	1039,8	40
41	1041,4	1043,0	1044,6	1046,1	1047,7	1049,3	1050,9	1052,5	1054,1	1055,7	1057,3	1058,8	1060,4	1062,0	1063,6	1065,2	41
42	1066,8	1068,4	1070,0	1071,5	1073,1	1074,7	1076,3	1077,9	1079,5	1081,1	1082,7	1084,2	1085,8	1087,4	1089,0	1090,6	42
43	1092,2	1093,8	1095,4	1096,9	1098,5	1100,1	1101,7	1103,3	1104,9	1106,5	1108,1	1109,6	1111,2	1112,8	1114,4	1116,0	43
44	1117,6	1119,2	1120,8	1122,3	1123,9	1125,5	1127,1	1128,7	1130,3	1131,9	1133,5	1135,0	1136,6	1138,2	1139,8	1141,4	44
45	1143,0	1144,6	1146,2	1147,7	1149,3	1150,9	1152,5	1154,1	1155,7	1157,3	1158,9	1160,4	1162,0	1163,6	1165,2	1166,8	45
46	1168,4	1170,0	1171,6	1173,1	1174,7	1176,3	1177,9	1179,5	1181,1	1182,7	1184,3	1185,8	1187,4	1189,0	1190,6	1192,2	46
47	1193,8	1195,4	1197,0	1198,5	1200,1	1201,7	1203,3	1204,9	1206,5	1208,1	1209,7	1211,2	1212,8	1214,4	1216,0	1217,6	47
48	1219,2	1220,8	1222,4	1223,9	1225,5	1227,1	1228,7	1230,3	1231,9	1233,5	1235,1	1236,6	1238,2	1239,8	1241,4	1243,0	48
49	1244,6	1246,2	1247,8	1249,3	1250,9	1252,5	1254,1	1255,7	1257,3	1258,9	1260,5	1262,0	1263,6	1265,2	1266,8	1268,4	49
50	1270,0	1271,6	1273,2	1274,7	1276,3	1277,9	1279,5	1281,1	1282,7	1284,3	1285,9	1287,4	1289,0	1290,6	1292,2	1293,8	50

Мелкие доли дюйма в мм

Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм	Доли дюйма	мм
1	25,40	1/16	1,59	1/32	0,79	17/32	13,49	1/64	0,40	17/64	6,75	33/64	13,10	49/64	19,45
3/4	12,70	3/16	4,76	3/32	2,38	19/32	15,08	3/64	1,19	19/64	7,54	35/64	13,89	51/64	20,24
1/2	6,35	5/16	7,94	5/32	3,97	21/32	16,67	5/64	1,99	21/64	8,33	37/64	14,68	53/64	21,03
1/4	19,05	7/16	11,11	7/32	5,56	23/32	18,26	7/64	2,78	23/64	9,13	39/64	15,48	55/64	21,83
1/8	3,18	9/16	14,29	9/32	7,14	25/32	19,84	9/64	3,57	25/64	9,92	41/64	16,27	57/64	22,62
3/8	9,53	11/16	17,46	11/32	8,73	27/32	21,43	11/64	4,37	27/64	10,72	43/64	17,07	59/64	23,42
5/8	15,88	13/16	20,64	13/32	10,32	29/32	23,02	13/64	5,16	29/64	11,51	45/64	17,86	61/64	24,21
7/8	22,23	15/16	23,81	15/32	11,91	31/32	24,61	15/64	5,95	31/64	12,30	47/64	18,65	63/64	25,00

4. Миллиметры в дюймы

мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы
100	3,937	10	0,394	1	0,0394	0,1	0,0039	0,01	0,0004
200	7,874	20	0,787	2	0,0787	0,2	0,0079	0,02	0,0008
300	11,811	30	1,181	3	0,1181	0,3	0,0118	0,03	0,0012
400	15,748	40	1,575	4	0,1575	0,4	0,0158	0,04	0,0016
500	19,685	50	1,969	5	0,1969	0,5	0,0197	0,05	0,0020
600	23,622	60	2,362	6	0,2362	0,6	0,0236	0,06	0,0024
700	27,559	70	2,756	7	0,2756	0,7	0,0276	0,07	0,0028
800	31,496	80	3,150	8	0,3150	0,8	0,0315	0,08	0,0032
900	35,433	90	3,543	9	0,3543	0,9	0,0354	0,09	0,0035

5. Футы в метры

Футы	м	футы	м	Футы	м	Футы	м
1	0,3048	26	7,9247	51	15,545	76	23,156
2	0,6096	27	8,2295	52	15,850	77	23,469
3	0,9144	28	8,5343	53	16,154	78	23,774
4	1,2192	29	8,8391	54	16,459	79	24,079
5	1,5240	30	9,1439	55	16,764	80	24,384
6	1,8288	31	9,4497	56	17,069	81	24,689
7	2,1336	32	9,7537	57	17,374	82	24,993
8	2,4384	33	10,058	58	17,678	83	25,298
9	2,7432	34	10,363	59	17,983	84	25,603
10	3,0480	35	10,668	60	18,288	85	25,908
11	3,3528	36	10,973	61	18,593	86	26,213
12	3,6576	37	11,278	62	18,897	87	26,517
13	3,9624	38	11,582	63	19,202	88	26,822
14	4,2672	39	11,887	64	19,507	89	27,127
15	4,5720	40	12,192	65	19,812	90	27,432
16	4,8768	41	12,497	66	20,117	91	27,737
17	5,1816	42	12,802	67	20,421	92	28,042
18	5,4864	43	13,106	68	20,726	93	28,346
19	5,7911	44	13,411	69	21,031	94	28,751
20	6,0959	45	13,716	70	21,336	95	28,956
21	6,4007	46	14,021	71	21,641	96	29,261
22	6,7055	47	14,326	72	21,945	97	29,576
23	7,0103	48	14,630	73	22,250	98	29,870
24	7,3151	49	14,935	74	22,555	99	30,175
25	7,6199	50	15,249	75	22,860	100	30,480

6. Ярды в метры

Ярды	м	Ярды	м	Ярды	м	Ярды	м
1	0,91438	11	10,05822	21	19,20205	31	28,34589
2	1,82877	12	10,97260	22	20,11643	32	29,26027
3	2,74315	13	11,88698	23	21,03082	33	30,17445
4	3,65753	14	12,80137	24	21,94520	34	31,08904
5	4,59192	15	13,71576	25	22,85959	35	32,00342
6	5,48630	16	14,63014	26	23,77397	36	32,91780
7	6,40068	17	15,54452	27	24,68835	37	33,83219
8	7,31507	18	16,45890	28	25,60274	38	34,74657
9	8,22945	19	17,37329	29	26,51712	39	35,66096
10	9,14383	20	18,28767	30	27,43150	40	36,57534

7. Метры в футы и ярды

м	Футы	Ярды	м	Футы	Ярды	м	Футы	Ярды
100	328,09	109,361	10	32,809	10,936	1	3,281	1,094
200	656,18	218,722	20	65,618	21,872	2	6,562	2,187
300	984,27	328,083	30	98,427	32,808	3	9,842	3,281
400	1312,36	437,444	40	131,236	43,374	4	13,123	4,374
500	1640,45	546,805	50	164,045	54,681	5	16,404	5,468
600	1968,54	656,166	60	196,854	65,617	6	19,685	6,561
700	2296,63	765,527	70	229,663	76,553	7	22,966	7,655
800	2624,62	874,888	80	262,462	87,489	8	26,246	8,749
900	2952,71	984,249	90	295,271	98,425	9	29,527	9,842

8. Сажени, аршины, вершки в метрические меры

Сажени	м	Аршины	м	Вершки	мм	Доли сажени	мм
1	2,134	1	0,711	1	44,45	0,1	213,4
2	4,267	2	1,422	2	88,90	0,2	426,7
3	6,401	3	2,134	3	133,35	0,3	640,1
4	8,534	4	2,845	4	177,80	0,4	853,4
5	10,668	5	3,556	5	222,25	0,5	1066,8
6	12,801	6	4,267	6	266,70	0,6	1280,1
7	14,935	7	4,978	7	311,15	0,7	1493,5
8	17,069	8	5,690	8	355,60	0,8	1706,8
9	19,202	9	6,401	9	400,05	0,9	1920,2
10	21,336	10	7,112	10	444,50	0,01	21,3
11	23,469	11	7,823	11	488,95	0,02	42,7
12	25,603	12	8,534	12	533,40	0,03	64,0
13	27,737	13	9,246	13	577,85	0,04	85,3
14	29,870	14	9,959	14	622,30	0,05	106,7
15	32,004	15	10,668	15	666,75	0,06	128,0
16	34,137	16	11,380	16	711,20	0,07	149,3
17	36,271	17	12,090	1/2	22,22	0,08	170,7
18	38,404	18	12,802	1/4	11,11	0,09	192,0
19	40,538	19	13,513	3/4	33,33	0,001	2,1
20	42,672	20	14,224	1/8	5,55	0,002	4,3
21	44,805	21	14,935	3/8	16,65	0,003	6,4
22	46,939	22	15,646	5/8	27,75	0,004	8,5
23	49,072	23	16,357	7/8	38,83	0,005	10,7
24	51,206	24	17,069	1/16	2,78	0,006	12,8
25	53,340	25	17,780	3/16	8,33	0,007	14,9
26	55,473	26	18,491	5/16	13,88	0,008	17,1
27	57,607	27	19,202	7/16	19,42	0,009	19,2
28	59,740	28	19,913	9/16	24,97		
29	61,874	29	20,625	11/16	30,52		
30	64,007	30	21,336	13/16	36,07		
				15/16	41,62		

9. Метры, сантиметры, миллиметры в русские меры

Метры	Сажени	Аршины	см	Вершки
1	0,47	1,41	1	0,225
2	0,94	2,81	2	0,450
3	1,41	4,22	3	0,675
4	1,88	5,62	4	0,900
5	2,35	7,03	5	1,125
6	2,81	8,44	6	1,350
7	3,28	9,84	7	1,575
8	3,75	11,25	8	1,800
9	4,22	12,65	9	2,025
10	4,69	14,06	10	2,250
20	9,38	28,12	20	4,500
30	14,07	42,18	30	6,749
40	18,76	56,24	40	8,999
50	23,45	70,30	50	11,249
60	28,14	84,36	60	13,499
70	32,83	98,42	70	15,749
80	37,52	112,48	80	17,998
90	42,21	126,54	90	20,248
100	46,9	140,6		
200	93,8	281,2		
300	140,7	421,8		
400	187,6	562,4		
500	234,5	703,0		
600	281,4	843,6		
700	328,3	984,2		
800	375,2	1124,8		
900	422,1	1265,4		

мм	Вершки
1	0,022
2	0,044
3	0,067
4	0,090
5	0,112
6	0,135
7	0,157
8	0,180
9	0,202

3 Зак. 3665. С. Н. Ванков.

III. МЕРЫ ПОВЕРХНОСТЕЙ

10. Квадратные версты в квадратные километры, и обратно

Кв. версты или км²	км²	Кв. версты	Кв. версты или км²	км²	Кв. версты	Кв. версты или км²	км²	Кв. версты	Кв. версты или км²	км²	Кв. версты
1	1,14	0,88	26	29,59	22,85	51	58,04	44,81	76	86,49	66,78
2	2,28	1,76	27	30,73	23,72	52	59,18	45,69	77	87,63	67,66
3	3,41	2,64	28	31,87	24,60	53	60,32	46,57	78	88,77	68,54
4	4,55	3,51	29	33,00	25,48	54	61,43	47,45	79	89,91	69,42
5	5,69	4,39	30	34,14	26,36	55	62,59	48,33	80	91,04	70,29
6	6,83	5,27	31	35,28	27,24	56	63,73	49,21	81	92,18	71,17
7	7,97	6,15	32	36,42	28,12	57	64,87	50,09	82	93,32	72,05
8	9,10	7,08	33	37,56	29,00	58	66,01	50,96	83	94,46	72,93
9	10,24	7,91	34	38,69	29,88	59	67,15	51,84	84	95,60	73,81
10	11,38	8,79	35	39,83	30,75	60	68,28	52,72	85	96,74	74,69
11	12,52	9,67	36	40,97	31,63	61	69,42	53,60	86	97,87	75,57
12	13,66	10,54	37	42,11	32,51	62	70,56	54,48	87	99,01	76,45
13	14,79	11,42	38	43,25	33,39	63	71,70	55,26	88	100,15	77,32
14	15,93	12,30	39	44,38	34,27	64	72,84	56,24	89	101,29	78,20
15	17,07	13,18	40	45,52	35,15	65	73,97	57,11	90	102,43	79,08
16	18,21	14,06	41	46,66	36,03	66	75,11	57,99	91	103,56	79,96
17	19,35	14,94	42	47,80	36,90	67	76,25	58,87	92	104,70	80,84
18	20,49	15,82	43	48,94	37,78	68	77,39	59,75	93	105,84	81,72
19	21,62	16,70	44	50,07	38,66	69	78,53	60,63	94	106,98	82,60
20	22,76	17,57	45	51,21	39,54	70	79,66	61,51	95	108,12	83,48
21	23,90	18,45	46	52,35	40,42	71	80,80	62,39	96	109,25	84,35
22	25,04	19,33	47	53,49	41,30	72	81,94	63,27	97	110,39	85,23
23	26,18	20,21	48	54,63	42,18	73	83,08	64,14	98	111,53	86,11
24	27,31	21,09	49	55,77	43,06	74	84,22	65,02	99	112,67	86,99
25	28,45	21,97	50	56,90	43,93	75	85,35	65,90	100	113,81	87,87

11. Десятины в гектары, и обратно

Десятины или га	га	Десятины	Десятины или га	га	Десятины	Десятины или га	га	Десятины
1	1,09	0,92	38	41,52	34,78	75	81,94	68,65
2	2,19	1,83	39	42,61	35,70	76	83,03	69,56
3	3,28	2,75	40	43,70	36,61	77	84,13	70,48
4	4,37	3,66	41	44,79	37,53	78	85,22	71,39
5	5,46	4,58	42	45,89	38,44	79	86,31	72,32
6	6,56	5,49	43	46,98	39,36	80	87,40	73,22
7	7,65	6,41	44	48,07	40,27	81	88,50	74,14
8	8,74	7,32	45	49,16	41,19	82	89,59	75,05
9	9,83	8,24	46	50,26	42,10	83	90,68	75,97
10	10,93	9,15	47	51,35	43,02	84	91,77	76,89
11	12,02	10,07	48	52,44	43,93	85	92,87	77,80
12	13,11	10,98	49	53,53	44,85	86	93,96	78,72
13	14,20	11,90	50	54,63	45,76	87	95,05	79,63
14	15,30	12,81	51	55,72	46,68	88	96,14	80,55
15	16,39	13,73	52	56,81	47,60	89	97,24	81,46
16	17,48	14,64	53	57,90	48,51	90	98,33	82,38
17	18,57	15,56	54	59,00	49,43	91	99,42	83,29
18	19,67	16,48	55	60,09	50,34	92	100,51	84,21
19	20,76	17,39	56	61,18	51,26	93	101,61	85,12
20	21,85	18,31	57	62,27	52,17	94	102,70	86,04
21	22,94	19,22	58	63,37	53,09	95	103,79	86,95
22	24,04	20,14	59	64,46	54,00	96	104,88	87,87
23	25,13	21,05	60	65,55	54,92	97	105,98	88,78
24	26,22	21,97	61	66,64	55,83	98	107,07	89,70
25	27,31	22,88	62	67,74	56,75	99	108,16	90,61
26	28,41	23,80	63	68,83	57,66	100	109,25	91,53
27	29,50	24,71	64	69,92	58,58	0,1	0,109	0,092
28	30,59	25,63	65	71,02	59,49	0,2	0,219	0,183
29	31,68	26,54	66	72,11	60,41	0,3	0,328	0,275
30	32,78	27,46	67	73,20	61,32	0,4	0,437	0,366
31	33,87	28,37	68	74,29	62,24	0,5	0,546	0,458
32	34,96	29,29	69	75,39	63,16	0,6	0,656	0,549
33	36,05	30,20	70	76,48	64,07	0,7	0,765	0,641
34	37,15	31,12	71	77,57	64,99	0,8	0,874	0,732
35	38,24	32,04	72	78,66	65,90	0,9	0,983	0,824
36	39,33	32,95	73	79,76	66,82			
37	40,42	33,87	74	80,85	67,73			

12. Квадратные сажени в квадратные метры, и обратно

Кв. саж. или $м^2$	$м^2$	Кв. саж.	Кв. саж. или $м^2$	$м^2$	Кв. саж.	Кв. саж. или $м^2$	$м^2$	Кв. саж.
1	4,5522	0,2197	37	168,4302	8,1280	73	332,3082	16,0363
2	9,1043	0,4394	38	172,9824	8,3477	74	336,8604	16,2560
3	13,6565	0,6590	39	177,5345	8,5673	75	341,4124	16,4757
4	18,2087	0,8787	40	182,0867	8,7870	76	345,9647	16,6953
5	22,7608	1,0984	41	186,6389	9,0067	77	350,5169	16,9150
6	27,3130	1,3181	42	191,1910	9,2264	78	355,0690	17,1347
7	31,8652	1,5377	43	195,7432	9,4460	79	359,6212	17,3544
8	36,4173	1,7574	44	200,2954	9,6657	80	364,1734	17,5740
9	40,9695	1,9771	45	204,8475	9,8854	81	368,7255	17,7937
10	45,5217	2,1968	46	209,3997	10,1051	82	373,2777	18,0134
11	50,0738	2,4164	47	213,9519	10,3248	83	377,8299	18,2331
12	54,6260	2,6361	48	218,5040	10,5444	84	382,3820	18,4527
13	59,1782	2,8558	49	223,0562	10,7641	85	386,9342	18,6724
14	63,7303	3,0755	50	227,6084	10,9838	86	391,4864	18,8921
15	68,2825	3,2951	51	232,1605	11,2035	87	396,0385	19,1118
16	72,8347	3,5148	52	236,7127	11,4231	88	400,5907	19,3315
17	77,3868	3,7345	53	241,2649	11,6428	89	405,1429	19,5511
18	81,9390	3,9542	54	245,8170	11,8625	90	409,6951	19,7708
19	86,4912	4,1738	55	250,3692	12,0822	91	414,2472	19,9905
20	91,0433	4,3935	56	254,9214	12,3018	92	418,7994	20,2102
21	95,5955	4,6132	57	259,4735	12,5215	93	423,3516	20,4298
22	100,1477	4,8329	58	264,0257	12,7412	94	427,9037	20,6495
23	104,6998	5,0525	59	268,5779	12,9609	95	432,4559	20,8695
24	109,2520	5,2722	60	273,1300	13,1805	96	437,0081	21,0889
25	113,8042	5,4919	61	277,6822	13,4002	97	441,5602	21,3085
26	118,3563	5,7116	62	282,2344	13,6199	98	446,1124	21,5282
27	122,9085	5,9312	63	286,7865	13,8396	99	450,6646	21,7479
28	127,4607	6,1509	64	291,3387	14,0592	100	455,2167	21,9676
29	132,0128	6,3706	65	295,8909	14,2789	0,1	0,4552	0,0220
30	136,5650	6,5903	66	300,4420	14,4986	0,2	0,9104	0,0440
31	141,1172	6,8099	67	304,9952	14,7183	0,3	1,3657	0,0659
32	145,6694	7,0296	68	309,5474	14,9379	0,4	1,8209	0,0879
33	150,2216	7,2493	69	314,0995	15,1576	0,5	2,2761	0,1099
34	154,7737	7,4690	70	318,6517	15,3773	0,6	2,7313	0,1318
35	159,3259	7,6866	71	323,2039	15,5970	0,7	3,1865	0,1538
36	163,8780	7,9083	72	327,7560	15,8166	0,8	3,6417	0,1758
						0,9	4,0970	0,1978

13. Квадр. аршины в квадр. метры, и обратно

Кв. арш. или $м^2$	$м^2$	Кв. арш.	Кв. арш. или $м^2$	$м^2$	Кв. арш.	Кв. арш. или $м^2$	$м^2$	Кв. арш.
1	1,98	0,506	18	35,59	9,104	35	69,20	17,703
2	3,95	1,012	19	37,56	9,610	36	71,17	18,209
3	5,93	1,518	20	39,54	10,116	37	73,15	18,714
4	7,91	2,024	21	41,52	10,622	38	75,13	19,220
5	9,89	2,530	22	43,49	11,127	39	77,10	19,726
6	11,86	3,036	23	45,47	11,633	40	79,08	20,232
7	13,84	3,542	24	47,45	12,139	41	81,06	20,738
8	15,82	4,048	25	49,43	12,645	42	83,04	21,243
9	17,79	4,552	26	51,40	13,151	43	85,01	21,749
10	19,77	5,058	27	53,38	13,656	44	86,99	22,255
11	21,75	5,563	28	55,36	14,162	45	88,97	22,761
12	23,72	6,070	29	57,33	14,668	46	90,94	23,267
13	25,70	6,575	30	59,31	15,174	47	92,92	23,772
14	27,68	7,081	31	61,29	15,680	48	94,90	24,278
15	29,66	7,587	32	63,27	16,185	49	96,88	24,784
16	31,63	8,093	33	65,24	16,691	50	98,85	25,290
17	33,61	8,598	34	67,22	17,197			

14. Квадр. футы в квадр. метры, и обратно

Кв. фут. или $м^2$	$м^2$	Кв. фут.	Кв. фут. или $м^2$	$м^2$	Кв. фут.	Кв. фут. или $м^2$	$м^2$	Кв. фут.
1	0,0929	10,7641	18	1,6722	193,7539	35	3,2515	376,7436
2	0,1858	21,5282	19	1,7651	204,5180	36	3,3444	387,5077
3	0,2787	32,2923	20	1,8580	215,2821	37	3,4374	398,2718
4	0,3716	43,0564	21	1,9509	226,0462	38	3,5203	409,0359
5	0,4645	53,8205	22	2,0438	236,8103	39	3,6132	419,8000
6	0,5574	64,5846	23	2,1367	247,5744	40	3,7161	430,5641
7	0,6503	75,3487	24	2,2296	258,3385	41	3,8090	441,3282
8	0,7432	86,1128	25	2,3225	269,1026	42	3,9019	452,0924
9	0,8361	96,8769	26	2,4154	279,8667	43	3,9948	462,8565
10	0,9290	107,6410	27	2,5083	290,6308	44	4,0877	473,6206
11	1,0219	118,4051	28	2,6012	301,3949	45	4,1806	484,3847
12	1,1148	129,1692	29	2,6941	312,1590	46	4,2735	495,1488
13	1,2077	139,9333	30	2,7870	322,9231	47	4,3664	505,9129
14	1,3006	150,6975	31	2,8799	333,6872	48	4,4593	516,6770
15	1,3935	161,4616	32	2,9728	344,4513	49	4,5522	527,4411
16	1,4864	172,2257	33	3,0657	355,2154	50	4,6451	538,2052
17	1,5793	182,9893	34	3,1586	365,9795			

15. *Квадратные дюймы в квадратные сантиметры, и обратно*

Кв. дюймы или $см^2$	$см^2$	Кв. дюймы	Кв. дюймы или $см^2$	$см^2$	Кв. дюймы	Кв. дюймы или $см^2$	$см^2$	Кв. дюймы
1	6,4515	0,1550	37	238,7049	5,7351	73	470,9583	11,3152
2	12,9030	0,3100	38	245,1564	5,8901	74	477,4098	11,4702
3	19,3545	0,4650	39	251,6079	6,0451	75	483,8613	11,6252
4	25,8059	0,6200	40	258,0594	6,2001	76	490,3128	11,7802
5	32,2574	0,7750	41	264,5109	6,3551	77	496,7643	11,9352
6	38,7089	0,9300	42	270,9623	6,5101	78	503,2158	12,0902
7	45,1604	1,0850	43	277,4138	6,6651	79	509,6673	12,2452
8	51,6119	1,2400	44	283,8653	6,8201	80	516,1187	12,4002
9	58,0634	1,3970	45	290,3168	6,9751	81	522,5702	12,5553
10	64,5148	1,5500	46	296,7683	7,1301	82	529,0217	12,7103
11	70,9663	1,7050	47	303,2198	7,2851	83	535,4732	12,8653
12	77,4178	1,8600	48	309,6712	7,4401	84	541,9247	13,0203
13	83,8693	2,0150	49	316,1227	7,5952	85	548,3762	13,1753
14	90,3208	2,1700	50	322,5742	7,7502	86	554,8276	13,3303
15	96,7723	2,3250	51	329,0257	7,9052	87	561,2791	13,4853
16	103,2237	2,4800	52	335,4772	8,0602	88	567,7306	13,6403
17	109,6752	2,6351	53	341,9287	8,2152	89	574,1821	13,7953
18	116,1267	2,7901	54	348,3801	8,3702	90	580,6336	13,9503
19	122,5782	2,9451	55	354,8316	8,5252	91	587,0851	14,1053
20	129,0297	3,1001	56	361,2831	8,6802	92	593,5365	14,2603
21	135,4812	3,2551	57	367,7346	8,8352	93	599,9880	14,4153
22	141,9327	3,4101	58	374,1861	7,8902	94	606,4395	14,5703
23	148,3841	3,5651	59	380,6376	9,1452	95	612,8910	14,7253
24	154,8356	3,7201	60	387,0891	9,3002	96	619,3425	14,8803
25	161,2871	3,8751	61	393,5405	9,4552	97	625,7940	15,0353
26	167,7386	4,0301	62	399,9920	9,6102	98	632,2454	15,1903
27	174,1901	4,1851	63	406,4435	9,7652	99	638,6969	15,3453
28	180,6416	4,3401	64	412,8950	9,9202	100	645,1484	15,5003
29	187,0930	4,4951	65	419,3465	10,0752	0,1	0,64515	0,0155
30	193,5445	4,6501	66	425,7980	10,2302	0,2	1,29030	0,0310
31	199,9960	4,8051	67	432,2494	10,3852	0,3	1,93545	0,0465
32	206,4475	4,9601	68	438,7009	10,5402	0,4	2,58059	0,0620
33	212,8990	5,1151	69	445,1524	10,6952	0,5	3,22574	0,0775
34	219,3505	5,2701	70	451,6039	10,8502	0,6	3,87089	0,0930
35	225,8019	5,4251	71	458,0554	11,0052	0,7	4,51604	0,1085
36	232,2534	5,5801	72	464,5069	11,1602	0,8	5,16119	0,1240
						0,9	5,80634	0,1397

IV. МЕРЫ ОБЪЕМА

16. *Кубические сажени в кубические метры, и обратно*

Куб. саж. или $м^3$	$м^3$	Куб. саж.	Куб. саж. или $м^3$	$м^3$	Куб. саж.	Куб. саж. или $м^3$	$м^3$	Куб. саж.
1	9,712	0,1030	37	359,359	3,8096	73	709,006	7,5162
2	19,425	0,2059	38	369,072	3,9125	74	718,719	7,6191
3	29,137	0,3089	39	378,784	4,0155	75	728,431	7,7221
4	38,850	0,4118	40	388,497	4,1184	76	738,144	7,8250
5	48,562	0,5148	41	398,209	4,2214	77	747,856	7,9280
6	58,275	0,6178	42	407,922	4,3244	78	757,569	8,0310
7	67,987	0,7207	43	417,634	4,4273	79	767,281	8,1339
8	77,699	0,8237	44	427,346	4,5303	80	776,993	8,2369
9	87,412	0,9266	45	437,059	4,6332	81	786,706	8,3398
10	97,124	1,0296	46	446,771	4,7362	82	796,418	8,4428
11	106,837	1,1326	47	456,484	4,8392	83	806,131	8,5458
12	116,549	1,2355	48	466,196	4,9421	84	815,843	8,6487
13	126,261	1,3385	49	475,908	5,0451	85	825,555	8,7517
14	135,974	1,4415	50	485,621	5,1480	86	835,268	8,8546
15	145,686	1,5444	51	495,333	5,2510	87	844,980	8,9576
16	155,399	1,6474	52	505,046	5,3540	88	854,693	9,0606
17	165,111	1,7503	53	514,758	5,4569	89	864,405	9,1635
18	174,824	1,8533	54	524,471	5,5599	90	874,118	9,2665
19	184,536	1,9563	55	534,183	5,6629	91	883,830	9,3694
20	194,248	2,0592	56	543,895	5,7658	92	893,542	9,4724
21	203,961	2,1622	57	553,608	5,8688	93	903,255	9,5754
22	213,673	2,2651	58	563,320	5,9717	94	912,967	9,6783
23	223,386	2,3681	59	573,033	6,0747	95	922,680	9,7813
24	233,098	2,4711	60	582,745	6,1777	96	932,392	9,8843
25	242,810	2,5740	61	592,457	6,2806	97	942,104	9,9872
26	252,523	2,6770	62	602,170	6,3836	98	951,817	10,0902
27	262,235	2,2780	63	611,882	6,4865	99	961,529	10,1931
28	271,948	2,8829	64	621,595	6,5895	100	971,242	10,2961
29	281,660	2,9859	65	631,307	6,6925	0,1	0,971	0,0103
30	291,373	3,0888	66	641,020	6,7954	0,2	1,946	0,0206
31	301,085	3,1918	67	650,732	6,8984	0,3	2,914	0,0309
32	310,797	3,2948	68	660,444	7,0013	0,4	3,885	0,0412
33	320,510	3,3977	69	670,157	7,1043	0,5	4,856	0,0515
34	330,222	3,5007	70	679,869	7,2073	0,6	5,828	0,0618
35	339,935	3,6036	71	689,582	7,3102	0,7	6,799	0,0721
36	349,647	3,7066	72	699,294	7,4132	0,8	7,770	0,0824
						0,9	8,741	0,0927

17. Кубические аршины в кубические метры, и обратно

а) Куб. аршины в куб. метры.

Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.	$м^3$
1	0,360	8	2,878	15	5,396	22	7,914
2	0,719	9	3,238	16	5,756	23	8,274
3	1,079	10	3,597	17	6,115	24	8,633
4	1,439	11	3,957	18	6,475	25	8,993
5	1,799	12	4,317	19	6,835	26	9,353
6	2,158	13	4,676	20	7,195	27	9,713
7	2,518	14	5,036	21	7,554	28	10,073

б) Куб. метры в куб. аршины

$м^3$	Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.	$м^3$	Куб. арш.
1	2,780	26	72,277	51	141,773	76	211,270
2	5,560	27	75,057	52	144,553	77	214,050
3	8,340	28	77,836	53	147,333	78	216,830
4	11,119	29	80,616	54	150,113	79	219,610
5	13,899	30	83,396	55	152,893	80	222,390
6	16,679	31	86,176	56	155,673	81	225,170
7	19,459	32	88,956	57	158,453	82	227,950
8	22,239	33	91,736	58	161,233	83	230,729
9	25,019	34	94,516	59	164,012	84	233,509
10	27,799	35	97,296	60	166,792	85	236,289
11	30,579	36	100,075	61	169,572	86	239,069
12	33,358	37	102,855	62	172,352	87	241,849
13	36,138	38	105,635	63	175,132	88	244,620
14	38,918	39	108,415	64	177,912	89	247,409
15	41,698	40	111,195	65	180,692	90	250,188
16	44,478	41	113,975	66	183,472	91	252,968
17	47,528	42	116,755	67	186,251	92	255,748
18	50,038	43	119,534	68	189,031	93	258,528
19	52,818	44	122,314	69	191,811	94	261,308
20	55,597	45	125,094	70	194,591	95	264,088
21	58,377	46	127,874	71	197,371	96	266,868
22	61,157	47	130,654	72	200,151	97	269,648
23	63,937	48	133,434	73	202,931	98	272,427
24	66,717	49	136,214	74	205,711	99	275,207
25	69,496	50	138,994	75	208,490	100	277,987

18. Кубические футы в кубические метры, и обратно

Куб. футы или $м^3$	$м^3$	Куб. футы	Куб. футы или $м^3$	$м^3$	Куб. футы	Куб. футы или $м^3$	$м^3$	Куб. футы
1	0,028	35,3156	37	1,548	1306,6778	73	2,067	2578,0401
2	0,057	70,6312	38	1,076	1341,9935	74	2,095	2613,3557
3	0,085	105,9469	39	1,104	1377,3091	75	2,124	2643,6713
4	0,113	141,2625	40	1,133	1412,6247	76	2,152	2683,9869
5	0,142	176,5781	41	1,161	1447,9403	77	2,180	2719,3025
6	0,170	211,8937	42	1,189	1483,2559	78	2,209	2754,6182
7	0,198	247,2093	43	1,218	1518,5715	79	2,237	2789,9338
8	0,227	282,5249	44	1,246	1553,8872	80	2,265	2825,2494
9	0,255	317,8406	45	1,274	1589,2028	81	2,294	2860,5650
10	0,283	353,1562	46	1,303	1624,5184	82	2,322	2895,8806
11	0,311	388,4718	47	1,331	1659,8340	83	2,350	2931,1962
12	0,340	423,7874	48	1,359	1695,1496	84	2,379	2966,5119
13	0,368	459,1030	49	1,387	1730,4652	85	2,407	3001,8275
14	0,396	494,4186	50	1,416	1765,7809	86	2,435	3037,1431
15	0,425	529,7343	51	1,444	1801,0965	87	2,463	3072,4587
16	0,453	565,0499	52	1,472	1836,4121	88	2,492	3107,7743
17	0,481	600,3655	53	1,501	1871,7277	89	2,520	3143,0899
18	0,510	635,6811	54	1,530	1907,0433	90	2,548	3178,4056
19	0,538	670,9967	55	1,558	1942,3590	91	2,577	3213,7212
20	0,566	706,3123	56	1,586	1977,6746	92	2,605	3249,0368
21	0,595	741,6280	57	1,614	2012,9902	93	2,633	3284,3524
22	0,623	776,9436	58	1,642	2048,3058	94	2,662	3319,6680
23	0,651	812,2592	59	1,671	2083,6214	95	2,690	3354,9836
24	0,680	847,5748	60	1,699	2118,9370	96	2,718	3390,2993
25	0,708	882,8904	61	1,727	2154,2527	97	2,747	3425,6149
26	0,736	918,2061	62	1,756	2189,5683	98	2,775	3460,9305
27	0,765	953,5217	63	1,784	2224,8839	99	2,803	3496,2461
28	0,793	988,8373	64	1,812	2260,1995	100	2,832	3531,5617
29	0,821	1024,1529	65	1,841	2295,5151	0,1	0,0028	3,5916
30	0,849	1059,4685	66	1,869	2330,8307	0,2	0,0057	7,0631
31	0,878	1094,7841	67	1,897	2366,1464	0,3	0,0085	10,5947
32	0,906	1130,0998	68	1,925	2401,4620	0,4	0,0113	14,1263
33	0,934	1165,4154	69	1,954	2436,7776	0,5	0,0142	17,6578
34	0,963	1200,7310	70	1,982	2472,0932	0,6	0,0170	21,1894
35	0,991	1236,0466	71	2,010	2507,4088	0,7	0,0198	24,7209
36	1,019	1271,3622	72	2,039	2542,7244	0,8	0,0227	28,2525
						0,9	0,0255	31,7841

V. МЕРЫ ЕМКОСТИ

19. Ведра в литры, и обратно

Ведра или л	л	Ведра	Ведра или л	л	Ведра	Ведра или л	л	Ведра
1	12,299	0,081	37	455,073	3,008	73	897,847	5,935
2	24,599	0,163	38	467,372	3,090	74	910,146	6,017
3	36,898	0,244	39	479,672	3,171	75	922,445	6,098
4	49,197	0,325	40	491,971	3,252	76	934,745	6,179
5	61,496	0,407	41	504,270	3,334	77	947,044	6,261
6	73,796	0,488	42	516,569	3,415	78	959,343	6,342
7	80,095	0,569	43	528,869	3,496	79	971,643	6,423
8	98,394	0,650	44	541,168	3,577	80	983,942	6,504
9	110,693	0,732	45	553,467	3,659	81	996,241	6,586
10	122,993	0,813	46	565,767	3,740	82	1008,540	6,667
11	135,292	0,894	47	578,066	3,821	83	1020,840	6,748
12	147,591	0,976	48	590,365	3,903	84	1033,139	6,830
13	159,891	1,057	49	602,664	3,984	85	1045,438	6,911
14	172,190	1,138	50	614,964	4,065	86	1057,737	6,992
15	184,489	1,220	51	627,263	4,147	87	1070,037	7,074
16	196,788	1,301	52	639,562	4,228	88	1082,336	7,155
17	209,088	1,382	53	651,861	4,309	89	1094,635	7,236
18	221,387	1,464	54	664,161	4,391	90	1106,935	7,318
19	233,686	1,545	55	676,460	4,472	91	1119,943	7,399
20	245,985	1,626	56	688,759	4,553	92	1131,533	7,480
21	258,285	1,707	57	701,059	4,634	93	1143,832	7,561
22	270,584	1,789	58	713,358	4,716	94	1156,132	7,643
23	282,883	1,870	59	725,657	4,797	95	1168,431	7,724
24	295,183	1,951	60	737,956	4,878	96	1183,730	7,805
25	307,482	2,033	61	750,256	4,960	97	1193,029	7,887
26	319,781	2,114	62	762,555	5,041	98	1205,329	7,968
27	332,080	2,195	63	774,854	5,122	99	1217,628	8,049
28	344,380	2,277	64	787,153	5,204	100	1229,927	8,130
29	356,679	2,358	65	799,453	5,285	0,1	1,230	0,0081
30	368,978	2,439	66	811,752	5,366	0,2	2,460	0,0163
31	381,277	2,520	67	824,051	5,447	0,3	3,690	0,0244
32	393,577	2,602	68	836,351	5,529	0,4	4,920	0,0325
33	405,876	2,683	69	848,650	5,610	0,5	6,150	0,0407
34	418,175	2,764	70	860,949	5,691	0,6	7,380	0,0488
35	430,475	2,846	71	873,248	5,773	0,7	8,010	0,0569
36	442,774	2,927	72	885,548	5,854	0,8	9,840	0,0650
						0,9	11,070	0,0732

VI. МЕРЫ МАССЫ (ВЕСА)

20. Пуды в килограммы, и обратно

Пуды или кг	кг	Пуды	Пуды или кг	кг	Пуды	Пуды или кг	кг	Пуды
1	16,381	0,061	36	589,720	2,198	71	1163,060	4,335
2	32,762	0,122	37	606,102	2,259	72	1179,441	4,396
3	49,143	0,183	38	622,483	2,320	73	1195,822	4,457
4	65,524	0,244	39	638,864	2,381	74	1212,203	4,518
5	81,906	0,305	40	655,245	2,442	75	1228,584	4,579
6	98,287	0,366	41	671,626	2,503	76	1244,965	4,640
7	114,668	0,427	42	688,007	2,564	77	1261,346	4,701
8	131,049	0,489	43	704,388	2,623	78	1277,728	4,762
9	147,430	0,550	44	720,769	2,686	79	1294,109	4,823
10	163,811	0,611	45	737,151	2,747	80	1310,490	4,884
11	180,192	0,672	46	753,532	2,808	81	1326,871	4,945
12	196,573	0,733	47	769,913	2,869	82	1343,252	5,006
13	212,955	0,794	48	786,294	2,931	83	1359,633	5,067
14	229,336	0,855	49	802,675	2,992	84	1376,014	5,128
15	245,717	0,916	50	819,056	3,053	85	1392,395	5,189
16	262,098	0,977	51	835,437	3,114	86	1408,777	5,250
17	278,479	1,038	52	851,818	3,175	87	1425,158	5,311
18	294,860	1,099	53	868,200	3,236	88	1441,539	5,372
19	311,241	1,160	54	884,581	3,297	89	1457,920	5,435
20	327,622	1,221	55	900,962	3,358	90	1474,301	5,494
21	344,004	1,282	56	917,343	3,419	91	1490,682	5,555
22	360,385	1,343	57	933,724	3,480	92	1507,063	5,616
23	376,766	1,404	58	950,105	3,541	93	1523,444	5,678
24	393,147	1,465	59	966,486	3,602	94	1539,826	5,739
25	409,528	1,526	60	982,867	3,663	95	1556,207	5,799
26	425,909	1,587	61	999,248	3,724	96	1572,588	5,860
27	442,290	1,648	62	1015,630	3,785	97	1588,969	5,921
28	458,671	1,700	63	1032,011	3,846	98	1605,350	5,982
29	475,053	1,770	64	1048,392	3,907	99	1621,731	6,044
30	491,434	1,832	65	1064,773	3,968	100	1638,112	6,105
31	507,815	1,893	66	1081,154	4,029	101	1654,493	6,166
32	524,196	1,954	67	1097,535	4,090	102	1670,874	6,227
33	540,577	2,015	68	1113,916	4,151	103	1687,255	6,288
34	556,958	2,076	69	1130,297	4,213	104	1703,636	6,349
35	573,339	2,137	70	1146,679	4,274	105	1720,017	6,410

21. Метрические тонны в пуды

т	Пуды	*т*	Пуды	*т*	Пуды	*т*	Пуды
1	61	26	1587	51	3113	76	4640
2	122	27	1648	52	3175	77	4701
3	183	28	1709	53	3236	78	4762
4	244	29	1770	54	3297	79	4823
5	305	30	1831	55	3358	80	4884
6	366	31	1892	56	3419	81	4945
7	427	32	1954	57	3480	82	5006
8	488	33	2015	58	3541	83	5067
9	549	34	2076	59	3602	84	5128
10	610	35	2137	60	3663	85	5189
11	672	36	2198	61	3724	86	5250
12	733	37	2259	62	3785	87	5311
13	794	38	2320	63	3846	88	5372
14	855	39	2381	64	3907	89	5433
15	916	40	2442	65	3968	90	5494
16	977	41	2503	66	4029	91	5555
17	1038	42	2564	67	4090	92	5616
18	1099	43	2625	68	4151	93	5677
19	1160	44	2686	69	4212	94	5739
20	1221	45	2747	70	4273	95	5800
21	1282	46	2808	71	4334	96	5861
22	1343	47	2896	72	4395	97	5922
23	1404	48	2930	73	4457	98	5983
24	1465	49	2991	74	4518	99	6044
25	1526	50	3052	75	4579	100	6105

22. Фунты в килограммы, и обратно

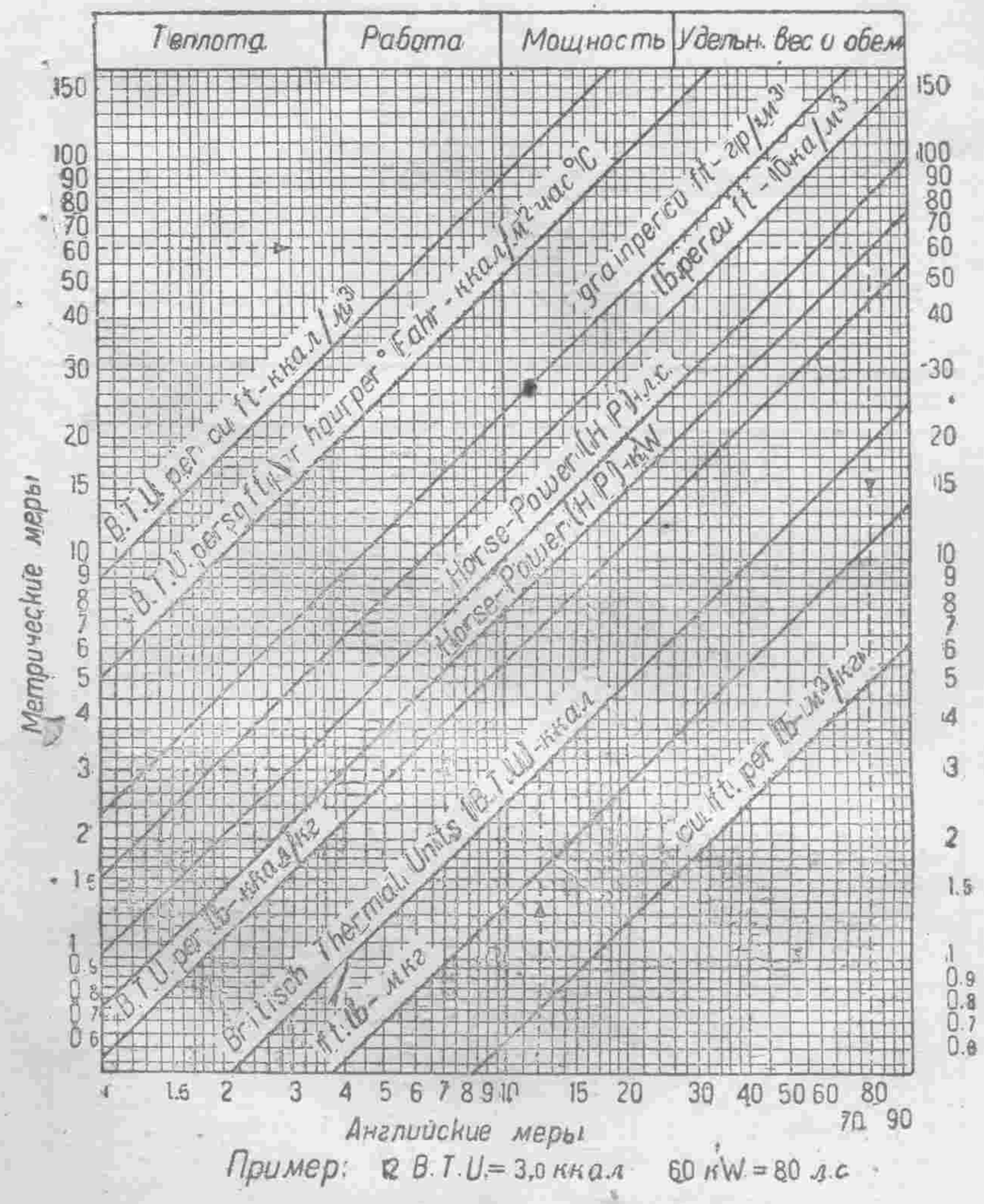
Фунты или кг	кг	Фунты	Фунты или кг	кг	Фунты	Фунты или кг	кг	Фунты
1	0,410	2,44	15	6,143	36,63	29	11,876	—
2	0,819	4,88	16	6,552	39,07	30	12,285	—
3	1,229	7,33	17	6,962	—	31	12,695	—
4	1,638	9,77	18	7,371	—	32	13,104	—
5	2,048	12,21	19	7,781	—	33	13,514	—
6	2,457	14,65	20	8,190	—	34	13,923	—
7	2,867	17,09	21	8,600	—	35	14,333	—
8	3,276	19,54	22	9,009	—	36	14,742	—
9	3,686	21,98	23	9,419	—	37	15,152	—
10	4,095	24,42	24	9,828	—	38	15,561	—
11	4,505	26,86	25	10,238	—	39	15,971	—
12	4,914	29,30	26	10,647	—	40	16,380	—
13	5,324	31,75	27	11,057	—			
14	5,733	34,19	28	11,466	—			

23. Золотники в граммы, и обратно

Зол. или г	г	Золотники	и доли	Зол. или г	г	Золотники	и доли	Зол. или г	г	Золотники	и доли
1	4,266	—	23	35	149,301	8	20	69	294,337	16	17
2	8,532	—	45	36	153,567	8	42	70	298,603	16	39
3	12,797	—	68	37	157,833	8	65	71	302,869	16	62
4	17,063	—	90	38	162,099	8	87	72	307,134	16	84
5	21,329	1	17	39	166,364	9	14	73	311,400	17	11
6	25,595	1	39	40	170,630	9	36	74	315,666	17	33
7	29,860	1	62	41	174,896	9	59	75	319,932	17	56
8	34,126	1	84	42	179,162	9	81	76	324,197	17	78
9	38,392	2	11	43	183,427	10	08	77	328,463	18	05
10	42,658	2	33	44	187,693	10	30	78	332,729	18	27
11	46,923	2	56	45	191,959	10	53	79	336,995	18	50
12	51,189	2	78	46	196,225	10	75	80	341,260	18	72
13	55,455	3	05	47	200,490	11	02	81	345,526	18	95
14	59,720	3	27	48	204,756	11	24	82	349,792	19	21
15	63,986	3	50	49	209,022	11	47	83	354,058	19	44
16	68,252	3	72	50	213,288	11	69	84	358,323	19	66
17	72,518	3	95	51	217,553	11	92	85	362,589	19	89
18	76,784	4	21	52	221,819	12	18	86	366,855	20	15
19	81,049	4	44	53	226,085	12	41	87	371,121	20	38
20	85,315	4	66	54	230,351	12	63	88	375,386	20	60
21	89,581	4	89	55	234,616	12	86	89	379,652	20	83
22	93,847	5	15	56	238,882	13	12	90	383,918	21	09
23	98,112	5	38	57	243,148	13	35	91	388,184	21	32
24	102,378	5	60	58	247,414	13	57	92	392,449	21	54
25	106,644	5	83	59	251,680	13	80	93	396,715	21	77
26	110,910	6	09	60	255,945	14	06	94	400,981	22	03
27	115,175	6	32	61	260,211	14	29	95	405,247	22	26
28	119,441	6	54	62	264,477	14	51	96	409,512	22	48
29	123,707	6	77	63	268,743	14	74	97	413,778	22	71
30	127,973	7	03	64	273,008	15	—	98	418,044	22	93
31	132,238	7	26	65	277,274	15	23	99	422,310	23	20
32	136,504	7	48	66	281,540	15	45	100	426,575	23	42
33	140,770	7	71	67	285,806	15	68				
34	145,036	7	93	68	290,071	15	90				

24. *Килограммы в английские фунты, и обратно*

кг или англ. фунты	Англ. фунты	*кг*	*кг* или англ. фунты	Англ. фунты	*кг*	*кг* или англ. фунты	Англ. фунты	*кг*
1	2,2046	0,4536	35	77,1617	15,8757	69	152,1189	31,2979
2	4,4092	0,9072	36	79,3664	16,3292	70	154,3235	31,7515
3	6,6131	1,3609	37	81,5709	16,7293	71	156,5281	32,3051
4	8,8185	1,8144	38	83,7756	17,2365	72	158,7327	32,6587
5	11,0231	2,2680	39	85,9802	17,6901	73	160,9374	33,1123
6	13,2277	2,7216	40	88,1848	18,1437	74	163,1419	33,5658
7	15,4324	3,1752	41	90,3895	18,5973	75	165,3466	34,0194
8	17,7370	3,6287	42	92,5941	19,0509	76	167,5512	34,4730
9	19,8416	4,0823	43	94,7987	19,5045	77	169,7559	34,9266
10	22,0462	4,5359	44	97,0034	19,9581	78	171,9605	35,3802
11	24,2508	4,9895	45	99,2079	20,4117	79	174,1651	35,8338
12	26,4554	5,4431	46	101,4126	20,8653	80	176,3697	36,2874
13	28,6601	5,8967	47	103,6172	21,3189	81	178,5743	36,7410
14	30,8647	6,3503	48	105,8218	21,7724	82	180,7789	37,1946
15	33,0693	6,8039	49	108,0264	22,2260	83	182,9836	37,6482
16	35,2739	7,2575	50	110,2311	22,6796	84	185,1882	38,1018
17	37,4886	7,7111	51	112,4357	23,1332	85	187,3928	38,5554
18	39,6832	8,1647	52	114,6403	23,5868	86	189,5974	39,0089
19	41,8878	8,6182	53	116,8499	24,0404	87	191,8020	39,4625
20	44,0924	9,0718	54	119,0495	24,4940	88	194,0067	39,9161
21	46,2970	9,5254	55	121,2542	24,9476	89	196,2113	40,3697
22	48,5017	9,9790	56	123,4588	25,4012	90	198,4159	40,8233
23	50,7063	10,4326	57	125,6634	25,8548	91	200,6205	41,2769
24	52,9109	10,8862	58	127,8680	26,3084	92	202,8251	41,7305
25	55,1155	11,3398	59	130,6727	26,7619	93	205,0298	42,1841
26	57,3202	11,7834	60	132,2773	27,2155	94	207,2344	42,6377
27	59,5248	12,2470	61	134,4819	27,6691	95	209,4390	43,0193
28	61,7294	12,7006	62	136,6865	28,1227	96	211,6431	43,5449
29	63,9340	13,1542	63	138,8911	28,5763	97	213,8482	43,9985
30	66,1386	13,6078	64	141,0958	29,0299	98	216,0529	44,4521
31	68,3433	14,0614	65	143,3004	29,4835	99	218,2575	44,9057
32	70,5479	14,5149	66	145,5050	29,9371	100	220,4621	45,3593
33	72,7525	14,9685	67	147,7096	30,3907			
34	74,9571	15,4221	68	149,9142	30,8443			



Номограмма для перевода английских мер в метрические.

ОТДЕЛ ВТОРОЙ

МАТЕМАТИКА

I. ТАБЛИЦЫ

1. Некоторые часто встречающиеся величины, связанные с π, g и e

Величина	n	$\lg n$	Величина	n	$\lg n$
π	3,14159265	0,49715	$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,24857
2π	6,2831853	0,79818	$\sqrt[3]{\pi}$	1,46459	0,16572
3π	9,4247780	0,97427	$1 : \sqrt{\pi}$	0,56419	$\bar{1},75143$
4π	12,5663706	1,09921	$\pi : \sqrt{2}$	4,44288	0,64766
6π	18,8495559	1,27530	$\sqrt{2\pi}$	2,50663	0,39909
$4\pi : 3$	4,18879	0,62209	$\sqrt{\pi : 2}$	1,25331	0,09806
$\pi : 2$	1,57080	0,19612	$\sqrt{2 : \pi}$	0,79788	$\bar{1},90194$
$\pi : 3$	1,04720	0,02003	g	9,81 *м/сек*^{2}	0,99167
$\pi : 4$	0,78540	$\bar{1},89509$	g^2	96,2361	1,98334
$\pi : 6$	0,52360	$\bar{1},71900$	$1 : g$	0,10194	$\bar{1},00833$
$\pi : 180$	0,01745	$\bar{2},24188$	$1 : 2g$	0,05097	$\bar{2},70830$
$2 : \pi$	0,63662	$\bar{1},80388$	$\sqrt{g}$	3,13209	0,49583
$180 : \pi$	57,29578	1,75812	$\sqrt{2g}$	4,42945	0,64635
$10\,800 : \pi$	3437,74677	3,53627	$\pi\sqrt{g}$	9,83976	0,99298
$648\,000 : \pi$	206264,80	5,31443	$\pi\sqrt{2g}$	13,91536	1,14350
$1 : \pi$	0,31831	$\bar{1},50285$	$\pi : \sqrt{g}$	1,00303	0,00132
$1 : 2\pi$	0,15916	$\bar{1},20182$	e	2,718282	0,43429
$1 : 3\pi$	0,10610	$\bar{1},02573$	e^2	7,389056	0,86859
$1 : 4\pi$	0,07958	$\bar{2},90079$	$1 : e$	0,367879	$\bar{1},56571$
π^2	9,86960	0,99430	$1 : e^2$	0,135335	$\bar{1},13141$
$2\pi^2$	19,73921	1,29533	$\sqrt{e}$	1,64872	0,21715
$4\pi^2$	39,47842	1,59636	$\sqrt[3]{e}$	1,39561	0,14476
π^2	2,46740	0,39224			
$1 : \pi^2$	0,10132	$\bar{1},00570$			
π^3	31,00628	1,49145			
$1 : \pi^3$	0,03225	$\bar{2},50855$			
π^4	97,40909	1,98860			

2. Квадраты, кубы, квадратные и кубические корни, десятичные логарифмы, длины окружностей, площади кругов, обратные значения для чисел от $n = 1$ до $n = 1\,000$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
0	0	0	0	0	$-\infty$	0		$+\infty$
1	1	1	1,0000	1,0000	0,0000	3,142	0,7854	1,00000
2	4	8	1,4142	1,2599	0,3010	6,283	3,1416	0,50000
3	9	27	1,7321	1,4422	0,4771	9,425	7,0686	0,33333
4	16	64	2,0000	1,5874	0,6021	12,57	12,566	0,25000
5	25	125	2,2361	1,7100	0,6990	15,71	19,635	0,20000
6	36	216	2,4495	1,8171	0,7782	18,85	28,274	0,16667
7	49	343	2,6458	1,9129	0,8451	21,99	38,485	0,14286
8	64	512	2,8284	2,0000	0,9031	25,13	50,266	0,12500
9	81	729	3,0000	2,0801	0,9542	28,27	63,617	0,11111
10	100	1 000	3,1623	2,1544	1,0000	31,42	78,540	0,10000
11	121	1 331	3,3166	2,2240	1,0414	34,56	95,033	0,09091
12	144	1 728	3,4641	2,2894	1,0792	37,70	113,10	0,08333
13	169	2 197	3,6056	2,3513	1,1139	40,84	132,73	0,07692
14	196	2 744	3,7417	2,4101	1,1461	43,98	153,94	0,07143
15	225	3 375	3,8730	2,4662	1,1761	47,12	176,72	0,06667
16	256	4 096	4,0000	2,5198	1,2041	50,27	201,06	0,06250
17	289	4 913	4,1231	2,5713	1,2304	53,41	226,98	0,05882
18	324	5 832	4,2426	2,6207	1,2553	56,55	254,47	0,05556
19	361	6 859	4,3589	2,6684	1,2788	59,69	283,53	0,05263
20	400	8 000	4,4721	2,7144	1,3010	62,83	314,16	0,05000
21	441	9 261	4,5826	2,7589	1,3222	65,97	346,36	0,04762
22	484	10 648	4,6904	2,8020	1,3424	69,12	380,13	0,04545
23	529	12 167	4,7958	2,8439	1,3617	72,26	415,48	0,04348
24	576	13 824	4,8990	2,8845	1,3802	75,40	452,39	0,04167
25	625	15 625	5,0000	2,9240	1,3979	78,54	490,87	0,04000
26	676	17 576	5,0990	2,9625	1,4150	81,68	530,93	0,03846
27	729	19 683	5,1962	3,0000	1,4314	84,82	572,56	0,03704
28	784	21 952	5,2915	3,0366	1,4472	87,97	615,75	0,03571
29	841	24 389	5,3852	3,0723	1,4624	91,11	660,52	0,03448
30	900	27 000	5,4772	3,1072	1,4771	94,25	706,86	0,03333
31	961	29 791	5,5678	3,1414	1,4914	97,39	754,77	0,03226
32	1 024	32 768	5,6569	3,1748	1,5051	100,5	804,25	0,03125
33	1 089	35 937	5,7446	3,2075	1,5185	103,7	855,30	0,03030
34	1 156	39 304	5,8310	3,2396	1,5315	106,8	907,92	0,02941
35	1 225	42 875	5,9161	3,2711	1,5441	110,0	962,11	0,02857
36	1 296	46 656	6,0000	3,3019	1,5563	113,1	1 017,9	0,02778
37	1 369	50 653	6,0828	3,3322	1,5682	116,2	1 075,2	0,02703
38	1 444	54 872	6,1644	3,3620	1,5798	119,4	1 134,1	0,02632
39	1 521	59 319	6,2450	3,3912	1,5911	122,5	1 194,6	0,02564
40	1 600	64 000	6,3246	3,4200	1,6021	125,7	1 256,6	0,02500

4 Зак. 3665. С. Н. Ванков.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
41	1 681	68 921	6,4031	3,4482	1,6128	128,8	1 320,3	0,02439
42	1 764	74 088	6,4807	3,4760	1,6232	131,9	1 385,4	0,02381
43	1 849	79 507	6,5574	3,5034	1,6335	135,1	1 452,2	0,02326
44	1 936	85 184	6,6332	3,5303	1,6435	138,2	1 520,5	0,02273
45	2 025	91 125	6,7082	3,5569	1,6532	141,4	1 590,4	0,02222
46	2 116	97 336	6,7823	3,5830	1,6628	144,5	1 661,9	0,02174
47	2 209	103 823	6,8557	3,6088	1,6721	147,7	1 734,9	0,02128
48	2 304	110 592	6,9282	3,6342	1,6812	150,8	1 809,6	0,02083
49	2 401	117 649	7,0000	3,6593	1,6902	153,9	1 885,7	0,02041
50	2 500	125 000	7,0711	3,6840	1,6990	157,1	1 963,5	0,02000
51	2 601	132 651	7,1414	3,7084	1,7076	160,2	2 042,8	0,01961
52	2 704	140 608	7,2111	3,7325	1,7160	163,4	2 123,7	0,01923
53	2 809	148 877	7,2801	3,7563	1,7243	166,5	2 206,2	0,01887
54	2 916	157 464	7,3485	3,7798	1,7324	169,7	2 290,2	0,01852
55	3 025	166 375	7,4162	3,8030	1,7404	172,8	2 375,8	0,01818
56	3 136	175 616	7,4833	3,8259	1,7482	175,9	2 463,0	0,01786
57	3 249	185 193	7,5498	3,8485	1,7559	179,1	2 551,8	0,01754
58	3 364	195 112	7,6158	3,8709	1,7634	182,2	2 642,1	0,01724
59	3 481	205 379	7,6811	3,8930	1,7709	185,4	2 734,0	0,01695
60	3 600	216 000	7,7460	3,9149	1,7782	188,5	2 827,4	0,01667
61	3 721	226 981	7,8102	3,9365	1,7853	191,6	2 922,5	0,01639
62	3 844	238 328	7,8740	3,9579	1,7924	194,8	3 019,1	0,01613
63	3 969	250 047	7,9373	3,9791	1,7993	197,9	3 117,3	0,01587
64	4 096	262 144	8,0000	4,0000	1,8062	201,1	3 217,0	0,01563
65	4 225	274 625	8,0623	4,0207	1,8129	204,2	3 318,3	0,01538
66	4 356	287 496	8,1240	4,0412	1,8195	207,4	3 421,2	0,01515
67	4 489	300 763	8,1854	4,0615	1,8261	210,5	3 525,7	0,01493
68	4 624	314 432	8,2462	4,0817	1,8325	213,6	3 631,7	0,01471
69	4 761	328 509	8,3066	4,1016	1,8388	216,8	3 739,3	0,01449
70	4 900	343 000	8,3666	4,1213	1,8451	219,9	3 848,5	0,01429
71	5 041	357 911	8,4261	4,1408	1,8513	223,1	3 959,2	0,01408
72	5 184	373 248	8,4853	4,1602	1,8573	226,2	4 071,5	0,01389
73	5 329	389 017	8,5440	4,1793	1,8633	229,3	4 185,4	0,01370
74	5 476	405 224	8,6023	4,1983	1,8692	232,5	4 300,8	0,01351
75	5 625	421 875	8,6603	4,2172	1,8751	235,6	4 417,9	0,01333
76	5 776	438 976	8,7178	4,2358	1,8808	238,8	4 536,5	0,01316
77	5 929	456 533	8,7750	4,2543	1,8865	241,9	4 656,6	0,01299
78	6 084	474 552	8,8318	4,2727	1,8921	245,0	4 778,4	0,01282
79	6 241	493 039	8,8882	4,2908	1,8976	248,2	4 901,7	0,01266
80	6 400	512 000	8,9443	4,3089	1,9031	251,3	5 026,6	0,01250

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
81	6 561	531 441	9,0000	4,3267	1,9085	254,5	5 153,0	0,01235
82	6 724	551 368	9,0554	4,3445	1,9138	257,6	5 281,0	0,01220
83	6 889	571 787	9,1104	4,3621	1,9191	260,8	5 410,6	0,01205
84	7 056	592 704	9,1652	4,3795	1,9243	263,9	5 541,8	0,01190
85	7 225	614 125	9,2195	4,3968	1,9294	267,0	5 674,5	0,01176
86	7 396	636 056	9,2736	4,4140	1,9345	270,2	5 808,8	0,01163
87	7 569	658 503	9,3274	4,4310	1,9395	273,3	5 944,7	0,01149
88	7 744	681 472	9,3808	4,4480	1,9445	276,5	6 082,1	0,01136
89	7 921	704 969	9,4340	4,4647	1,9494	279,6	6 221,1	0,01124
90	8 100	729 000	9,4868	4,4814	1,9542	282,7	6 361,7	0,01111
91	8 281	753 571	9,5394	4,4979	1,9590	285,9	6 503,9	0,01099
92	8 464	778 688	9,5917	4,5144	1,9638	289,0	6 647,6	0,01087
93	8 649	804 357	9,6437	4,5307	1,9685	292,2	6 792,9	0,01075
94	8 836	830 584	9,6954	4,5468	1,9731	295,3	6 939,8	0,01064
95	9 025	857 375	9,7468	4,5629	1,9777	298,5	7 088,2	0,01053
96	9 216	884 736	9,7980	4,5789	1,9823	301,6	7 238,2	0,01042
97	9 409	912 673	9,8489	4,5947	1,9868	304,7	7 389,8	0,01031
98	9 604	941 192	9,8995	4,6104	1,9912	307,9	7 543,0	0,01020
99	9 801	970 299	9,9499	4,6261	1,9956	311,0	7 697,7	0,01010
100	10 000	1 000 000	10,0000	4,6416	2,0000	314,2	7 854,0	0,01000
101	10 201	1 030 301	10,0499	4,6570	2,0043	317,3	8 011,9	0,00990
102	10 404	1 061 208	10,0995	4,6723	2,0086	320,4	8 171,3	0,00980
103	10 609	1 092 727	10,1489	4,6875	2,0128	323,6	8 332,3	0,00971
104	10 816	1 124 864	10,1980	4,7027	2,0170	326,7	8 494,9	0,00962
105	11 025	1 157 625	10,2470	4,7177	2,0212	329,9	8 659,0	0,00952
106	11 236	1 191 016	10,2956	4,7326	2,0253	333,0	8 824,7	0,00943
107	11 449	1 225 043	10,3441	4,7475	2,0294	336,2	8 992,0	0,00935
108	11 664	1 259 712	10,3923	4,7622	2,0334	339,3	9 160,9	0,00926
109	11 881	1 295 029	10,4403	4,7769	2,0374	342,4	9 331,3	0,00917
110	12 100	1 331 000	10,4881	4,7914	2,0414	345,6	9 503,3	0,00909
111	12 321	1 367 631	10,5357	4,8059	2,0453	348,7	9 676,9	0,00901
112	12 544	1 404 928	10,5830	4,8203	2,0492	351,9	9 852,0	0,00893
113	12 769	1 442 897	10,6301	4,8346	2,0531	355,0	10 029	0,00885
114	12 996	1 481 544	10,6771	4,8488	2,0569	358,1	10 207	0,00877
115	13 225	1 520 875	10,7238	4,8629	2,0607	361,3	10 387	0,00870
116	13 456	1 560 896	10,7703	4,8770	2,0645	364,4	10 568	0,00862
117	13 689	1 601 613	10,8167	4,8910	2,0682	367,6	10 751	0,00855
118	13 924	1 643 032	10,8628	4,9049	2,0719	370,7	10 936	0,00847
119	14 161	1 685 159	10,9087	4,9187	2,0755	373,8	11 122	0,00840
120	14 400	1 728 000	10,9545	4,9324	2,0792	377,0	11 310	0,00833

2. Квадраты, кубы, корни и т. д.

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
121	14 641	1 771 561	11,0000	4,9461	2,0828	380,1	11 499	0,00826
122	14 884	1 815 848	11,0454	4,9597	2,0864	383,3	11 690	0,00820
123	15 129	1 860 867	11,0905	4,9732	2,0899	386,4	11 882	0,00813
124	15 376	1 906 624	11,1355	4,9866	2,0934	389,6	12 076	0,00806
125	15 625	1 953 125	11,1803	5,0000	2,0969	392,7	12 272	0,00800
126	15 876	2 000 376	11,2250	5,0133	2,1004	395,8	12 469	0,00794
127	16 129	2 048 383	11,2694	5,0265	2,1038	399,0	12 668	0,00787
128	16 384	2 097 152	11,3137	5,0397	2,1072	402,1	12 868	0,00781
129	16 641	2 146 689	11,3578	5,0528	2,1106	405,3	13 070	0,00775
130	16 900	2 197 000	11,4018	5,0658	2,1139	408,4	13 273	0,00769
131	17 161	2 248 091	11,4455	5,0788	2,1173	411,6	13 478	0,00763
132	17 424	2 299 968	11,4891	5,0916	2,1206	414,7	13 685	0,00758
133	17 689	2 352 637	11,5326	5,1045	2,1239	417,8	13 893	0,00752
134	17 956	2 406 104	11,5758	5,1172	2,1271	421,0	14 103	0,00746
135	18 225	2 460 375	11,6190	5,1299	2,1303	424,1	14 314	0,00741
136	18 496	2 515 456	11,6619	5,1426	2,1335	427,3	14 527	0,00735
137	18 769	2 571 353	11,7047	5,1551	2,1367	430,4	14 741	0,00730
138	19 044	2 628 072	11,7473	5,1676	2,1399	433,5	14 957	0,00725
139	19 321	2 685 619	11,7898	5,1801	2,1430	436,7	15 175	0,00719
140	19 600	2 744 000	11,8322	5,1925	2,1461	439,8	15 394	0,00714
141	19 881	2 803 221	11,8743	5,2048	2,1492	443,0	15 615	0,00709
142	20 164	2 863 288	11,9164	5,2171	2,1523	446,1	15 837	0,00704
143	20 449	2 924 207	11,9583	5,2293	2,1553	449,3	16 061	0,00699
144	20 736	2 985 984	12,0000	5,2415	2,1584	452,4	16 286	0,00694
145	21 025	3 048 625	12,0416	5,2536	2,1614	455,5	16 513	0,00690
146	21 316	3 112 136	12,0830	5,2656	2,1644	458,7	16 742	0,00685
147	21 609	3 176 523	12,1244	5,2776	2,1673	461,8	16 972	0,00680
148	21 904	3 241 792	12,1655	5,2896	2,1703	465,0	17 203	0,00676
149	22 201	3 307 949	12,2066	5,3015	2,1732	468,1	17 437	0,00671
150	22 500	3 375 000	12,2474	5,3133	2,1761	471,2	17 672	0,00667
151	22 801	3 442 951	12,2882	5,3251	2,1790	474,4	17 908	0,00662
152	23 104	3 511 808	12,3288	5,3368	2,1818	477,5	18 146	0,00658
153	23 409	3 581 577	12,3693	5,3485	2,1847	480,7	18 385	0,00654
154	23 716	3 652 264	12,4097	5,3601	2,1875	483,8	18 627	0,00649
155	24 025	3 723 875	12,4499	5,3717	2,1903	486,9	18 869	0,00645
156	24 336	3 796 416	12,4900	5,3832	2,1931	490,1	19 113	0,00641
157	24 649	3 869 893	12,5300	5,3947	2,1959	493,2	19 359	0,00637
158	24 964	3 944 312	12,5698	5,4061	2,1987	496,4	19 607	0,00633
159	25 281	4 019 679	12,6095	5,4175	2,2014	499,5	19 856	0,00629
160	25 600	4 096 000	12,6491	5,4288	2,2041	502,7	20 106	0,00625

2. Квадраты, кубы, корни и т. д.

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
161	25 921	4 173 281	12,6886	5,4401	2,2068	505,8	20358	0,00621
162	26 244	4 251 528	12,7279	5,4514	2,2095	508,9	20612	0,00617
163	26 569	4 330 747	12,7671	5,4626	2,2122	512,1	20867	0,00613
164	26 896	4 410 944	12,8062	5,4737	2,2148	515,2	21124	0,00610
165	27 225	4 492 125	12,8452	5,4848	2,2175	518,4	21382	0,00606
166	27 556	4 574 296	12,8841	5,4959	2,2201	521,5	21642	0,00602
167	27 889	4 657 463	12,9228	5,5069	2,2227	524,7	21904	0,00599
168	28 224	4 741 632	12,9615	5,5178	2,2253	527,8	22167	0,00595
169	28 561	4 826 809	13,0000	5,5288	2,2279	530,9	22432	0,00592
170	28 900	4 913 000	13,0384	5,5397	2,2304	534,1	22698	0,00588
171	29 241	5 000 211	13,0767	5,5505	2,2330	537,2	22966	0,00585
172	29 584	5 088 448	13,1149	5,5613	2,2355	540,4	23235	0,00581
173	29 929	5 177 717	13,1529	5,5721	2,2380	543,5	23506	0,00578
174	30 276	5 268 024	13,1909	5,5828	2,2405	546,6	23779	0,00575
175	30 625	5 359 375	13,2288	5,5934	2,2430	549,8	24053	0,00571
176	30 976	5 451 776	13,2665	5,6041	2,2455	552,9	24329	0,00568
177	31 329	5 545 233	13,3041	5,6147	2,2480	556,1	24606	0,00565
178	31 684	5 639 752	13,3417	5,6252	2,2504	559,2	24885	0,00562
179	32 041	5 735 339	13,3791	5,6357	2,2529	562,4	25165	0,00559
180	32 400	5 832 000	13,4164	5,6462	2,2553	565,5	25447	0,00556
181	32 761	5 929 741	13,4536	5,6567	2,2577	568,6	25730	0,00552
182	33 124	6 028 568	13,4907	5,6671	2,2601	571,8	26016	0,00549
183	33 489	6 128 487	13,5277	5,6774	2,2625	574,9	26302	0,00546
184	33 856	6 229 504	13,5647	5,6877	2,2648	578,1	26590	0,00543
185	34 225	6 331 625	13,6015	5,6980	2,2672	581,2	26880	0,00541
186	34 596	6 434 856	13,6382	5,7083	2,2695	584,3	27172	0,00538
187	34 969	6 539 203	13,6748	5,7185	2,2718	587,5	27465	0,00535
188	35 344	6 644 672	13,7113	5,7287	2,2742	590,6	27759	0,00532
189	35 721	6 751 269	13,7477	5,7388	2,2765	593,8	28055	0,00529
190	36 100	6 859 000	13,7840	5,7489	2,2788	596,9	28353	0,00526
191	36 481	6 967 871	13,8203	5,7590	2,2810	600,0	28652	0,00524
192	36 864	7 077 888	13,8564	5,7690	2,2833	603,2	28953	0,00521
193	37 249	7 189 057	13,8924	5,7790	2,2856	606,3	29255	0,00518
194	37 636	7 301 384	13,9284	5,7890	2,2878	609,5	29559	0,00515
195	38 025	7 414 875	13,9642	5,7989	2,2900	612,6	29865	0,00513
196	38 416	7 529 536	14,0000	5,8088	2,2923	615,8	30172	0,00510
197	38 809	7 645 373	14,0357	5,8186	2,2945	618,9	30481	0,00508
198	39 204	7 762 392	14,0712	5,8285	2,2967	622,0	30791	0,00505
199	39 601	7 880 599	14,1067	5,8383	2,2989	625,2	31103	0,00503
200	40 000	8 000 000	14,1421	5,8480	2,3010	628,3	31416	0,00500

2. *Квадраты, кубы, корни и т. д.*

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
201	40 401	8 120 601	14,1774	5,8578	2,3032	631,5	31 731	0,00498
202	40 804	8 242 408	14,2127	5,8675	2,3054	634,6	32 047	0,00495
203	41 209	8 365 427	14,2478	5,8771	2,3075	637,7	32 366	0,00493
204	41 616	8 489 664	14,2829	5,8868	2,3096	640,9	32 685	0,00490
205	42 025	8 615 125	14,3178	5,8964	2,3118	644,0	33 006	0,00488
206	42 436	8 741 816	14,3527	5,9059	2,3139	647,2	33 329	0,00485
207	42 849	8 869 743	14,3875	5,9155	2,3160	650,3	33 654	0,00483
208	43 264	8 998 912	14,4222	5,9250	2,3181	653,5	33 980	0,00481
209	43 681	9 129 329	14,4568	5,9345	2,3201	656,6	34 307	0,00478
210	44 100	9 261 000	14,4914	5,9439	2,3222	659,7	34 636	0,00476
211	44 521	9 393 931	14,5258	5,9533	2,3243	662,9	34 967	0,00474
212	44 944	9 528 128	14,5602	5,9627	2,3263	666,0	35 299	0,00472
213	45 359	9 663 597	14,5945	5,9721	2,3284	669,2	35 633	0,00469
214	45 796	9 800 344	14,6287	5,9814	2,3304	672,3	35 968	0,00467
215	46 225	9 938 375	14,6629	5,9907	2,3324	675,4	36 305	0,00465
216	46 656	10 077 696	14,6969	6,0000	2,3345	678,6	36 644	0,00463
217	47 089	10 218 313	14,7309	6,0092	2,3365	681,7	36 984	0,00461
218	47 524	10 360 232	14,7648	6,0185	2,3385	684,9	37 325	0,00459
219	47 961	10 503 459	14,7986	6,0277	2,3404	688,0	37 668	0,00457
220	48 400	10 648 000	14,8324	6,0368	2,3424	691,2	38 013	0,00455
221	48 841	10 793 861	14,8661	6,0459	2,3444	694,3	38 360	0,00452
222	49 284	10 941 048	14,8997	6,0550	2,3464	697,4	38 708	0,00450
223	49 729	11 089 567	14,9332	6,0641	2,3483	700,6	39 057	0,00448
224	50 176	11 239 424	14,9666	6,0732	2,3502	703,7	39 408	0,00446
225	50 625	11 390 625	15,0000	6,0822	2,3522	706,9	39 761	0,00444
226	51 076	11 543 176	15,0333	6,0912	2,3541	710,0	40 115	0,00442
227	51 529	11 697 083	15,0665	6,1002	2,3560	713,1	40 471	0,00441
228	51 984	11 852 352	15,0997	6,1091	2,3579	716,3	40 828	0,00439
229	52 441	12 008 989	15,1327	6,1180	2,3598	719,4	41 187	0,00437
230	52 900	12 167 000	15,1658	6,1269	2,3617	722,6	41 548	0,00435
231	53 361	12 326 391	15,1987	6,1358	2,3636	725,7	41 910	0,00433
232	53 824	12 487 168	15,2315	6,1446	2,3655	728,9	42 273	0,00431
233	54 289	12 649 337	15,2643	6,1534	2,3674	732,0	42 639	0,00429
234	54 756	12 812 904	15,2971	6,1622	2,3692	735,1	43 005	0,00427
235	55 225	12 977 875	15,3297	6,1710	2,3711	738,3	43 374	0,00426
236	55 696	13 144 256	15,3623	6,1797	2,3729	741,4	43 744	0,00424
237	56 169	13 312 053	15,3948	6,1885	2,3747	744,6	44 115	0,00422
238	56 644	13 481 272	15,4272	6,1972	2,3766	747,7	44 488	0,00420
239	57 121	13 651 919	15,4596	6,2058	2,3784	750,8	44 863	0,00418
240	57 600	13 824 000	15,4919	6,2145	2,3802	754,0	45 239	0,00417

2. *Квадраты, кубы, корни и т. д.*

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
241	58 081	13 997 521	15,5242	6,2231	2,3820	757,1	45 617	0,00415
242	58 564	14 172 488	15,5563	6,2317	2,3838	760,3	45 996	0,00413
243	59 049	14 348 907	15,5885	6,2403	2,3856	763,4	46 377	0,00412
244	59 536	14 526 784	15,6205	6,2488	2,3874	766,6	46 759	0,00410
245	60 025	14 706 125	15,6525	6,2573	2,3892	769,7	47 144	0,00408
246	60 516	14 886 936	15,6844	6,2658	2,3909	772,8	47 529	0,00407
247	61 009	15 069 223	15,7162	6,2743	2,3927	776,0	47 916	0,00405
248	61 504	15 252 992	15,7480	6,2828	2,3945	779,1	48 305	0,00403
249	62 001	15 438 249	15,7797	6,2912	2,3962	782,3	48 695	0,00402
250	62 500	15 625 000	15,8114	6,2996	2,3979	785,4	49 087	0,00400
251	63 001	15 813 251	15,8430	6,3080	2,3997	788,5	49 481	0,00398
252	63 504	16 003 008	15,8745	6,3164	2,4014	791,7	49 876	0,00397
253	64 009	16 194 277	15,9060	6,3247	2,4031	794,8	50 273	0,00395
254	64 516	16 387 064	15,9374	6,3330	2,4048	798,0	50 671	0,00394
255	65 025	16 581 375	15,9687	6,3413	2,4065	801,1	51 071	0,00392
256	65 536	16 777 216	16,0000	6,3496	2,4082	804,3	51 472	0,00391
257	66 049	16 974 593	16,0312	6,3579	2,4099	807,4	51 875	0,00389
258	66 564	17 173 512	16,0624	6,3661	2,4116	810,5	52 279	0,00388
259	67 081	17 373 979	16,0935	6,3743	2,4133	813,7	52 685	0,00386
260	67 600	17 576 000	16,1245	6,3825	2,4150	816,8	53 093	0,00385
261	68 121	17 779 581	16,1555	6,3907	2,4166	820,0	53 502	0,00383
262	68 644	17 984 728	16,1864	6,3988	2,4183	823,1	53 913	0,00382
263	69 169	18 191 447	16,2173	6,4070	2,4200	826,2	54 325	0,00380
264	69 696	18 399 744	16,2481	6,4151	2,4216	829,4	54 739	0,00379
265	70 225	18 609 625	16,2788	6,4232	2,4232	832,5	55 155	0,00377
266	70 756	18 821 096	16,3095	6,4312	2,4249	835,7	55 572	0,00376
267	71 289	19 034 163	16,3401	6,4393	2,4265	838,8	55 990	0,00375
268	71 824	19 248 832	16,3707	6,4473	2,4281	841,9	56 410	0,00373
269	72 361	19 465 109	16,4012	6,4553	2,4298	845,1	56 832	0,00372
270	72 900	19 683 000	16,4317	6,4633	2,4314	848,2	57 256	0,00370
271	73 441	19 902 511	16,4621	6,4713	2,4330	851,4	57 680	0,00369
272	73 984	20 123 648	16,4924	6,4792	2,4346	854,5	58 107	0,00368
273	74 529	20 346 417	16,5227	6,4872	2,4362	857,7	58 535	0,00366
274	75 076	20 570 824	16,5529	6,4951	2,4378	860,8	58 965	0,00365
275	75 625	20 796 875	16,5831	6,5030	2,4393	863,9	59 396	0,00364
276	76 176	21 024 576	16,6132	6,5108	2,4409	867,1	59 829	0,00362
277	76 729	21 253 933	16,6433	6,5187	2,4425	870,2	60 263	0,00361
278	77 284	21 484 952	16,6733	6,5265	2,4440	873,4	60 699	0,00360
279	77 841	21 717 639	16,7033	6,5343	2,4456	876,5	61 136	0,00358
280	78 400	21 952 000	16,7332	6,5421	2,4472	879,7	61 575	0,00357

2. Квадраты, кубы, корни и т. д.

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
281	78 961	22 188 041	16,7631	6,5499	2,4487	882,8	62 016	0,00356
282	79 524	22 425 768	16,7929	6,5577	2,4502	885,9	62 458	0,00355
283	80 089	22 665 187	16,8226	6,5654	2,4518	889,1	62 902	0,00353
284	80 656	22 906 304	16,8523	6,5731	2,4533	892,2	63 347	0,00352
285	81 225	23 149 125	16,8819	6,5808	2,4548	895,4	63 794	0,00351
286	81 796	23 393 656	16,9115	6,5885	2,4564	898,5	64 242	0,00350
287	82 369	23 639 903	16,9411	6,5962	2,4579	901,6	64 692	0,00348
288	82 944	23 887 872	16,9706	6,6039	2,4594	904,8	65 144	0,00347
289	83 521	24 137 569	17,0000	6,6115	2,4609	907,9	65 597	0,00346
290	84 100	24 389 000	17,0294	6,6191	2,4624	911,1	66 052	0,00345
291	84 681	24 642 171	17,0587	6,6267	2,4639	914,2	66 508	0,00344
292	85 264	24 897 088	17,0880	6,6343	2,4654	917,4	66 966	0,00342
293	85 849	25 153 757	17,1172	6,6419	2,4669	920,5	67 426	0,00341
294	86 436	25 412 184	17,1464	6,6494	2,4683	923,6	67 887	0,00340
295	87 025	25 672 375	17,1756	6,6569	2,4698	926,8	68 349	0,00339
296	87 616	25 934 336	17,2047	6,6644	2,4713	929,9	68 813	0,00338
297	88 209	26 198 073	17,2337	6,6719	2,4728	933,1	69 279	0,00337
298	88 804	26 463 592	17,2627	6,6794	2,4742	936,2	69 747	0,00336
299	89 401	26 730 899	17,2916	6,6869	2,4757	939,3	70 215	0,00334
300	90 000	27 000 000	17,3205	6,6943	2,4771	942,5	70 686	0,00333
301	90 601	27 270 901	17,3494	6,7018	2,4786	945,6	71 158	0,00332
302	91 204	27 543 608	17,3781	6,7092	2,4800	948,8	71 632	0,00331
303	91 809	27 818 127	17,4069	6,7166	2,4814	951,9	72 107	0,00330
304	92 416	28 094 464	17,4356	6,7240	2,4829	955,0	72 583	0,00329
305	93 025	28 372 625	17,4642	6,7313	2,4843	958,2	73 062	0,00328
306	93 636	28 652 616	17,4929	6,7387	2,4857	961,3	73 542	0,00327
307	94 249	28 934 443	17,5214	6,7460	2,4871	964,5	74 023	0,00326
308	94 864	29 218 112	17,5499	6,7533	2,4886	967,6	74 506	0,00325
309	95 481	29 503 629	17,5784	6,7606	2,4900	970,8	74 991	0,00324
310	96 100	29 791 000	17,6068	6,7679	2,4914	973,9	75 477	0,00323
311	96 721	30 080 231	17,6352	6,7752	2,4928	977,0	75 964	0,00322
312	97 344	30 371 328	17,6635	6,7824	2,4942	980,2	76 454	0,00321
313	97 969	30 664 297	17,6918	6,7897	2,4955	983,3	76 945	0,00319
314	98 596	30 959 144	17,7200	6,7969	2,4969	986,5	77 437	0,00318
315	99 225	31 255 875	17,7482	6,8041	2,4983	989,6	77 931	0,00317
316	99 856	31 554 496	17,7764	6,8113	2,4997	992,7	78 427	0,00316
317	100 489	31 855 013	17,8045	6,8185	2,5011	995,9	78 924	0,00315
318	101 124	32 157 432	17,8326	6,8256	2,5024	999,0	79 423	0,00314
319	101 761	32 461 759	17,8606	6,8328	2,5038	1 002	79 923	0,00313
320	102 400	32 768 000	17,8885	6,8399	2,5051	1 005	80 425	0,00313

2. Квадраты, кубы, корни и т. д.

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
321	103 041	33 076 161	17,9165	6,8470	2,5065	1 008	80 928	0,00312
322	103 684	33 386 248	17,9444	6,8541	2,5079	1 012	81 433	0,00311
323	104 329	33 698 267	17,9722	6,8612	2,5092	1 015	81 940	0,00310
324	104 976	34 012 224	18,0000	6,8683	2,5105	1 018	82 448	0,00309
325	105 625	34 328 125	18,0278	6,8753	2,5119	1 021	82 958	0,00308
326	106 276	34 645 976	18,0555	6,8824	2,5132	1 024	83 469	0,00307
327	106 929	34 965 783	18,0831	6,8894	2,5145	1 027	83 982	0,00306
328	107 584	35 287 552	18,1108	6,8964	2,5159	1 030	84 496	0,00305
329	108 241	35 611 289	18,1384	6,9034	2,5172	1 034	85 012	0,00304
330	108 900	35 937 000	18,1659	6,9104	2,5185	1 037	85 530	0,00303
331	109 561	36 264 691	18,1934	6,9174	2,5198	1 040	86 049	0,00302
332	110 224	36 594 368	18,2209	6,9244	2,5211	1 043	86 570	0,00301
333	110 889	36 926 037	18,2483	6,9313	2,5224	1 046	87 092	0,00300
334	111 556	37 259 704	18,2757	6,9382	2,5237	1 049	87 616	0,00299
335	112 225	37 595 375	18,3030	6,9451	2,5250	1 052	88 141	0,00299
336	112 896	37 933 056	18,3303	6,9521	2,5263	1 056	88 668	0,00298
337	113 569	38 272 753	18,3576	6,9589	2,5276	1 059	89 197	0,00297
338	114 244	38 614 472	18,3848	6,9658	2,5289	1 062	89 727	0,00296
339	114 921	38 958 219	18,4120	6,9727	2,5302	1 065	90 259	0,00295
340	115 600	39 304 000	18,4391	6,9795	2,5315	1 068	90 792	0,00294
341	116 281	39 651 821	18,4662	6,9864	2,5328	1 071	91 327	0,00293
342	116 964	40 001 688	18,4932	6,9932	2,5340	1 074	91 863	0,00292
343	117 649	40 353 607	18,5203	7,0000	2,5353	1 078	92 401	0,00292
344	118 336	40 707 584	18,5472	7,0068	2,5366	1 081	92 941	0,00291
345	119 025	41 063 625	18,5742	7,0136	2,5378	1 084	93 482	0,00290
346	119 716	41 421 736	18,6011	7,0203	2,5391	1 087	94 025	0,00289
347	120 409	41 781 923	18,6279	7,0271	2,5403	1 090	94 569	0,00288
348	121 104	42 144 192	18,6548	7,0338	2,5416	1 093	95 115	0,00287
349	121 801	42 508 549	18,6815	7,0406	2,5428	1 096	95 662	0,00287
350	122 500	42 875 000	18,7083	7,0473	2,5441	1 100	96 211	0,00286
351	123 201	43 243 551	18,7350	7,0540	2,5453	1 103	96 762	0,00285
352	123 904	43 614 208	18,7617	7,0607	2,5465	1 106	97 314	0,00284
353	124 609	43 986 977	18,7883	7,0674	2,5478	1 109	97 868	0,00283
354	125 316	44 361 864	18,8149	7,0740	2,5490	1 112	98 423	0,00282
355	126 025	44 738 875	18,8414	7,0807	2,5502	1 115	98 980	0,00282
356	126 736	45 118 016	18,8680	7,0873	2,5514	1 118	99 538	0,00281
357	127 449	45 499 293	18,8944	7,0940	2,5527	1 122	100 098	0,00280
358	128 164	45 882 712	18,9209	7,1006	2,5539	1 125	100 660	0,00279
359	128 881	46 268 279	18,9473	7,1072	2,5551	1 128	101 223	0,00279
360	129 600	46 656 000	18,9737	7,1138	2,5563	1 131	101 788	0,00278

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	lg n	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
361	130 321	47 045 881	19,0000	7,1204	2,5575	1 134	102 354	0,00277
362	131 044	47 437 928	19,0263	7,1269	2,5587	1 137	102 922	0,00276
363	131 769	47 832 147	19,0526	7,1335	2,5599	1 140	103 491	0,00275
364	132 496	48 228 544	19,0788	7,1400	2,5611	1 144	104 062	0,00275
365	133 225	48 627 125	19,1050	7,1466	2,5623	1 147	104 635	0,00274
366	133 956	49 027 896	19,1311	7,1531	2,5635	1 150	105 209	0,00273
367	134 689	49 430 863	19,1572	7,1596	2,5647	1 153	105 784	0,00272
368	135 424	49 836 032	19,1833	7,1661	2,5658	1 156	106 362	0,00272
369	136 161	50 243 409	19,2094	7,1726	2,5670	1 159	106 941	0,00271
370	136 900	50 653 000	19,2354	7,1791	2,5682	1 162	107 521	0,00270
371	137 641	51 064 811	19,2614	7,1855	2,5694	1 166	108 103	0,00270
372	138 384	51 478 848	19,2873	7,1920	2,5705	1 169	108 687	0,00269
373	139 129	51 895 117	19,3132	7,1984	2,5717	1 172	109 272	0,00268
374	139 876	52 313 624	19,3391	7,2048	2,5729	1 175	109 858	0,00267
375	140 625	52 734 375	19,3649	7,2112	2,5740	1 178	110 447	0,00267
376	141 376	53 157 376	19,3907	7,2177	2,5752	1 181	111 036	0,00266
377	142 129	53 582 633	19,4165	7,2240	2,5763	1 184	111 628	0,00265
378	142 884	54 010 152	19,4422	7,2304	2,5775	1 188	112 221	0,00265
379	143 641	54 439 939	19,4679	7,2368	2,5786	1 191	112 815	0,00264
380	144 400	54 872 000	19,4936	7,2432	2,5798	1 194	113 411	0,00263
381	145 161	55 306 341	19,5192	7,2495	2,5809	1 197	114 009	0,00262
382	145 924	55 742 968	19,5448	7,2558	2,5821	1 200	114 608	0,00262
383	146 689	56 181 887	19,5704	7,2622	2,5832	1 203	115 209	0,00261
384	147 456	56 623 104	19,5959	7,2685	2,5843	1 206	115 812	0,00260
385	148 225	57 066 625	19,6214	7,2748	2,5855	1 210	116 416	0,00260
386	148 996	57 512 456	19,6469	7,2811	2,5866	1 213	117 021	0,00259
387	149 769	57 960 603	19,6723	7,2874	2,5877	1 216	117 628	0,00258
388	150 544	58 411 072	19,6977	7,2936	2,5888	1 219	118 237	0,00258
389	151 321	58 863 869	19,7231	7,2999	2,5899	1 222	118 847	0,00257
390	152 100	59 319 000	19,7484	7,3061	2,5911	1 225	119 459	0,00256
391	152 881	59 776 471	19,7737	7,3124	2,5922	1 228	120 072	0,00256
392	153 664	60 236 288	19,7990	7,3186	2,5933	1 232	120 687	0,00255
393	154 449	60 698 457	19,8242	7,3248	2,5944	1 235	121 304	0,00254
394	155 236	61 162 984	19,8494	7,3310	2,5955	1 238	121 922	0,00254
395	156 025	61 629 875	19,8746	7,3372	2,5966	1 241	122 542	0,00253
396	156 816	62 099 136	19,8997	7,3434	2,5977	1 244	123 163	0,00253
397	157 609	62 570 773	19,9249	7,3496	2,5988	1 247	123 786	0,00252
398	158 404	63 044 792	19,9499	7,3558	2,5999	1 250	124 410	0,00251
399	159 201	63 521 199	19,9750	7,3619	2,6010	1 254	125 036	0,00251
400	160 000	64 000 000	20,0000	7,3681	2,6021	1 257	125 664	0,00250

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	lg n	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
401	160 801	64 481 201	20,0250	7,3742	2,6031	1 260	126 293	0,00249
402	161 604	64 964 808	20,0499	7,3803	2,6042	1 263	126 923	0,00249
403	162 409	65 450 827	20,0749	7,3864	2,6053	1 266	127 556	0,00248
404	163 216	65 939 264	20,0998	7,3925	2,6064	1 269	128 190	0,00248
405	164 025	66 430 125	20,1246	7,3986	2,6075	1 272	128 825	0,00247
406	164 836	66 923 416	20,1494	7,4047	2,6085	1 275	129 462	0,00246
407	165 649	67 419 143	20,1742	7,4108	2,6096	1 279	130 100	0,00246
408	166 464	67 917 312	20,1990	7,4169	2,6107	1 282	130 741	0,00245
409	167 281	68 417 929	20,2237	7,4229	2,6117	1 285	131 382	0,00244
410	168 100	68 921 000	20,2485	7,4290	2,6128	1 288	132 025	0,00244
411	168 921	69 426 531	20,2731	7,4350	2,6138	1 291	132 670	0,00243
412	169 744	69 934 528	20,2978	7,4410	2,6149	1 294	133 317	0,00243
413	170 569	70 444 997	20,3224	7,4470	2,6160	1 298	133 965	0,00242
414	171 396	70 957 944	20,3470	7,4530	2,6170	1 301	134 614	0,00242
415	172 225	71 473 375	20,3715	7,4590	2,6180	1 304	135 265	0,00241
416	173 056	71 991 296	20,3961	7,4650	2,6191	1 307	135 918	0,00240
417	173 889	72 511 713	20,4206	7,4710	2,6201	1 310	136 572	0,00240
418	174 724	73 034 632	20,4450	7,4770	2,6212	1 313	137 228	0,00239
419	175 561	73 560 059	20,4695	7,4829	2,6222	1 316	137 885	0,00239
420	176 400	74 088 000	20,4939	7,4889	2,6232	1 319	138 544	0,00238
421	177 241	74 618 461	20,5183	7,4948	2,6243	1 323	139 205	0,00238
422	178 084	75 151 448	20,5426	7,5007	2,6253	1 326	139 867	0,00237
423	178 929	75 686 967	20,5670	7,5067	2,6263	1 329	140 531	0,00236
424	179 776	76 225 024	20,5913	7,5126	2,6274	1 332	141 196	0,00236
425	180 625	76 765 625	20,6155	7,5185	2,6284	1 335	141 863	0,00235
426	181 476	77 308 776	20,6398	7,5244	2,6294	1 338	142 531	0,00235
427	182 329	77 854 483	20,6640	7,5302	2,6304	1 342	143 201	0,00234
428	183 184	78 402 752	20,6882	7,5361	2,6314	1 345	143 872	0,00234
429	184 041	78 953 589	20,7123	7,5420	2,6325	1 348	144 545	0,00233
430	184 900	79 507 000	20,7364	7,5478	2,6335	1 351	145 220	0,00233
431	185 761	80 062 991	20,7605	7,5537	2,6345	1 354	145 896	0,00232
432	186 624	80 621 568	20,7846	7,5595	2,6355	1 357	146 574	0,00231
433	187 489	81 182 737	20,8087	7,5654	2,6365	1 360	147 254	0,00231
434	188 356	81 746 504	20,8327	7,5712	2,6375	1 364	147 934	0,00230
435	189 225	82 312 875	20,8567	7,5770	2,6385	1 367	148 617	0,00230
436	190 096	82 881 856	20,8806	7,5828	2,6395	1 370	149 301	0,00229
437	190 969	83 453 453	20,9045	7,5886	2,6405	1 373	149 987	0,00229
438	191 844	84 027 672	20,9284	7,5944	2,6415	1 376	150 674	0,00228
439	192 721	84 604 519	20,9523	7,6001	2,6425	1 379	151 363	0,00228
440	193 600	85 184 000	20,9762	7,6059	2,6435	1 382	152 053	0,00227

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
441	194 481	85 766 121	21,0000	7,6117	2,6444	1 385	152 745	0,00227
442	195 364	86 350 888	21,0238	7,6174	2,6454	1 389	153 439	0,00226
443	196 249	86 938 307	21,0476	7,6232	2,6464	1 392	154 134	0,00226
444	197 136	87 528 384	21,0713	7,6289	2,6474	1 395	154 830	0,00225
445	198 025	88 121 125	21,0950	7,6346	2,6484	1 398	155 528	0,00225
446	198 916	88 716 536	21,1187	7,6403	2,6493	1 401	156 228	0,00224
447	199 809	89 314 623	21,1424	7,6460	2,6503	1 404	156 930	0,00224
448	200 704	89 915 392	21,1660	7,6517	2,6513	1 407	157 633	0,00223
449	201 601	90 518 849	21,1896	7,6574	2,6522	1 411	158 337	0,00223
450	202 500	91 125 000	21,2132	7,6631	2,6532	1 414	159 043	0,00222
451	203 401	91 733 851	21,2368	7,6688	2,6542	1 417	159 751	0,00222
452	204 304	92 345 408	21,2603	7,6744	2,6551	1 420	160 460	0,00221
453	205 209	92 959 677	21,2838	7,6801	2,6561	1 423	161 171	0,00221
454	206 116	93 576 664	21,3073	7,6857	2,6571	1 426	161 883	0,00220
455	207 025	94 196 375	21,3307	7,6914	2,6580	1 429	162 597	0,00220
456	207 936	94 818 816	21,3542	7,6970	2,6590	1 433	163 313	0,00219
457	208 849	95 443 993	21,3776	7,7026	2,6599	1 436	164 030	0,00219
458	209 764	96 071 912	21,4009	7,7082	2,6609	1 439	164 748	0,00218
459	210 681	96 702 579	21,4243	7,7138	2,6618	1 442	165 468	0,00218
460	211 600	97 336 000	21,4476	7,7194	2,6628	1 445	166 190	0,00217
461	212 521	97 972 181	21,4709	7,7250	2,6637	1 448	166 914	0,00217
462	213 444	98 611 128	21,4942	7,7306	2,6646	1 451	167 639	0,00216
463	214 369	99 252 847	21,5174	7,7362	2,6656	1 455	168 365	0,00216
464	215 296	99 897 344	21,5407	7,7418	2,6665	1 458	169 093	0,00216
465	216 225	100 544 625	21,5639	7,7473	2,6675	1 461	169 823	0,00215
466	217 156	101 194 696	21,5870	7,7529	2,6684	1 464	170 554	0,00215
467	218 089	101 847 563	21,6102	7,7584	2,6693	1 467	171 287	0,00214
468	219 024	102 503 232	21,6333	7,7639	2,6702	1 470	172 021	0,00214
469	219 961	103 161 709	21,6564	7,7695	2,6712	1 473	172 757	0,00213
470	220 900	103 823 000	21,6795	7,7750	2,6721	1 477	173 494	0,00213
471	221 841	104 487 111	21,7025	7,7805	2,6730	1 480	174 234	0,00212
472	222 784	105 154 048	21,7256	7,7860	2,6739	1 483	174 974	0,00212
473	223 729	105 823 817	21,7486	7,7915	2,6749	1 486	175 716	0,00211
474	224 676	106 496 424	21,7715	7,7970	2,6758	1 489	176 460	0,00211
475	225 625	107 171 875	21,7945	7,8025	2,6767	1 492	177 205	0,00211
476	226 576	107 850 176	21,8174	7,8079	2,6776	1 495	177 952	0,00210
477	227 529	108 531 333	21,8403	7,8134	2,6785	1 499	178 701	0,00210
478	228 484	109 215 352	21,8632	7,8188	2,6794	1 502	179 451	0,00209
479	229 441	109 902 239	21,8861	7,8243	2,6803	1 505	180 203	0,00209
480	230 400	110 592 000	21,9089	7,8297	2,6812	1 508	180 956	0,00208

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
481	231 361	111 284 641	21,9317	7,8352	2,6821	1 511	181 711	0,00208
482	232 324	111 980 168	21,9545	7,8406	2,6830	1 514	182 467	0,00207
483	233 289	112 678 587	21,9773	7,8460	2,6839	1 517	183 225	0,00207
484	234 256	113 379 904	22,0000	7,8514	2,6848	1 521	183 984	0,00207
485	235 225	114 084 125	22,0227	7,8568	2,6857	1 524	184 745	0,00206
486	236 196	114 791 256	22,0454	7,8622	2,6866	1 527	185 508	0,00206
487	237 169	115 501 303	22,0681	7,8676	2,6875	1 530	186 272	0,00205
488	238 144	116 214 272	22,0907	7,8730	2,6884	1 533	187 038	0,00205
489	239 121	116 930 169	22,1133	7,8784	2,6893	1 536	187 805	0,00204
490	240 100	117 649 000	22,1359	7,8837	2,6902	1 539	188 574	0,00204
491	241 081	118 370 771	22,1585	7,8891	2,6911	1 543	189 345	0,00204
492	242 064	119 095 488	22,1811	7,8944	2,6920	1 546	190 117	0,00203
493	243 049	119 823 157	22,2036	7,8998	2,6928	1 549	190 890	0,00203
494	244 036	120 553 784	22,2261	7,9051	2,6937	1 552	191 665	0,00202
495	245 025	121 287 375	22,2486	7,9105	2,6946	1 555	192 442	0,00202
496	246 016	122 023 936	22,2711	7,9158	2,6955	1 558	193 221	0,00202
497	247 009	122 763 473	22,2935	7,9211	2,6964	1 561	194 000	0,00201
498	248 004	123 505 992	22,3159	7,9264	2,6972	1 565	194 782	0,00201
499	249 001	124 251 499	22,3383	7,9317	2,6981	1 568	195 565	0,00200
500	250 000	125 000 000	22,3607	7,9370	2,6990	1 571	196 350	0,00200
501	251 001	125 751 501	22,3830	7,9423	2,6998	1 574	197 136	0,00200
502	252 004	126 506 008	22,4054	7,9476	2,7007	1 577	197 923	0,00199
503	253 009	127 263 527	22,4277	7,9528	2,7016	1 580	198 713	0,00199
504	254 016	128 024 064	22,4499	7,9581	2,7024	1 583	199 504	0,00198
505	255 025	128 787 625	22,4722	7,9634	2,7033	1 587	200 296	0,00198
506	256 036	129 554 216	22,4944	7,9686	2,7042	1 590	201 090	0,00198
507	257 049	130 323 843	22,5167	7,9739	2,7050	1 593	201 886	0,00197
508	258 064	131 096 512	22,5389	7,9791	2,7059	1 596	202 683	0,00197
509	259 081	131 872 229	22,5610	7,9843	2,7067	1 599	203 482	0,00196
510	260 100	132 651 000	22,5832	7,9896	2,7076	1 602	204 282	0,00196
511	261 121	133 432 831	22,6053	7,9948	2,7084	1 605	205 084	0,00196
512	262 144	134 217 728	22,6274	8,0000	2,7093	1 608	205 887	0,00195
513	263 169	135 005 697	22,6495	8,0052	2,7101	1 612	206 692	0,00195
514	264 196	135 796 744	22,6716	8,0104	2,7110	1 615	207 499	0,00195
515	265 225	136 590 875	22,6936	8,0156	2,7118	1 618	208 307	0,00194
516	266 256	137 388 096	22,7156	8,0208	2,7126	1 621	209 117	0,00194
517	267 289	138 188 413	22,7376	8,0260	2,7135	1 624	209 928	0,00193
518	268 324	138 991 832	22,7596	8,0311	2,7143	1 627	210 741	0,00193
519	269 361	139 798 359	22,7816	8,0363	2,7152	1 631	211 556	0,00193
520	270 400	140 608 000	22,8035	8,0415	2,7160	1 634	212 372	0,00192

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
521	271 441	141 420 761	22,8254	8,0466	2,7168	1 637	213 189	0,00192
522	272 484	142 236 648	22,8473	8,0517	2,7177	1 640	214 008	0,00192
523	273 529	143 055 667	22,8692	8,0569	2,7185	1 643	214 829	0,00191
524	274 576	143 877 824	22,8910	8,0620	2,7193	1 646	215 651	0,00191
525	275 625	144 703 125	22,9129	8,0671	2,7202	1 649	216 475	0,00190
526	276 676	145 531 576	22,9347	8,0723	2,7210	1 652	217 301	0,00190
527	277 729	146 363 183	22,9565	8,0774	2,7218	1 656	218 128	0,00190
528	278 784	147 197 952	22,9783	8,0825	2,7226	1 659	218 956	0,00189
529	279 841	148 035 889	23,0000	8,0876	2,7235	1 662	219 787	0,00189
530	280 900	148 877 000	23,0217	8,0927	2,7243	1 665	220 618	0,00189
531	281 961	149 721 291	23,0434	8,0978	2,7251	1 668	221 452	0,00188
532	283 024	150 568 768	23,0651	8,1028	2,7259	1 671	222 287	0,00188
533	284 089	151 419 437	23,0868	8,1079	2,7267	1 674	223 123	0,00188
534	285 156	152 273 304	23,1084	8,1130	2,7275	1 678	223 961	0,00187
535	286 225	153 130 375	23,1301	8,1180	2,7284	1 681	224 801	0 00187
536	287 296	153 990 656	23,1517	8,1231	2,7292	1 684	225 642	0,00187
537	288 369	154 854 153	23,1733	8,1281	2,7300	1 687	226 484	0,00186
538	289 444	155 720 872	23,1948	8,1332	2,7308	1 690	227 329	0,00186
539	290 521	156 590 819	23,2164	8,1382	2,7316	1 693	228 175	0,00186
540	291 600	157 464 000	23,2379	8,1433	2,7324	1 697	229 022	0,00185
541	292 681	158 340 421	23,2594	8,1483	2,7332	1 700	229 871	0,00185
542	293 764	159 220 088	23,2809	8,1533	2,7340	1 703	230 722	0,00185
543	294 849	160 103 007	23,3024	8,1583	2,7348	1 706	231 574	0,00184
544	295 936	160 989 184	23,3238	8,1633	2,7356	1 709	232 428	0,00184
545	297 025	161 878 625	23,3452	8,1683	2,7364	1 712	233 283	0,00183
546	298 116	162 771 336	23,3666	8,1733	2,7372	1 715	234 140	0,00183
547	299 209	163 667 323	23,3880	8,1783	2,7380	1 718	234 998	0,00183
548	300 304	164 566 592	23,4094	8,1833	2,7388	1 722	235 858	0,00182
549	301 401	165 469 149	23,4307	8,1882	2,7396	1 725	236 720	0,00182
550	302 500	166 375 000	23,4521	8,1932	2,7404	1 728	237 583	0,00182
551	303 601	167 284 151	23,4734	8,1982	2,7412	1 731	238 448	0,00181
552	304 704	168 196 608	23,4947	8,2031	2,7419	1 734	239 314	0,00181
553	305 809	169 112 377	23,5160	8,2081	2,7427	1 737	240 182	0,00181
554	306 916	170 031 464	23,5372	8,2130	2,7435	1 740	241 051	0,00181
555	308 025	170 953 875	23,5584	8,2180	2,7443	1 744	241 922	0,00180
556	309 136	171 879 616	23,5797	8,2229	2,7451	1 747	242 795	0,00180
557	310 249	172 808 693	23,6008	8,2278	2,7459	1 750	243 669	0,00180
558	311 364	173 741 112	23,6220	8,2327	2,7466	1 753	244 545	0,00179
559	312 481	174 676 879	23,6432	8,2377	2,7474	1 756	245 422	0,00179
560	313 600	175 616 000	23,6643	8,2426	2,7482	1 759	246 301	0,00179

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
561	314 721	176 558 481	23,6854	8,2475	2,7490	1 762	247 181	0,00178
562	315 844	177 504 328	23,7065	8,2524	2,7497	1 766	248 063	0,00178
563	316 969	178 453 547	23,7276	8,2573	2,7505	1 769	248 947	0,00178
564	318 096	179 406 144	23,7487	8,2621	2,7513	1 772	249 832	0,00177
565	319 225	180 362 125	23,7697	8,2670	2,7520	1 775	255 719	0,00177
566	320 356	181 321 496	23,7908	8,2719	2,7528	1 778	251 607	0,00177
567	321 489	182 284 263	23,8118	8,2768	2,7536	1 781	252 497	0,00176
568	322 624	183 250 432	23,8328	8,2816	2,7543	1 784	253 388	0,00176
569	323 761	184 220 009	23,8537	8,2865	2,7551	1 788	254 281	0,00176
570	324 900	185 193 000	23,8747	8,2913	2,7559	1 791	255 176	0,00175
571	326 041	186 169 411	23,8956	8,2962	2,7566	1 794	256 072	0,00175
572	327 184	187 149 248	23,9165	8,3010	2,7574	1 797	256 970	0,00175
573	328 329	188 132 517	23,9374	8,3059	2,7582	1 800	257 869	0,00175
574	329 476	189 119 224	23,9583	8,3107	2,7589	1 803	258 770	0,00174
575	330 625	190 109 375	23,9792	8,3155	2,7597	1 806	259 672	0,00174
576	331 776	191 102 976	24,0000	8,3203	2,7604	1 810	260 576	0,00174
577	332 929	192 100 033	24,0208	8,3251	2,7612	1 813	261 482	0,00173
578	334 084	193 100 552	24,0416	8,3300	2,7619	1 816	262 389	0,00173
579	335 241	194 104 539	24,0624	8,3348	2,7627	1 819	263 298	0,00173
580	336 400	195 112 000	24,0832	8,3396	2,7634	1 822	264 208	0,00172
581	337 561	196 122 941	24,1039	8,3443	2,7642	1 825	265 120	0,00172
582	338 724	197 137 368	24,1247	8,3491	2,7649	1 828	266 033	0,00172
583	339 889	198 155 287	24,1454	8,3539	2,7657	1 832	266 948	0,00172
584	341 056	199 176 704	24,1661	8,3587	2,7664	1 835	267 865	0,00171
585	342 225	200 201 625	24,1868	8,3634	2,7672	1 838	268 783	0,00171
586	343 396	201 230 056	24,2074	8,3682	2,7679	1 841	269 703	0,00171
587	344 569	202 262 003	24,2281	8,3730	2,7686	1 844	270 624	0,00170
588	345 744	203 297 472	24,2487	8,3777	2,7694	1 847	271 547	0,00170
589	346 921	204 336 469	24,2693	8,3825	2,7701	1 850	272 471	0,00170
590	348 100	205 379 000	24,2899	8,3872	2,7709	1 854	273 397	0,00169
591	349 281	206 425 071	24,3105	8,3919	2,7716	1 857	274 325	0,00169
592	350 464	207 474 688	24,3311	8,3967	2,7723	1 860	275 254	0,00169
593	351 649	208 527 857	24,3516	8,4014	2,7731	1 863	276 184	0,00169
594	352 836	209 584 584	24,3721	8,4061	2,7738	1 866	277 117	0,00168
595	354 025	210 644 875	24,3926	8,4108	2,7745	1 869	278 051	0,00168
596	355 216	211 708 736	24,4131	8,4155	2,7752	1 872	278 986	0,00168
597	356 409	212 776 173	24,4336	8,4202	2,7760	1 876	279 923	0,00168
598	357 604	213 847 192	24,4540	8,4249	2,7767	1 879	280 862	0,00167
599	358 801	214 921 799	24,4745	8,4296	2,7774	1 882	281 802	0,00167
600	360 000	216 000 000	24,4949	8,4343	2,7782	1 885	282 743	0,00167

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
601	361 201	217 081 801	24,5153	8,4390	2,7789	1 888	283 687	0,00166
602	362 404	218 167 208	24,5357	8,4437	2,7796	1 891	284 631	0,00166
603	363 609	219 256 227	24,5561	8,4484	2,7803	1 894	285 578	0,00166
604	364 816	220 348 864	24,5764	8,4530	2,7810	1 898	286 526	0,00166
605	366 025	221 445 125	24,5967	8,4577	2,7818	1 901	287 475	0,00165
606	367 236	222 545 016	24,6171	8,4623	2,7825	1 904	288 426	0,00165
607	368 449	223 648 543	24,6374	8,4670	2,7832	1 907	289 379	0,00165
608	369 664	224 755 712	24,6577	8,4716	2,7839	1 910	290 333	0,00164
609	370 881	225 866 529	24,6779	8,4763	2,7846	1 913	291 289	0,00164
610	372 100	226 981 000	24,6982	8,4809	2,7853	1 916	292 247	0,00164
611	373 321	228 099 131	24,7184	8,4856	2,7860	1 920	293 206	0,00164
612	374 544	229 220 928	24,7386	8,4902	2,7868	1 923	294 166	0,00163
613	375 769	230 346 397	24,7588	8,4948	2,7875	1 926	295 128	0,00163
614	376 996	231 475 544	24,7790	8,4994	2,7882	1 929	296 092	0,00163
615	378 225	232 608 375	24,7992	8,5040	2,7889	1 932	297 057	0,00163
616	379 456	233 744 896	24,8193	8,5086	2,7896	1 935	298 024	0,00162
617	380 689	234 885 113	24,8395	8,5132	2,7903	1 938	298 992	0,00162
618	381 924	236 029 032	24,8596	8,5178	2,7910	1 942	299 962	0,00162
619	383 161	237 176 659	24,8797	8,5224	2,7917	1 945	300 934	0,00162
620	384 400	238 328 000	24,8998	8,5270	2,7924	1 948	301 907	0,00161
621	385 641	239 483 061	24,9199	8,5316	2,7931	1 951	302 882	0,00161
622	386 884	240 641 848	24,9399	8,5362	2,7938	1 954	303 858	0,00161
623	388 129	241 804 367	24,9600	8,5408	2,7945	1 957	304 836	0,00161
624	389 376	242 970 624	24,9800	8,5453	2,7952	1 960	305 815	0,00160
625	390 625	244 140 625	25,0000	8,5499	2,7959	1 963	306 796	0,00160
626	391 876	245 314 376	25,0200	8,5544	2,7966	1 967	307 779	0,00160
627	393 129	246 491 883	25,0400	8,5590	2,7973	1 970	308 763	0,00159
628	394 384	247 673 152	25,0599	8,5635	2,7980	1 973	309 748	0,00159
629	395 641	248 858 189	25,0799	8,5681	2,7987	1 976	310 736	0,00159
630	396 900	250 047 000	25,0998	8,5726	2,7993	1 979	311 725	0,00159
631	398 161	251 239 591	25,1197	8,5772	2,8000	1 982	312 715	0,00158
632	399 424	252 435 968	25,1396	8,5817	2,8007	1 985	313 707	0,00158
633	400 689	253 636 137	25,1595	8,5862	2,8014	1 989	314 700	0,00158
634	401 956	254 840 104	25,1794	8,5907	2,8021	1 992	315 696	0,00158
635	403 225	256 047 875	25,1992	8,5952	2,8028	1 995	316 692	0,00157
636	404 496	257 259 456	25,2190	8,5997	2,8035	1 998	317 690	0,00157
637	405 769	258 474 853	25,2389	8,6043	2,8041	2 001	318 690	0,00157
638	407 044	259 694 072	25,2587	8,6088	2,8048	2 004	319 692	0,00157
639	408 321	260 917 119	25,2784	8,6132	2,8055	2 007	320 695	0,00156
640	409 600	262 144 000	25,2982	8,6177	2,8062	2 011	321 699	0,00156

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
641	410 881	263 374 721	25,3180	8,6222	2,8069	2 014	322 705	0,00156
642	412 164	264 609 288	25,3377	8,6267	2,8075	2 017	323 713	0,00156
643	413 449	265 847 707	25,3574	8,6312	2,8082	2 020	324 722	0,00156
644	414 736	267 089 984	25,3772	8,6357	2,8089	2 023	325 733	0,00155
645	416 025	268 336 125	25,3969	8,6401	2,8096	2 026	326 745	0,00155
646	417 316	269 586 136	25,4165	8,6446	2,8102	2 029	327 759	0,00155
647	418 609	270 840 023	25,4362	8,6490	2,8109	2 033	328 775	0,00155
648	419 904	272 097 792	25,4558	8,6535	2,8116	2 036	329 792	0,00154
649	421 201	273 359 449	25,4755	8,6579	2,8122	2 039	330 810	0,00154
650	422 500	274 625 000	25,4951	8,6624	2,8129	2 042	331 831	0,00154
651	423 801	275 894 451	25,5147	8,6668	2,8136	2 045	332 853	0,00154
652	425 104	277 167 808	25,5343	8,6713	2,8142	2 048	333 876	0,00153
653	426 409	278 445 077	25,5539	8,6757	2,8149	2 051	334 901	0,00153
654	427 716	279 726 264	25,5734	8,6801	2,8156	2 055	335 927	0,00153
655	429 025	281 011 375	25,5930	8,6845	2,8162	2 058	336 955	0,00153
656	430 336	282 300 416	25,6125	8,6890	2,8169	2 061	337 985	0,00152
657	431 649	283 593 393	25,6320	8,6934	2,8176	2 064	339 016	0,00152
658	432 964	284 890 312	25,6515	8,6978	2,8182	2 067	340 049	0,00152
659	434 281	286 191 179	25,6710	8,7022	2,8189	2 070	341 083	0,00152
660	435 600	287 496 000	25,6905	8,7066	2,8195	2 073	342 119	0,00152
661	436 921	288 804 781	25,7099	8,7110	2,8202	2 077	343 157	0,00151
662	438 244	290 117 528	25,7294	8,7154	2,8209	2 080	344 196	0,00151
663	439 569	291 434 247	25,7488	8,7198	2,8215	2 083	345 237	0,00151
664	440 896	292 754 944	25,7682	8,7241	2,8222	2 086	346 279	0,00151
665	442 225	294 079 625	25,7876	8,7285	2,8228	2 089	347 323	0,00150
666	443 556	295 408 296	25,8070	8,7329	2,8235	2 092	348 368	0,00150
667	444 889	296 740 963	25,8263	8,7373	2,8241	2 095	349 415	0,00150
668	446 224	298 077 632	25,8457	8,7416	2,8248	2 099	350 464	0,00150
669	447 561	299 418 309	25,8650	8,7460	2,8254	2 102	351 514	0,00149
670	448 900	300 763 000	25,8844	8,7503	2,8261	2 105	352 565	0,00149
671	450 241	302 111 711	25,9037	8,7547	2,8267	2 108	353 618	0,00149
672	451 584	303 464 448	25,9230	8,7590	2,8274	2 111	354 673	0,00149
673	452 929	304 821 217	25,9422	8,7634	2,8280	2 114	355 730	0,00149
674	454 276	306 182 024	25,9615	8,7677	2,8287	2 117	356 788	0,00148
675	455 625	307 546 875	25,9808	8,7721	2,8293	2 121	357 847	0,00148
676	456 976	308 915 776	26,0000	8,7764	2,8299	2 124	358 908	0,00148
677	458 329	310 288 733	26,0192	8,7807	2,8306	2 127	359 971	0,00148
678	459 684	311 665 752	26,0384	8,7850	2,8312	2 130	361 035	0,00147
679	461 041	313 046 839	26,0576	8,7893	2,8319	2 133	362 101	0,00147
680	462 400	314 432 000	26,0768	8,7937	2,8325	2 136	363 168	0,00147

5 Зак. 3665. С. Н. Ванков.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
681	463 761	315 821 241	26,0960	8,7980	2,8331	2 139	364 237	0,00147
682	465 124	317 214 568	26,1151	8,8023	2,8338	2 143	365 308	0,00147
683	466 489	318 611 987	26,1343	8,8066	2,8344	2 146	366 380	0,00146
684	467 856	320 013 504	26,1534	8,8109	2,8351	2 149	367 453	0,00146
685	469 225	321 419 125	26,1725	8,8152	2,8357	2 152	368 528	0,00146
686	470 596	322 828 856	26,1916	8,8194	2,8363	2 155	369 605	0,00146
687	471 969	324 242 703	26,2107	8,8237	2,8370	2 158	370 684	0,00146
688	473 344	325 660 672	26,2298	8,8280	2,8376	2 161	371 764	0,00145
689	474 721	327 082 769	26,2488	8,8323	2,8382	2 165	372 845	0,00145
690	476 100	328 509 000	26,2679	8,8366	2,8388	2 168	373 928	0,00145
691	477 481	329 939 371	26,2869	8,8408	2,8395	2 171	375 013	0,00145
692	478 864	331 373 888	26,3059	8,8451	2,8401	2 174	376 099	0,00145
693	480 249	332 812 557	26,3249	8,8493	2,8407	2 177	377 187	0,00144
694	481 636	334 255 384	26,3439	8,8536	2,8414	2 180	378 276	0,00144
695	483 025	335 702 375	26,3629	8,8578	2,8420	2 183	379 367	0,00144
696	484 416	337 153 536	26,3818	8,8621	2,8426	2 187	380 459	0,00144
697	485 809	338 608 873	26,4008	8,8663	2,8432	2 190	381 553	0,00143
698	487 204	340 068 392	26,4197	8,8706	2,8439	2 193	382 649	0,00143
699	488 601	341 532 099	26,4386	8,8748	2,8445	2 196	383 746	0,00143
700	490 000	343 000 000	26,4575	8,8790	2,8451	2 199	384 845	0,00143
701	491 401	344 472 101	26,4764	8,8833	2,8457	2 202	385 945	0,00143
702	492 804	345 948 408	26,4953	8,8875	2,8463	2 205	387 047	0,00142
703	494 209	347 428 927	26,5141	8,8917	2,8470	2 209	388 151	0,00142
704	495 616	348 913 664	26,5330	8,8959	2,8476	2 212	389 256	0,00142
705	497 025	350 402 625	26,5518	8,9001	2,8482	2 215	390 363	0,00142
706	498 436	351 895 816	26,5707	8,9043	2,8488	2 218	391 471	0,00142
707	499 849	353 393 243	26,5895	8,9085	2,8494	2 221	392 580	0,00141
708	501 264	354 894 912	26,6083	8,9127	2,8500	2 224	393 692	0,00141
709	502 681	356 400 829	26,6271	8,9169	2,8506	2 227	394 805	0,00141
710	504 100	357 911 000	26,6458	8,9211	2,8513	2 231	395 919	0,00141
711	505 521	359 425 431	26,6646	8,9253	2,8519	2 234	397 035	0,00141
712	506 944	360 944 128	26,6833	8,9295	2,8525	2 237	398 153	0,00140
713	508 369	362 467 097	26,7021	8,9337	2,8531	2 240	399 272	0,00140
714	509 796	363 994 344	26,7208	8,9378	2,8537	2 243	400 393	0,00140
715	511 225	365 525 875	26,7395	8,9420	2,8543	2 246	401 515	0,00140
716	512 656	367 061 696	26,7582	8,9462	2,8549	2 249	402 639	0,00140
717	514 089	368 601 813	26,7769	8,9503	2,8555	2 253	403 765	0,00139
718	515 524	370 146 232	26,7955	8,9545	2,8561	2 256	404 892	0,00139
719	516 961	371 694 959	26,8142	8,9587	2,8567	2 259	406 020	0,00139
720	518 400	373 248 000	26,8328	8,9628	2,8573	2 262	407 150	0,00139

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
721	519 841	374 805 361	26,8514	8,9670	2,8579	2 265	408 282	0,00139
722	521 284	376 367 048	26,8701	8,9711	2,8585	2 268	409 415	0,00139
723	522 729	377 933 067	26,8887	8,9752	2,8591	2 271	410 550	0,00138
724	524 176	379 503 424	26,9072	8,9794	2,8597	2 275	411 687	0,00138
725	525 625	381 078 125	26,9258	8,9835	2,8603	2 278	412 825	0,00138
726	527 076	382 657 176	26,9444	8,9876	2,8609	2 281	413 965	0,00138
727	528 529	384 240 583	26,9629	8,9918	2,8615	2 284	415 106	0,00138
728	529 984	385 828 352	26,9815	8,9959	2,8621	2 287	416 248	0,00137
729	531 441	387 420 489	27,0000	9,0000	2,8627	2 290	417 393	0,00137
730	532 900	389 017 000	27,0185	9,0041	2,8633	2 293	418 539	0,00137
731	534 361	390 617 891	27,0370	9,0082	2,8639	2 297	419 686	0,00137
732	535 824	392 223 168	27,0555	9,0123	2,8645	2 300	420 835	0,00137
733	537 289	393 832 837	27,0740	9,0164	2,8651	2 303	421 986	0,00136
734	538 756	395 446 904	27,0924	9,0205	2,8657	2 306	423 138	0,00136
735	540 225	397 065 375	27,1109	9,0246	2,8663	2 309	424 292	0,00136
736	541 696	398 688 256	27,1293	9,0287	2,8669	2 312	425 447	0,00136
737	543 169	400 315 553	27,1477	9,0328	2,8675	2 315	426 604	0,00136
738	544 644	401 947 272	27,1662	9,0369	2,8681	2 319	427 762	0,00136
739	546 121	403 583 419	27,1846	9,0410	2,8686	2 322	428 922	0,00135
740	547 600	405 224 000	27,2029	9,0450	2,8692	2 325	430 084	0,00135
741	549 081	406 869 021	27,2213	9,0491	2,8698	2 328	431 247	0,00135
742	550 564	408 518 488	27,2397	9,0532	2,8704	2 331	432 412	0,00135
743	552 049	410 172 407	27,2580	9,0572	2,8710	2 334	433 578	0,00135
744	553 536	411 830 784	27,2764	9,0613	2,8716	2 337	434 746	0,00134
745	555 025	413 493 625	27,2947	9,0654	2,8722	2 340	435 916	0,00134
746	556 516	415 160 936	27,3130	9,0694	2,8727	2 344	437 087	0,00134
747	558 009	416 832 723	27,3313	9,0735	2,8733	2 347	438 259	0,00134
748	559 504	418 508 992	27,3496	9,0775	2,8739	2 350	439 433	0,00134
749	561 001	420 189 749	27,3679	9,0816	2,8745	2 353	440 609	0,00134
750	562 500	421 875 000	27,3861	9,0856	2,8751	2 356	441 786	0,00133
751	564 001	423 564 751	27,4044	9,0896	2,8756	2 359	442 965	0,00133
752	565 504	425 259 008	27,4226	9,0937	2,8762	2 362	444 146	0,00133
753	567 009	426 957 777	27,4408	9,0977	2,8768	2 366	445 328	0,00133
754	568 516	428 661 064	27,4591	9,1017	2,8774	2 369	446 511	0,00133
755	570 025	430 368 875	27,4773	9,1057	2,8779	2 372	447 697	0,00132
756	571 536	432 081 216	27,4955	9,1098	2,8785	2 375	448 883	0,00132
757	573 049	433 798 093	27,5136	9,1138	2,8791	2 378	450 072	0,00132
758	574 564	435 519 512	27,5318	9,1178	2,8797	2 381	451 262	0,00132
759	576 081	437 245 479	27,5500	9,1218	2,8802	2 384	452 453	0,00132
760	577 600	438 976 000	27,5681	9,1258	2,8808	2 388	453 646	0,00132

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
761	579 121	440 711 081	27,5862	9,1298	2,8814	2 391	454 841	0,00131
762	580 644	442 450 728	27,6043	9,1338	2,8820	2 394	456 037	0,00131
763	582 169	444 194 947	27,6225	9,1378	2,8825	2 397	457 234	0,00131
764	583 696	445 943 744	27,6405	9,1418	2,8831	2 400	458 434	0,00131
765	585 225	447 697 125	27,6586	9,1458	2,8837	2 403	459 635	0,00131
766	586 756	449 455 096	27,6767	9,1498	2,8842	2 406	460 837	0,00131
767	588 289	451 217 663	27,6948	9,1537	2,8848	2 410	462 041	0,00130
768	589 824	452 984 832	27,7128	9,1577	2,8854	2 413	463 247	0,00130
769	591 361	454 756 609	27,7308	9,1617	2,8859	2 416	464 454	0,00130
770	592 900	456 533 000	27,7489	9,1657	2,8865	2 419	465 663	0,00130
771	594 441	458 314 011	27,7669	9,1696	2,8871	2 423	466 873	0,00130
772	595 984	460 099 648	27,7849	9,1736	2,8876	2 425	468 085	0,00130
773	597 529	461 889 917	27,8029	9,1775	2,8882	2 428	469 298	0,00129
774	599 076	463 684 824	27,8209	9,1815	2,8887	2 432	470 513	0,00129
775	600 625	465 484 375	27,8388	9,1855	2,8893	2 435	471 730	0,00129
776	602 176	467 288 576	27,8568	9,1894	2,8899	2 438	472 948	0,00129
777	603 729	469 097 433	27,8747	9,1933	2,8904	2 441	474 168	0,00129
778	605 284	470 910 952	27,8927	9,1973	2,8910	2 444	475 389	0,00129
779	606 841	472 729 139	27,9106	9,2012	2,8915	2 447	476 612	0,00128
780	608 400	474 552 000	27,9285	9,2052	2,8921	2 450	477 836	0,00128
781	609 961	476 379 541	27,9464	9,2091	2,8927	2 454	479 062	0,00128
782	611 524	478 211 768	27,9643	9,2130	2,8932	2 457	480 290	0,00128
783	613 089	480 048 687	27,9821	9,2170	2,8938	2 460	481 519	0,00128
784	614 656	481 890 304	28,0000	9,2209	2,8943	2 463	482 750	0,00128
785	616 225	483 736 625	28,0179	9,2248	2,8949	2 466	483 982	0,00127
786	617 796	485 587 656	28,0357	9,2287	2,8954	2 469	485 216	0,00127
787	619 369	487 443 403	28,0535	9,2326	2,8960	2 472	486 451	0,00127
788	620 944	489 303 872	28,0713	9,2365	2,8965	2 476	487 688	0,00127
789	622 521	491 169 069	28,0891	9,2404	2,8971	2 479	488 927	0,00127
790	624 100	493 039 000	28,1069	9,2443	2,8976	2 482	490 167	0,00127
791	625 681	494 913 671	28,1247	9,2482	2,8982	2 485	491 409	0,00126
792	627 264	496 793 088	28,1425	9,2521	2,8987	2 488	492 652	0,00126
793	628 849	498 677 257	28,1603	9,2560	2,8993	2 491	493 897	0,00126
794	630 436	500 566 184	28,1780	9,2599	2,8998	2 494	495 143	0,00126
795	632 025	502 459 875	28,1957	9,2638	2,9004	2 498	496 391	0,00126
796	633 616	504 358 336	28,2135	9,2677	2,9009	2 501	497 641	0,00126
797	635 209	506 261 573	28,2312	9,2716	2,9015	2 504	498 892	0,00125
798	636 804	508 169 592	28,2489	9,2754	2,9020	2 507	500 145	0,00125
799	638 401	510 082 399	28,2666	9,2793	2,9025	2 510	501 399	0,00125
800	640 000	512 000 000	28,2843	9,2832	2,9031	2 513	502 655	0,00125

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
801	641 601	513 922 401	28,3019	9,2870	2,9036	2 516	503 912	0,00125
802	643 204	515 849 608	28,3196	9,2909	2,9042	2 520	505 171	0,00125
803	644 809	517 781 627	28,3373	9,2948	2,9047	2 523	506 432	0,00125
804	646 416	519 718 464	28,3549	9,2986	2,9053	2 526	507 694	0,00124
805	648 025	521 660 125	28,3725	9,3025	2,9058	2 529	508 958	0,00124
806	649 636	523 606 616	28,3901	9,3063	2,9063	2 532	510 223	0,00124
807	651 249	525 557 943	28,4077	9,3102	2,9069	2 535	511 490	0,00124
808	652 864	527 514 112	28,4253	9,3140	2,9074	2 538	512 758	0,00124
809	654 481	529 475 129	28,4429	9,3179	2,9079	2 542	514 028	0,00124
810	656 100	531 441 000	28,4605	9,3217	2,9085	2 545	515 300	0,00123
811	657 721	533 411 731	28,4781	9,3255	2,9090	2 548	516 573	0,00123
812	659 344	535 387 328	28,4956	9,3294	2,9096	2 551	517 848	0,00123
813	660 969	537 367 797	28,5132	9,3332	2,9101	2 554	519 124	0,00123
814	662 596	539 353 144	28,5307	9,3370	2,9106	2 557	520 402	0,00123
815	664 225	541 343 375	28,5482	9,3408	2,9112	2 560	521 681	0,00123
816	665 856	543 338 496	28,5657	9,3447	2,9117	2 564	522 962	0,00123
817	667 489	545 338 513	28,5832	9,3485	2,9122	2 567	524 245	0,00122
818	669 124	547 343 432	28,6007	9,3523	2,9128	2 570	525 529	0,00122
819	670 761	549 353 259	28,6182	9,3561	2,9133	2 573	526 814	0,00122
820	672 400	551 368 000	28,6356	9,3599	2,9138	2 576	528 102	0,00122
821	674 041	553 387 661	28,6531	9,3637	2,9143	2 579	529 391	0,00122
822	675 684	555 412 248	28,6705	9,3675	2,9149	2 582	530 681	0,00122
823	677 329	557 441 767	28,6880	9,3713	2,9154	2 586	531 973	0,00122
824	678 976	559 476 224	28,7054	9,3751	2,9159	2 589	533 267	0,00121
825	680 625	561 515 625	28,7228	9,3789	2,9165	2 592	534 562	0,00121
826	682 276	563 559 976	28,7402	9,3827	2,9170	2 595	535 858	0,00121
827	683 929	565 609 283	28,7576	9,3865	2,9175	2 598	537 157	0,00121
828	685 584	567 663 552	28,7750	9,3902	2,9180	2 601	538 456	0,00121
829	687 241	569 722 789	28,7924	9,3940	2,9186	2 604	539 758	0,00121
830	688 900	571 787 000	28,8097	9,3978	2,9191	2 608	541 061	0,00120
831	690 561	573 856 191	28,8271	9,4016	2,9196	2 611	542 365	0,00120
832	692 224	575 930 368	28,8444	9,4053	2,9201	2 614	543 671	0,00120
833	693 889	578 009 537	28,8617	9,4091	2,9206	2 617	544 979	0,00120
834	695 556	580 093 704	28,8791	9,4129	2,9212	2 620	546 288	0,00120
835	697 225	582 182 875	28,8964	9,4166	2,9217	2 623	547 599	0,00120
836	698 896	584 277 056	28,9137	9,4204	2,9222	2 626	548 912	0,00120
837	700 569	586 376 253	28,9310	9,4241	2,9227	2 630	550 226	0,00119
838	702 244	588 480 472	28,9482	9,4279	2,9232	2 633	551 541	0,00119
839	703 921	590 589 719	28,9655	9,4316	2,9238	2 636	552 858	0,00119
840	705 600	592 704 000	28,9828	9,4354	2,9243	2 639	554 177	0,00119

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
841	707 281	594 823 321	29,0000	9,4391	2,9248	2 642	555 497	0,00119
842	708 964	596 947 688	29,0172	9,4429	2,9253	2 645	556 819	0,00119
843	710 649	599 077 107	29,0345	9,4466	2,9258	2 648	558 142	0,00119
844	712 336	601 211 584	29,0517	9,4503	2,9263	2 652	559 467	0,00118
845	714 025	603 351 125	29,0689	9,4541	2,9269	2 655	560 794	0,00118
846	715 716	605 495 736	29,0861	9,4578	2,9274	2 658	562 122	0,00118
847	717 409	607 645 423	29,1033	9,4615	2,9279	2 661	563 452	0,00118
848	719 104	609 800 192	29,1204	9,4652	2,9284	2 664	564 783	0,00118
849	720 801	611 960 049	29,1376	9,4690	2,9289	2 667	566 116	0,00118
850	722 500	614 125 000	29,1548	9,4727	2,9294	2 670	567 450	0,00118
851	724 201	616 295 051	29,1719	9,4764	2,9299	2 674	568 786	0,00118
852	725 904	618 470 208	29,1890	9,4801	2,9304	2 677	570 124	0,00117
853	727 609	620 650 477	29,2062	9,4838	2,9309	2 680	571 463	0,00117
854	729 316	622 835 864	29,2233	9,4875	2,9315	2 683	572 803	0,00117
855	731 025	625 026 375	29,2404	9,4912	2,9320	2 686	574 146	0,00117
856	732 736	627 222 016	29,2575	9,4949	2,9325	2 689	575 490	0,00117
857	734 449	629 422 793	29,2746	9,4986	2,9330	2 692	576 835	0,00117
858	736 164	631 628 712	29,2916	9,5023	2,9335	2 695	578 182	0,00117
859	737 881	633 839 779	29,3087	9,5060	2,9340	2 699	579 530	0,00116
860	739 600	636 056 000	29,3258	9,5097	2,9345	2 702	580 880	0,00116
861	741 321	638 277 381	29,3428	9,5134	2,9350	2 705	582 232	0,00116
862	743 044	640 503 928	29,3598	9,5171	2,9355	2 708	583 585	0,00116
863	744 769	642 735 647	29,3769	9,5207	2,9360	2 711	584 940	0,00116
864	746 496	644 972 544	29,3939	9,5244	2,9365	2 714	586 297	0,00116
865	748 225	647 214 625	29,4109	9,5281	2,9370	2 717	587 655	0,00116
866	749 956	649 461 896	29,4279	9,5317	2,9375	2 721	589 014	0,00115
867	751 689	651 714 363	29,4449	9,5354	2,9380	2 724	590 375	0,00115
868	753 424	653 972 032	29,4618	9,5391	2,9385	2 727	591 738	0,00115
869	755 161	656 234 909	29,4788	9,5427	2,9390	2 730	593 102	0,00115
870	756 900	658 503 000	29,4958	9,5464	2,9395	2 733	594 468	0,00115
871	758 641	660 776 311	29,5127	9,5501	2,9400	2 736	595 835	0,00115
872	760 384	663 054 848	29,5296	9,5537	2,9405	2 739	597 204	0,00115
873	762 129	665 338 617	29,5466	9,5574	2,9410	2 743	598 575	0,00115
874	763 876	667 627 624	29,5635	9,5610	2,9415	2 746	599 947	0,00114
875	765 625	669 921 875	29,5804	9,5647	2,9420	2 749	601 320	0,00114
876	767 376	672 221 376	29,5973	9,5683	2,9425	2 752	602 696	0,00114
877	769 129	674 526 133	29,6142	9,5719	2,9430	2 755	604 073	0,00114
878	770 884	676 836 152	29,6311	9,5756	2,9435	2 758	605 451	0,00114
879	772 641	679 151 439	29,6479	9,5792	2,9440	2 761	606 831	0,00114
880	774 400	681 472 000	29,6648	9,5828	2,9445	2 765	608 212	0,00114

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
881	776 161	683 797 841	29,6816	9,5865	2,9450	2 768	609 595	0,00114
882	777 924	686 128 968	29,6985	9,5901	2,9455	2 771	610 980	0,00113
883	779 689	688 465 387	29,7153	9,5937	2,9460	2 774	612 366	0,00113
884	781 456	690 807 104	29,7321	9,5973	2,9465	2 777	613 754	0,00113
885	783 225	693 154 125	29,7489	9,6010	2,9469	2 780	615 143	0,00113
886	784 996	695 506 456	29,7658	9,6046	2,9474	2 784	616 534	0,00113
887	786 769	697 864 103	29,7825	9,6082	2,9479	2 787	617 927	0,00113
888	788 544	700 227 072	29,7993	9,6118	2,9484	2 790	619 321	0,00113
889	790 321	702 595 369	29,8161	9,6154	2,9489	2 793	620 717	0,00112
890	792 100	704 969 000	29,8329	9,6190	2,9494	2 796	622 114	0,00112
891	793 881	707 347 971	29,8496	9,6226	2,9499	2 799	623 513	0,00112
892	795 664	709 732 288	29,8664	9,6262	2,9504	2 802	624 913	0,00112
893	797 449	712 121 957	29,8831	9,6298	2,9509	2 805	626 315	0,00112
894	799 236	714 516 984	29,8998	9,6334	2,9513	2 809	627 718	0,00112
895	801 025	716 917 375	29,9166	9,6370	2,9518	2 812	629 124	0,00112
896	802 816	719 323 136	29,9333	9,6406	2,9523	2 815	630 530	0,00112
897	804 609	721 734 273	29,9500	9,6442	2,9528	2 818	631 938	0,00111
898	806 404	724 150 792	29,9666	9,6477	2,9533	2 821	633 348	0,00111
899	808 201	726 572 699	29,9833	9,6513	2,9538	2 824	634 760	0,00111
900	810 000	729 000 000	30,0000	9,6549	2,9542	2 827	636 173	0,00111
901	811 801	731 432 701	30,0167	9,6585	2,9547	2 831	637 587	0,00111
902	813 604	733 870 808	30,0333	9,6620	2,9552	2 834	639 003	0,00111
903	815 409	736 314 327	30,0500	9,6656	2,9557	2 837	640 421	0,00111
904	817 216	738 763 264	30,0666	9,6692	2,9562	2 840	641 840	0,00111
905	819 025	741 217 625	30,0832	9,6727	2,9566	2 843	643 261	0,00110
906	820 836	743 677 416	30,0998	9,6763	2,9571	2 846	644 683	0,00110
907	822 649	746 142 643	30,1164	9,6799	2,9576	2 849	646 107	0,00110
908	824 464	748 613 312	30,1330	9,6834	2,9581	2 853	647 533	0,00110
909	826 281	751 089 429	30,1496	9,6870	2,9586	2 856	648 960	0,00110
910	828 100	753 571 000	30,1662	9,6905	2,9590	2 859	650 388	0,00110
911	829 921	756 058 031	30,1828	9,6941	2,9595	2 862	651 818	0,00110
912	831 744	758 550 528	30,1993	9,6976	2,9600	2 865	653 250	0,00110
913	833 569	761 048 497	30,2159	9,7012	2,9605	2 868	654 684	0,00110
914	835 396	763 551 944	30,2324	9,7047	2,9609	2 871	656 118	0,00109
915	837 225	766 060 875	30,2490	9,7082	2,9614	2 875	657 555	0,00109
916	839 056	768 575 296	30,2655	9,7118	2,9619	2 878	658 993	0,00109
917	840 889	771 095 213	30,2820	9,7153	2,9624	2 881	660 433	0,00109
918	842 724	773 620 632	30,2985	9,7188	2,9628	2 884	661 874	0,00109
919	844 561	776 151 559	30,3150	9,7224	2,9633	2 887	663 317	0,00109
920	846 400	778 688 000	30,3315	9,7259	2,9638	2 890	664 761	0,00109

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
921	848 241	781 229 961	30,3480	9,7294	2,9643	2 893	666 207	0,00109
922	850 084	783 777 448	30,3645	9,7329	2,9647	2 897	667 654	0,00108
923	851 929	786 330 467	30,3809	9,7364	2,9652	2 900	669 103	0,00108
924	853 776	788 889 024	30,3974	9,7400	2,9657	2 903	670 554	0,00108
925	855 625	791 453 125	30,4138	9,7435	2,9661	2 906	672 006	0,00108
926	857 476	794 022 776	30,4302	9,7470	2,9666	2 909	673 460	0,00108
927	859 329	796 597 983	30,4467	9,7505	2,9671	2 912	674 915	0,00108
928	861 184	799 178 752	30,4631	9,7540	2,9675	2 915	676 372	0,00108
929	863 041	801 765 089	30,4795	9,7575	2,9680	2 919	677 831	0,00108
930	864 900	804 357 000	30,4959	9,7610	2,9685	2 922	679 291	0,00108
931	866 761	806 954 491	30,5123	9,7645	2,9689	2 925	680 752	0,00107
932	868 624	809 557 568	30,5287	9,7680	2,9694	2 928	682 216	0,00107
933	870 489	812 166 237	30,5450	9,7715	2,9699	2 931	683 680	0,00107
934	872 356	814 780 504	30,5614	9,7750	2,9703	2 934	685 147	0,00107
935	874 225	817 400 375	30,5778	9,7785	2,9708	2 937	686 615	0,00107
936	876 096	820 025 856	30,5941	9,7819	2,9713	2 941	688 084	0,00107
937	877 969	822 656 953	30,6105	9,7854	2,9717	2 944	689 555	0,00107
938	879 844	825 293 672	30,6268	9,7889	2,9722	2 947	691 028	0,00107
939	881 721	827 936 019	30,6431	9,7924	2,9727	2 950	692 502	0,00106
940	883 600	830 584 000	30,6594	9,7959	2,9731	2 953	693 978	0,00106
941	885 481	833 237 621	30,6757	9,7993	2,9736	2 956	695 455	0,00106
942	887 364	835 896 888	30,6920	9,8028	2,9741	2 959	696 934	0,00106
943	889 249	838 561 807	30,7083	9,8063	2,9745	2 963	698 415	0,00106
944	891 136	841 232 384	30,7246	9,8097	2,9750	2 966	699 897	0,00106
945	893 025	843 908 625	30,7409	9,8132	2,9754	2 969	701 380	0,00106
946	894 916	846 590 536	30,7571	9,8167	2,9759	2 972	702 865	0,00106
947	896 809	849 278 123	30,7734	9,8201	2,9763	2 975	704 352	0,00106
948	898 704	851 971 392	30,7896	9,8236	2,9768	2 978	705 840	0,00105
949	900 601	854 670 349	30,8058	9,8270	2,9773	2 981	707 330	0,00105
950	902 500	857 375 000	30,8221	9,8305	2,9777	2 985	708 822	0,00105
951	904 401	860 085 351	30,8383	9,8339	2,9782	2 988	710 315	0,00105
952	906 304	862 801 408	30,8545	9,8374	2,9786	2 991	711 809	0,00105
953	908 209	865 523 177	30,8707	9,8408	2,9791	2 994	713 306	0,00105
954	910 116	868 250 664	30,8869	9,8443	2,9795	2 997	714 803	0,00105
955	912 025	870 983 875	30,9031	9,8477	2,9800	3 000	716 303	0,00105
956	913 936	873 722 816	30,9192	9,8511	2,9805	3 003	717 804	0,00105
957	915 849	876 467 493	30,9354	9,8546	2,9809	3 007	719 306	0,00104
958	917 764	879 217 912	30,9516	9,8580	2,9814	3 010	720 810	0,00104
959	919 681	881 974 079	30,9677	9,8614	2,9818	3 013	722 316	0,00104
960	921 600	884 736 000	30,9839	9,8648	2,9823	3 016	723 823	0,00104

Продолжение

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\lg n$	πn	$\frac{\pi}{4} n^2$	$\frac{1}{n}$
961	923 521	887 503 681	31,0000	9,8683	2,9827	3 019	725 332	0,00104
962	925 444	890 277 128	31,0161	9,8717	2,9832	3 022	726 842	0,00104
963	927 369	893 056 347	31,0322	9,8751	2,9836	3 025	728 354	0,00104
964	929 296	895 841 344	31,0483	9,8785	2,9841	3 028	729 867	0,00104
965	931 225	898 632 125	31,0644	9,8819	2,9845	3 032	731 382	0,00104
966	933 156	901 428 696	31,0805	9,8854	2,9850	3 035	732 899	0,00104
967	935 089	904 231 063	31,0966	9,8888	2,9854	3 038	734 417	0,00103
968	937 024	907 039 232	31,1127	9,8922	2,9859	3 041	735 937	0,00103
969	938 961	909 853 209	31,1288	9,8956	2,9863	3 044	737 458	0,00103
970	940 900	912 673 000	31,1448	9,8990	2,9868	3 047	738 981	0,00103
971	942 841	915 498 611	31,1609	9,9024	2,9872	3 050	740 506	0,00103
972	944 784	918 330 048	31,1769	9,9058	2,9877	3 054	742 032	0,00103
973	946 729	921 167 317	31,1929	9,9092	2,9881	3 057	743 559	0,00103
974	948 676	924 010 424	31,2090	9,9126	2,9886	3 060	745 088	0,00103
975	950 625	926 859 375	31,2250	9,9160	2,9890	3 063	746 619	0,00103
976	952 576	929 714 176	31,2410	9,9194	2,9894	3 066	748 151	0,00102
977	954 529	932 574 833	31,2570	9,9227	2,9899	3 069	749 685	0,00102
978	956 484	935 441 352	31,2730	9,9261	2,9903	3 072	751 221	0,00102
979	958 441	938 313 739	31,2890	9,9295	2,9908	3 076	752 758	0,00102
980	960 400	941 192 000	31,3050	9,9329	2,9912	3 079	754 296	0,00102
981	962 361	944 076 141	31,3209	9,9363	2,9917	3 082	755 837	0,00102
982	964 324	946 966 168	31,3369	9,9396	2,9921	3 085	757 378	0,00102
983	966 289	949 862 087	31,3528	9,9430	2,9926	3 088	758 922	0,00102
984	968 256	952 763 904	31,3688	9,9464	2,9930	3 091	760 466	0,00102
985	970 225	955 671 625	31,3847	9,9497	2,9934	3 094	762 013	0,00102
986	972 196	958 585 256	31,4006	9,9531	2,9939	3 098	763 561	0,00101
987	974 169	961 504 803	31,4166	9,9565	2,9943	3 101	765 111	0,00101
988	976 144	964 430 272	31,4325	9,9598	2,9948	3 104	766 662	0,00101
989	978 121	967 361 669	31,4484	9,9632	2,9952	3 107	768 214	0,00101
990	980 100	970 299 000	31,4643	9,9666	2,9956	3 110	769 769	0,00101
991	982 081	973 242 271	31,4802	9,9699	2,9961	3 113	771 325	0,00101
992	984 064	976 191 488	31,4960	9,9733	2,9965	3 116	772 882	0,00101
993	986 049	979 146 657	31,5119	9,9766	2,9969	3 120	774 441	0,00101
994	988 036	982 107 784	31,5278	9,9800	2,9974	3 123	776 002	0,00101
995	990 025	985 074 875	31,5436	9,9833	2,9978	3 126	777 564	0,00101
996	992 016	988 047 936	31,5595	9,9866	2,9983	3 129	779 128	0,00100
997	994 009	991 026 973	31,5753	9,9900	2,9987	3 132	780 693	0,00100
998	996 004	994 011 992	31,5911	9,9933	2,9991	3 135	782 260	0,00100
999	998 001	997 002 999	31,6070	9,9967	2,9996	3 138	783 828	0,00100
1000	1 000 000	1 000 000 000	31,6228	10,0000	3,0000	3 142	785 398	0,00100

3. Четвертая и пятая степени чисел от $n = 1$ до $n = 100$

n	n^4	n^5	n	n^4	n^5
1	1	1	43	3 418 801	147 008 443
2	16	32	44	3 748 096	164 916 224
3	81	243	45	4 100 625	184 528 125
4	256	1 024	46	4 477 456	205 962 976
5	625	3 125	47	4 879 681	229 345 007
6	1 296	7 776	48	5 308 416	254 803 968
7	2 401	16 807	49	5 764 801	282 475 049
8	4 096	32 768	50	6 250 000	312 500 000
9	6 561	59 049	51	6 765 201	345 025 251
10	10 000	100 000	52	7 311 616	380 204 032
11	14 641	161 051	53	7 890 481	418 195 493
12	20 736	248 832	54	8 503 056	459 165 024
13	28 561	371 293	55	9 150 625	503 284 375
14	38 416	537 824	56	9 834 496	550 731 776
15	50 625	759 375	57	10 556 001	601 692 057
16	65 536	1 048 576	58	11 316 496	656 356 768
17	83 521	1 419 857	59	12 117 361	714 924 299
18	104 976	1 889 568	60	12 960 000	777 600 000
19	130 321	2 476 099	61	13 845 841	844 596 301
20	160 000	3 200 000	62	14 776 336	916 132 832
21	194 481	4 084 101	63	15 752 961	992 436 543
22	234 256	5 153 632	64	16 777 216	1 073 741 824
23	279 841	6 436 343	65	17 850 625	1 160 290 625
24	331 776	7 962 624	66	18 974 736	1 252 332 576
25	390 625	9 765 625	67	20 151 121	1 350 125 107
26	456 976	11 881 376	68	21 381 376	1 453 933 568
27	531 441	14 348 907	69	22 667 121	1 564 031 349
28	614 656	17 210 368	70	24 010 000	1 680 700 000
29	707 281	20 511 149	71	25 411 681	1 804 229 351
30	810 000	24 300 000	72	26 873 856	1 934 917 632
31	923 521	28 629 151	73	28 398 241	2 073 071 593
32	1 048 576	33 554 432	74	29 986 576	2 219 006 624
33	1 185 921	39 135 393	75	31 640 625	2 373 046 875
34	1 336 336	45 435 424	76	33 362 176	2 535 525 376
35	1 500 625	52 521 875	77	35 153 041	2 706 784 157
36	1 679 616	60 466 176	78	37 015 056	2 887 174 368
37	1 874 161	69 343 957	79	38 950 081	3 077 056 399
38	2 085 136	79 235 168	80	40 960 000	3 276 800 000
39	2 313 441	90 224 199	81	43 046 721	3 486 784 401
40	2 560 000	102 400 000	82	45 212 176	3 707 398 432
41	2 825 761	115 856 201	83	47 458 321	3 939 040 643
42	3 111 696	130 691 232	84	49 787 136	4 182 119 424

3. Четвертая и пятая степени

Продолжение

n	n^4	n^5	n	n^4	n^5
85	52 200 625	4 437 053 125	93	74 805 201	6 956 883 693
86	54 700 816	4 704 270 176	94	78 074 896	7 339 040 224
87	57 289 761	4 984 209 207	95	81 450 625	7 737 809 375
88	59 969 536	5 277 319 168	96	84 934 656	8 153 726 976
89	62 742 241	5 584 059 449	97	88 529 281	8 587 340 257
90	65 610 000	5 904 900 000	98	92 236 816	9 039 207 968
91	68 574 961	6 240 321 451	99	96 059 601	9 509 900 499
92	71 639 296	6 590 815 232	100	100 000 000	10 000 000 000

4. Выражение углов в радианах

Длина дуг окружности радиуса 1

Угол	Дуга	Угол	Дуга	Угол	Дуга
1″	0,000005	1°	0,017453	31°	0,541052
2	0,000010	2	0,034907	32	0,558505
3	0,000015	3	0,052360	33	0,575959
4	0,000019	4	0,069813	34	0,593412
5	0,000024	5	0,087266	35	0,610865
6	0,000029	6	0,104720	36	0,628319
7	0,000034	7	0,122173	37	0,645772
8	0,000039	8	0,139626	38	0,663225
9	0,000044	9	0,157080	39	0,680678
10	0,000048	10	0,174533	40	0,698132
20	0,000097	11	0,191986	45	0,785398
30	0,000145	12	0,209440	50	0,872665
40	0,000194	13	0,226893	55	0,959931
50	0,000242	14	0,244346	60	1,047198
		15	0,261799	65	1,134464
1′	0,000291	16	0,279253	70	1,221730
2	0,000582	17	0,296706	75	1,308997
3	0,000873	18	0,314159	80	1,396263
4	0,001164	19	0,331613	85	1,483530
5	0,001454	20	0,349066	90	1,570796
6	0,001745	21	0,366519	100	1,745329
7	0,002036	22	0,383972	120	2,094395
8	0,002327	23	0,401426	130	2,268928
9	0,002618	24	0,418879	140	2,443461
10	0,002909	25	0,436332	150	2,617994
20	0,005818	26	0,453786	180	3,141593
30	0,008727	27	0,471239	200	3,496659
40	0,011636	28	0,488692	250	4,363323
50	0,014544	29	0,506145	270	4,712389
		30	0,523599	300	5,235988

Дуга, равная радиусу, имеет 57°17′44″,8 (=1 радиан).

5. Элементы сегмента круга

а) Для различных центральных углов окружности радиуса 1

Центральный угол в градусах	Стрела	Длина хорды	Площадь сегмента	Отношение	
				хорды к стреле	стрелы к хорде
5°	0,0010	0,0872	0,00005	91,6587	0,0109
10	0,0038	0,1743	0,00044	45,8075	0,0218
15	0,0086	0,2611	0,00149	30,5141	0,0328
20	0,0152	0,3473	0,00352	22,8601	0,0437
25	0,0237	0,4329	0,00686	18,2619	0,0548
30	0,0341	0,5176	0,01180	15,1915	0,0658
35	0,0463	0,6014	0,01864	12,9942	0,0770
40	0,0603	0,6840	0,02767	11,3426	0,0882
45	0,0761	0,7654	0,03915	10,0547	0,0995
50	0,0937	0,8452	0,05331	9,0214	0,1109
55	0,1130	0,9235	0,07039	8,1733	0,1224
60	0,1340	1,0000	0,09059	7,4641	0,1340
65	0,1566	1,0746	0,11408	6,8617	0,1457
70	0,1808	1,1472	0,14102	6,3432	0,1577
75	0,2066	1,2175	0,17154	5,8918	0,1697
80	0,2340	1,2856	0,20573	5,4950	0,1820
85	0,2627	1,3512	0,24367	5,1430	0,1944
90	0,2929	1,4142	0,28540	4,8284	0,2071
95	0,3244	1,4746	0,33093	4,5454	0,2200
100	0,3572	1,5321	0,38026	4,2890	0,2332
105	0,3912	1,5867	0,43333	4,0556	0,2466
110	0,4264	1,6383	0,49008	3,8420	0,2603
115	0,4627	1,6868	0,55041	3,6455	0,2743
120	0,5000	1,7321	0,61418	3,4641	0,2887
125	0,5383	1,7740	0,68125	3,2960	0,3034
130	0,5774	1,8126	0,75144	3,1394	0,3185
135	0,6173	1,8478	0,82454	2,9932	0,3341
140	0,6580	1,8794	0,90034	2,8563	0,3501
145	0,6993	1,9074	0,97858	2,7277	0,3662
150	0,7412	1,9319	1,05900	2,6065	0,3837
155	0,7836	1,9526	1,14132	2,4920	0,4013
160	0,8264	1,9696	1,22525	2,3835	0,4196
165	0,8695	1,9829	1,31049	2,2806	0,4385
170	0,9128	1,9924	1,39671	2,1826	0,4588
175	0,9564	1,9981	1,48359	2,0892	0,4787
180	1,0000	2,0000	1,57080	2,0000	0,5000

Продолжение

б) Для различных подъемов хорды = 1

Если длина хорды сегмента = c, то дугу следует умножить на c, а площадь — на c^2.

Подъем (отношение стрелы к дуге)	Длина дуги	Площадь сегмента	Подъем (отношение стрелы к дуге)	Длина дуги	Площадь сегмента
0,01	1,0003	0,0066	0,26	1,1715	0,1824
0,02	1,0011	0,0132	0,27	1,1843	0,1901
0,03	1,0024	0,0198	0,28	1,1974	0,1980
0,04	1,0043	0,0265	0,29	1,2111	0,2058
0,05	1,0067	0,0332	0,30	1,2249	0,2137
0,06	1,0096	0,0399	0,31	1,2392	0,2218
0,07	1,0130	0,0467	0,32	1,2539	0,2299
0,08	1,0170	0,0535	0,33	1,2689	0,2381
0,09	1,0215	0,0603	0,34	1,2843	0,2464
0,10	1,0265	0,0672	0,35	1,3000	0,2548
0,11	1,0320	0,0741	0,36	1,3160	0,2633
0,12	1,0380	0,0810	0,37	1,3323	0,2719
0,13	1,0445	0,0879	0,38	1,3490	0,2806
0,14	1,0515	0,0948	0,39	1,3660	0,2893
0,15	1,0590	0,1018	0,40	1,3832	0,2982
0,16	1,0669	0,1088	0,41	1,4008	0,3072
0,17	1,0754	0,1159	0,42	1,4186	0,3162
0,18	1,0843	0,1231	0,43	1,4367	0,3254
0,19	1,0936	0,1302	0,44	1,4551	0,3347
0,20	1,1035	0,1375	0,45	1,4738	0,3441
0,21	1,1137	0,1448	0,46	1,4927	0,3536
0,22	1,1244	0,1522	0,47	1,5118	0,3632
0,23	1,1356	0,1596	0,48	1,5313	0,3729
0,24	1,1471	0,1671	0,49	1,5509	0,3828
0,25	1,1591	0,1747	0,50	1,5708	0,3927

6. Натуральные тригонометрические функции через каждые 10′

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	
0° 0′	0,000	1,000	0,000	∞	90° 0′	4° 0′	0,070	0,998	0,070	14,301	86° 0′
10	0,003	1,000	0,003	343,774	50	10	0,073	0,997	0,073	13,727	50
20	0,006	1,000	0,006	171,885	40	20	0,076	0,997	0,076	13,197	40
30	0,009	1,000	0,009	114,589	30	30	0,078	0,997	0,079	12,706	30
40	0,012	1,000	0,012	85,940	20	40	0,081	0,997	0,082	12,251	20
50	0,015	1,000	0,015	68,750	10	50	0,084	0,996	0,085	11,826	10
1° 0′	0,017	1,000	0,017	57,290	89° 0′	5° 0′	0,087	0,996	0,087	11,430	85° 0′
10	0,020	1,000	0,020	49,104	50	10	0,090	0,996	0,090	11,059	50
20	0,023	1,000	0,023	42,964	40	20	0,093	0,996	0,093	10,712	40
30	0,026	1,000	0,026	38,188	30	30	0,096	0,995	0,096	10,385	30
40	0,029	1,000	0,029	34,368	20	40	0,099	0,995	0,099	10,078	20
50	0,032	0,999	0,032	31,242	10	50	0,102	0,995	0,102	9,788	10
2° 0′	0,035	0,999	0,035	28,636	88° 0′	6° 0′	0,105	0,995	0,105	9,514	84° 0′
10	0,038	0,999	0,038	26,432	50	10	0,107	0,994	0,108	9,255	50
20	0,041	0,999	0,041	24,542	40	20	0,110	0,994	0,111	9,010	40
30	0,044	0,999	0,044	22,904	30	30	0,113	0,994	0,114	8,777	30
40	0,047	0,999	0,047	21,470	20	40	0,116	0,993	0,117	8,556	20
50	0,049	0,999	0,049	20,210	10	50	0,119	0,993	0,120	8,345	10
3° 0′	0,052	0,999	0,052	19,081	87° 0′	7° 0′	0,122	0,993	0,123	8,144	83° 0′
10	0,055	0,998	0,055	18,075	50	10	0,125	0,992	0,126	7,953	50
20	0,058	0,998	0,058	17,169	40	20	0,128	0,992	0,129	7,770	40
30	0,061	0,998	0,061	16,350	30	30	0,131	0,991	0,132	7,596	30
40	0,064	0,998	0,064	15,605	20	40	0,133	0,991	0,135	7,429	20
50	0,067	0,998	0,067	14,924	10	50	0,136	0,991	0,138	7,269	10
4° 0′	0,070	0,998	0,070	14,301	86° 0′	8° 0′	0,139	0,990	0,141	7,115	82° 0′
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

6. Натуральные тригонометрические функции

Продолжение

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	
8° 0′	0,139	0,990	0,141	7,115	82° 0′	12° 0′	0,208	0,978	0,213	4,705	78° 0′
10	0,142	0,990	0,144	6,968	50	10	0,211	0,978	0,216	4,638	50
20	0,145	0,989	0,146	6,827	40	20	0,214	0,977	0,219	4,574	40
30	0,148	0,989	0,149	6,691	30	30	0,216	0,976	0,222	4,511	30
40	0,151	0,989	0,152	6,561	20	40	0,219	0,976	0,225	4,449	20
50	0,154	0,988	0,155	6,435	10	50	0,222	0,975	0,228	4,390	10
9° 0′	0,156	0,988	0,158	6,314	81° 0′	13° 0′	0,225	0,974	0,231	4,331	77° 0′
10	0,159	0,987	0,161	6,197	50	10	0,228	0,974	0,234	4,275	50
20	0,162	0,987	0,164	6,084	40	20	0,231	0,973	0,237	4,219	40
30	0,165	0,986	0,167	5,976	30	30	0,233	0,972	0,240	4,165	30
40	0,168	0,986	0,170	5,871	20	40	0,236	0,972	0,243	4,113	20
50	0,171	0,985	0,173	5,769	10	50	0,239	0,971	0,246	4,061	10
10° 0′	0,174	0,985	0,176	5,671	80° 0′	14° 0′	0,242	0,970	0,249	4,011	76° 0′
10	0,177	0,984	0,179	5,576	50	10	0,245	0,970	0,252	3,962	50
20	0,179	0,984	0,182	5,485	40	20	0,248	0,969	0,256	3,914	40
30	0,182	0,983	0,185	5,396	30	30	0,250	0,968	0,259	3,867	30
40	0,185	0,983	0,188	5,309	20	40	0,253	0,967	0,262	3,821	20
50	0,188	0,982	0,191	5,226	10	50	0,256	0,967	0,265	3,776	10
11° 0′	0,191	0,982	0,194	5,144	79° 0′	15° 0′	0,259	0,966	0,268	3,732	75° 0′
10	0,194	0,981	0,197	5,066	50	10	0,262	0,965	0,271	3,689	50
20	0,197	0,981	0,200	4,989	40	20	0,264	0,964	0,274	3,647	40
30	0,199	0,980	0,203	4,915	30	30	0,267	0,964	0,277	3,606	30
40	0,202	0,979	0,206	4,843	20	40	0,270	0,963	0,280	3,566	20
50	0,205	0,979	0,210	4,773	10	50	0,273	0,962	0,284	3,526	10
12° 0′	0,208	0,978	0,213	4,705	78° 0′	16° 0′	0,276	0,961	0,287	3,487	74° 0′
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

5. Натуральные тригонометрические функции

Продолжение

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	Угол
16° 0′	0,276	0,961	0,287	3,487	74° 0′	20° 0′	0,342	0,940	0,364	2,747	70° 0′
10	0,278	0,960	0,290	3,450	50	10	0,345	0,939	0,367	2,723	50
20	0,281	0,960	0,293	3,412	40	20	0,347	0,938	0,371	2,699	40
30	0,284	0,959	0,296	3,376	30	30	0,350	0,937	0,374	2,675	30
40	0,287	0,958	0,299	3,340	20	40	0,353	0,936	0,377	2,651	20
50	0,290	0,957	0,303	3,305	10	50	0,356	0,935	0,381	2,628	10
17° 0′	0,292	0,956	0,306	3,271	73° 0′	21° 0′	0,358	0,934	0,384	2,605	69° 0′
10	0,295	0,955	0,309	3,237	50	10	0,361	0,933	0,387	2,583	50
20	0,298	0,955	0,312	3,204	40	20	0,364	0,931	0,391	2,560	40
30	0,301	0,954	0,315	3,172	30	30	0,367	0,930	0,394	2,539	30
40	0,303	0,953	0,319	3,140	20	40	0,369	0,929	0,397	2,517	20
50	0,306	0,952	0,322	3,108	10	50	0,372	0,928	0,401	2,496	10
18° 0′	0,309	0,951	0,325	3,078	72° 0′	22° 0′	0,375	0,927	0,404	2,475	68° 0′
10	0,312	0,950	0,328	3,047	50	10	0,377	0,926	0,407	2,455	50
20	0,315	0,949	0,331	3,018	40	20	0,380	0,925	0,411	2,434	40
30	0,317	0,948	0,335	2,989	30	30	0,383	0,924	0,414	2,414	30
40	0,320	0,947	0,338	2,960	20	40	0,385	0,923	0,418	2,394	20
50	0,323	0,946	0,341	2,932	10	50	0,388	0,922	0,421	2,375	10
19° 0′	0,326	0,946	0,344	2,904	71° 0′	23° 0′	0,391	0,921	0,424	2,356	67° 0′
10	0,328	0,945	0,348	2,877	50	10	0,393	0,919	0,428	2,337	50
20	0,331	0,944	0,351	2,850	40	20	0,396	0,918	0,431	2,318	40
30	0,334	0,943	0,357	2,824	30	30	0,399	0,917	0,435	2,300	30
40	0,337	0,942	0,357	2,798	20	40	0,401	0,916	0,438	2,282	20
50	0,339	0,941	0,361	2,773	10	50	0,404	0,915	0,442	2,264	10
20° 0′	0,342	0,940	0,364	2,747	70° 0′	24° 0′	0,407	0,914	0,445	2,246	66° 0′
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

6. Натуральные тригонометрические функции

Продолжение

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	
24° 0′	0,407	0,914	0,445	2,246	66° 0′	28° 0′	0,469	0,883	0,532	1,881	62° 0′
10	0,409	0,912	0,449	2,229	50	10	0,472	0,882	0,535	1,868	50
20	0,412	0,911	0,452	2,211	40	20	0,475	0,880	0,539	1,855	40
30	0,415	0,910	0,456	2,194	30	30	0,477	0,879	0,543	1,842	30
40	0,417	0,909	0,459	2,177	20	40	0,480	0,877	0,547	1,829	20
50	0,420	0,908	0,463	2,161	10	50	0,482	0,876	0,551	1,816	10
25° 0′	0,423	0,906	0,466	2,145	65° 0′	29° 0′	0,485	0,875	0,554	1,804	61° 0′
10	0,425	0,905	0,470	2,128	50	10	0,487	0,873	0,558	1,792	50
20	0,428	0,904	0,473	2,112	40	20	0,490	0,872	0,562	1,780	40
30	0,431	0,903	0,477	2,097	30	30	0,492	0,870	0,566	1,767	30
40	0,433	0,901	0,481	2,081	20	40	0,495	0,869	0,570	1,756	20
50	0,436	0,900	0,484	2,066	10	50	0,497	0,867	0,573	1,744	10
26° 0′	0,438	0,899	0,488	2,050	64° 0′	30° 0′	0,500	0,866	0,577	1,732	60° 0′
10	0,441	0,898	0,491	2,035	50	10	0,503	0,865	0,581	1,720	50
20	0,444	0,896	0,495	2,020	40	20	0,505	0,863	0,585	1,709	40
30	0,446	0,895	0,499	2,006	30	30	0,508	0,862	0,589	1,698	30
40	0,449	0,894	0,502	1,991	20	40	0,510	0,860	0,593	1,686	20
5	0,451	0,892	0,506	1,977	10	50	0,513	0,859	0,597	1,675	10
27° 0′	0,454	0,891	0,510	1,963	63° 0′	31° 0′	0,515	0,857	0,601	1,664	59° 0′
10	0,457	0,890	0,513	1,945	50	10	0,518	0,856	0,605	1,653	50
20	0,459	0,888	0,517	1,935	40	20	0,520	0,854	0,609	1,643	40
30	0,462	0,887	0,521	1,921	30	30	0,522	0,853	0,613	1,632	30
40	0,464	0,886	0,524	1,907	20	40	0,525	0,851	0,617	1,621	20
50	0,467	0,884	0,528	1,894	10	50	0,527	0,850	0,621	1,611	10
28° 0′	0,469	0,883	0,532	1,881	62° 0′	32° 0′	0,530	0,848	0,625	1,600	58° 0′
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

6. Натуральные тригонометрические функции

Продолжение

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	
32° 0′	0,530	0,848	0,625	1,600	58° 0′	36° 0′	0,588	0,809	0,727	1,376	54° 0′
10	0,532	0,847	0,629	1,590	50	10	0,590	0,807	0,731	1,368	50
20	0,535	0,845	0,633	1,580	40	20	0,592	0,806	0,735	1,360	40
30	0,537	0,843	0,637	1,570	30	30	0,595	0,804	0,740	1,351	30
40	0,540	0,842	0,641	1,560	20	40	0,597	0,802	0,744	1,343	20
50	0,542	0,840	0,645	1,550	10	50	0,599	0,800	0,749	1,335	10
33° 0′	0,545	0,839	0,649	1,540	57° 0′	37° 0′	0,602	0,799	0,754	1,327	53° 0′
10	0,547	0,837	0,654	1,530	50	10	0,604	0,797	0,758	1,319	50
20	0,550	0,835	0,658	1,520	40	20	0,606	0,795	0,763	1,311	40
30	0,552	0,834	0,662	1,511	30	30	0,609	0,793	0,767	1,303	30
40	0,554	0,832	0,666	1,501	20	40	0,611	0,792	0,772	1,295	20
50	0,557	0,831	0,670	1,492	10	50	0,613	0,790	0,777	1,288	10
34° 0′	0,559	0,829	0,675	1,483	56° 0′	38° 0′	0,616	0,788	0,781	1,280	52° 0′
10	0,562	0,827	0,679	1,473	50	10	0,618	0,786	0,786	1,272	50
20	0,564	0,826	0,683	1,464	40	20	0,620	0,784	0,791	1,265	40
30	0,566	0,824	0,687	1,455	30	30	0,623	0,783	0,795	1,257	30
40	0,569	0,822	0,692	1,446	20	40	0,625	0,781	0,800	1,250	20
50	0,571	0,821	0,696	1,437	10	50	0,627	0,779	0,805	1,242	10
35° 0′	0,574	0,819	0,700	1,428	55° 0′	39° 0′	0,629	0,777	0,810	1,235	51° 0′
10	0,576	0,817	0,705	1,419	50	10	0,632	0,775	0,815	1,228	50
20	0,578	0,816	0,709	1,411	40	20	0,634	0,773	0,819	1,220	40
30	0,581	0,814	0,713	1,402	30	30	0,636	0,772	0,824	1,213	30
40	0,583	0,812	0,718	1,393	20	40	0,638	0,770	0,829	1,206	20
50	0,585	0,811	0,722	1,385	10	50	0,641	0,768	0,834	1,199	10
36° 0′	0,588	0,809	0,727	1,376	54° 0′	40° 0′	0,643	0,766	0,839	1,192	50° 0′
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

6. Натуральные тригонометрические функции

Продолжение

Угол	sin	cos	tg	ctg		Угол	sin	cos	tg	ctg	
40° 0′	0,643	0,766	0,839	1,192	50° 0′	43° 0′	0,682	0,731	0,933	1,072	47° 0′
10	0,645	0,764	0,844	1,185	50	10	0,684	0,729	0,938	1,066	50
20	0,647	0,762	0,849	1,178	40	20	0,686	0,727	0,943	1,060	40
30	0,649	0,760	0,854	1,171	30	30	0,688	0,725	0,949	1,054	30
40	0,652	0,759	0,859	1,164	20	40	0,690	0,723	0,955	1,048	20
50	0,654	0,757	0,864	1,157	10	50	0,693	0,721	0,960	1,042	10
41° 0′	0,656	0,755	0,869	1,151	49° 0′	44° 0′	0,695	0,719	0,966	1,036	46° 0′
10	0,658	0,753	0,874	1,144	50	10	0,697	0,717	0,971	1,030	50
20	0,660	0,750	0,880	1,137	40	20	0,699	0,715	0,977	1,024	40
30	0,663	0,749	0,885	1,130	30	30	0,701	0,713	0,983	1,018	30
40	0,665	0,747	0,890	1,124	20	40	0,703	0,711	0,988	1,012	20
50	0,667	0,745	0,895	1,117	10	50	0,705	0,709	0,994	1,009	10
42° 0′	0,669	0,743	0,900	1,111	48° 0′	45° 0′	0,707	0,707	1,000	1,000	45° 0′
10	0,671	0,741	0,906	1,104	50						
20	0,673	0,739	0,911	1,098	40						
30	0,676	0,737	0,916	1,091	30						
40	0,678	0,735	0,922	1,085	20						
50	0,680	0,733	0,927	1,079	10						
43° 0′	0,682	0,731	0,933	1,073	47° 0′						
	cos	sin	ctg	tg	Угол		cos	sin	ctg	tg	Угол

7. *Гиперболические функции*

sh x, ch x и th x и их логарифмы при значениях x от 0 до 6 через 0,1

x	sh x	ch x	th x	lg sh x + 10	lg ch x	lg th x + 10
0	0,0000	1,0000	0,0000	$-\infty$	0,0000	$-\infty$
0,1	0,1002	1,0050	0,0997	9,0007	0,0022	8,9986
0,2	0,2013	1,0201	0,1974	9,3039	0,0086	9,2953
0,3	0,3045	1,0453	0,2913	9,4836	0,0193	9,4644
0,4	0,4108	1,0811	0,3800	9,6136	0,0339	9,5797
0,5	0,5211	1,1276	0,4621	9,7169	0,0522	9,6648
0,6	0,6367	1,1855	0,5370	9,8039	0,0739	9,7300
0,7	0,7586	1,2552	0,6044	9,8800	0,0987	9,7813
0,8	0,8881	1,3374	0,6640	9,9485	0,1236	9,8222
0,9	1,0265	1,4331	0,7163	10,0114	0,1563	9,8551
1,0	1,1752	1,5431	0,7616	10,0701	0,1884	9,8817
1,1	1,3356	1,6685	0,8005	10,1257	0,2223	9,9034
1,2	1,5095	1,8107	0,8337	10,1788	0,2578	9,9210
1,3	1,6984	1,9709	0,8617	10,2300	0,2947	9,9354
1,4	1,9043	2,1509	0,8854	10,2797	0,3326	9,9471
1,5	2,1293	2,3524	0,9052	10,3282	0,3715	9,9567
1,6	2,3756	2,5775	0,9217	10,3758	0,4112	9,9646
1,7	2,6456	2,8283	0,9354	10,4225	0,4515	9,9710
1,8	2,9422	3,1075	0,9468	10,4687	0,4924	9,9763
1,9	3,2682	3,4177	0,9562	10,5143	0,5337	9,9806
2,0	3,6269	3,7622	0,9640	10,5595	0,5754	9,9841
2,1	4,0219	4,1443	0,9705	10,6044	0,6175	9,9870
2,2	4,4571	4,5679	0,9757	10,6491	0,6597	9,9893
2,3	4,9370	5,0372	0,9801	10,6935	0,7022	9,9913
2,4	5,4662	5,5569	0,9837	10,7377	0,7448	9,9929
2,5	6,0502	6,1323	0,9866	10,7818	0,7876	9,9941
2,6	6,6947	6,7690	0,9890	10,8257	0,8305	9,9952
2,7	7,4063	7,4735	0,9910	10,8696	0,8735	9,9961
2,8	8,1919	8,2527	0,9926	10,9134	0,9166	9,9968
2,9	9,0596	9,1146	0,9940	10,9571	0,9597	9,9973
3,0	10,0179	10,0677	0,9951	11,0008	1,0029	9,9979

Продолжение

x	sh x	ch x	th x	lg sh x + 10	lg ch x	lg th x
3,1	11,0765	11,1215	th x при $x > 3$ очень мало отличается от единицы	11,0444	1,0462	lg th x при $x > 3$ очень мало отличается от нуля
3,2	12,2459	12,2867		11,0880	1,0894	
3,3	13,5379	13,5748		11,1316	1,1327	
3,4	14,965	14,999		11,1751	1,1761	
3,5	16,543	16,573		11,2186	1,2194	
3,6	18,285	18,313		11,2621	1,2628	
3,7	20,211	20,236		11,3056	1,3061	
3,8	22,339	22,362		11,3491	1,3495	
3,9	24,691	24,711		11,3925	1,3929	
4,0	27,290	27,708		11,4360	1,4363	
4,1	30,162	30,178		11,4795	1,4797	
4,2	33,336	33,351		11,5229	1,5231	
4,3	36,843	36,857		11,5664	1,5665	
4,4	40,719	40,732		11,6098	1,6099	
4,5	45,003	45,014		11,6532	1,6533	
4,6	49,737	49,747		11,6967	1,6968	
4,7	54,969	54,378		11,7401	1,7402	
4,8	60,751	60,597		11,7836	1,7836	
4,9	67,141	67,149		11,8270	1,8270	
5,0	74,203	74,210		11,8704	1,8705	
5,1	82,008	82,014		11,9139		
5,2	90,633	90,639		11,9573		
5,3	100,166	100,171		12,0007		
5,4	110,701	110,706		12,0442		
5,5	122,344	122,348		12,0876		
5,6	135,211	135,215		12,1310		
5,7	149,432	149,435		12,1744		
5,8	165,148	165,151		12,2179		
5,9	182,517	182,520		12,2613		
6,0	201,713	184,527		12,2656		

8. Натуральные логарифмы

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	$-\infty$	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
1	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391	2,7081	2,7726	2,8332	2,8904	2,9444
2	2,9957	3,0445	3,0910	3,1335	3,1781	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
3	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
4	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
5	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
6	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
7	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
8	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
9	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
10	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913
11	4,7005	4,7095	4,7185	4,7274	4,7362	4,7449	4,7536	4,7622	4,7707	4,7791
12	4,7875	4,7958	4,8040	4,8122	4,8203	4,8283	4,8363	4,8442	4,8520	4,8598
13	4,8675	4,8752	4,8828	4,8903	4,8978	4,9053	4,9127	4,9200	4,9273	4,9345
14	4,9416	4,9488	4,9558	4,9628	4,9698	4,9767	4,9836	4,9904	4,9972	5,0039
15	5,0106	5,0173	5,0239	5,0304	5,0370	5,0434	5,0499	5,0562	5,0626	5,0689
16	5,0752	5,0814	5,0876	5,0938	5,0999	5,1059	5,1120	5,1180	5,1240	5,1299
17	5,1358	5,1417	5,1475	5,1533	5,1591	5,1648	5,1705	5,1761	5,1818	5,1874
18	5,1930	5,1985	5,2040	5,2095	5,2149	5,2204	5,2257	5,2311	5,2364	5,2417
19	5,2470	5,2523	5,2575	5,2627	5,2679	5,2730	5,2781	5,2832	5,2883	5,2933
20	5,2983	5,3033	5,3083	5,3132	5,3181	5,3230	5,3279	5,3327	5,3375	5,3423
21	5,3471	5,3519	5,3566	5,3613	5,3660	5,3706	5,3753	5,3799	5,3845	5,3891
22	5,3936	5,3982	5,4027	5,4072	5,4116	5,4161	5,4205	5,4250	5,4293	5,4337
23	5,4381	5,4424	5,4467	5,4510	5,4553	5,4596	5,4638	5,4681	5,4723	5,4765
24	5,4806	5,4848	5,4889	5,4931	5,4972	5,5013	5,5053	5,5094	5,5134	5,5175

$\ln 10^{\pm 1} = \pm 2{,}30258509$, $\ln 10^{\pm 2} = \pm 4{,}6052$. $\ln 10^{\pm 3} = \pm 6{,}9078$.

Пример: $\ln 43500 = \ln 435 + \ln 10^2 = 6{,}0753 + 4{,}6052 = 10{,}6805$.

8. Натуральные логарифмы Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	5,5215	5,5255	5,5294	4,5334	5,5373	5,5413	5,5452	5,5491	5,5530	5,5568
26	5,5607	5,5645	5,5683	5,5722	5,5759	5,5797	5,5835	5,5872	5,5910	5,5947
27	5,5984	5,6021	5,6058	5,6095	5,6131	5,6168	5,6204	5,6240	5,6276	5,6312
28	5,6348	5,6384	5,6419	5,6454	5,6490	5,6525	5,6560	5,6595	5,6630	5,6664
29	5,6699	5,6733	5,6768	5,6802	5,6836	5,6870	5,6904	5,6937	5,6971	5,7004
30	5,7038	5,7071	5,7104	5,7137	5,7170	5,7203	5,7236	5,7268	5,7301	5,7333
31	5,7366	5,7398	5,7430	5,7462	5,7494	5,7526	5,7557	5,7589	5,7621	5,7652
32	5,7683	5,7714	5,7746	5,7777	5,7807	5,7838	5,7869	5,7900	5,7930	5,7961
33	5,7991	5,8021	5,8051	5,8081	5,8111	5,8141	5,8171	5,8201	5,8230	5,8260
34	5,8289	5,8319	5,8348	5,8377	5,8406	5,8435	5,8464	5,8493	5,8522	5,8551
35	5,8579	5,8608	5,8636	5,8665	5,8693	5,8721	5,8749	5,8777	5,8805	5,8833
36	5,8861	5,8889	5,8916	5,8944	5,8972	5,8999	5,9026	5,9054	5,9081	5,9108
37	5,9135	5,9162	5,9189	5,9216	5,9243	5,9269	5,9296	5,9322	5,9349	5,9375
38	5,9402	5,9428	5,9454	5,9480	5,9506	5,9532	5,9558	5,9584	5,9610	5,9636
39	5,9661	5,9687	5,9713	5,9738	5,9764	5,9789	5,9814	5,9839	5,9865	5,9890
40	5,9915	5,9940	5,9965	5,9989	6,0014	6,0039	6,0064	6,0088	6,0113	6,0137
41	6,0162	6,0186	6,0210	6,0234	6,0259	6,0283	6,0307	6,0331	6,0355	6,0379
42	6,0403	6,0426	6,0450	6,0474	6,0497	6,0521	6,0544	6,0568	6,0591	6,0615
43	6,0638	6,0661	6,0684	6,0707	6,0730	6,0753	6,0776	6,0799	6,0822	6,0845
44	6,0868	6,0890	6,0913	6,0936	6,0958	6,0981	6,1003	6,1026	6,1048	6,1070
45	6,1092	6,1115	6,1137	6,1159	6,1181	6,1203	6,1225	6,1247	6,1269	6,1291
46	6,1312	6,1334	6,1356	6,1377	6,1399	6,1420	6,1442	6,1463	6,1485	6,1506
47	6,1527	6,1549	6,1570	6,1591	6,1612	6,1633	6,1654	6,1675	6,1696	6,1717
48	6,1738	6,1759	6,1779	6,1800	6,1821	6,1841	6,1862	6,1883	6,1903	6,1924
49	6,1944	6,1964	6,1985	6,2005	6,2025	6,2046	6,2066	6,2086	6,2106	6,2126

$\ln 10^{\pm 4} = \pm 9{,}2103$, $\ln 10^{\pm 5} = \pm 11{,}5129$, $\ln 10^{\pm 6} = \pm 13{,}8155$.

Пример: $\ln 0{,}435 = \ln 435 + \ln 10^{-3} = 6{,}0753 - 6{,}9098 = -0{,}8345$.

8. Натуральные логарифмы

Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6,2146	6,2166	6,2186	6,2206	6,2226	6,2246	6,2265	6,2285	6,2305	6,2324
51	6,2344	6,2364	6,2383	6,2403	6,2422	6,2442	6,2461	6,2480	6,2500	6,2519
52	6,2538	6,2558	6,2577	6,2596	6,2615	6,2634	6,2653	6,2672	6,2691	6,2710
53	6,2729	6,2748	6,2766	6,2785	6,2804	6,2823	6,2841	6,2860	6,2879	6,2897
54	6,2916	6,2934	6,2953	6,2971	6,2989	6,3008	6,3026	6,3044	6,3063	6,3081
55	6,3099	6,3117	6,3135	6,3154	6,3172	6,3190	6,3208	6,3226	6,3244	6,3261
56	6,3279	6,3297	6,3315	6,3333	6,3351	6,3368	6,3386	6,3404	6,3421	6,3439
57	6,3456	6,3474	6,3491	6,3509	6,3526	6,3544	6,3561	6,3578	6,3596	6,3613
58	6,3630	6,3648	6,3665	6,3682	6,3699	6,3716	6,3733	6,3750	6,3767	6,3784
59	6,3801	6,3818	6,3835	6,3852	6,3869	6,3886	6,3902	6,3919	6,3936	6,3953
60	6,3969	6,3986	6,4003	6,4019	6,4036	6,4052	6,4069	6,4085	6,4102	6,4118
61	6,4135	6,4151	6,4167	6,4184	6,4200	6,4216	6,4232	6,4249	6,4265	6,4281
62	6,4297	6,4313	6,4329	6,4345	6,4362	6,4378	6,4394	6,4409	6,4425	6,4441
63	6,4457	6,4473	6,4489	6,4505	6,4520	6,4536	6,4552	6,4568	6,4583	6,4599
64	6,4615	6,4630	6,4646	6,4661	6,4677	6,4693	6,4708	6,4723	6,4739	6,4754
65	6,4770	6,4785	6,4800	6,4816	6,4831	6,4846	6,4862	6,4877	6,4892	6,4907
66	6,4922	6,4938	6,4953	6,4968	6,4983	6,4998	6,5013	6,5028	6,5043	6,5058
67	6,5073	6,5088	6,5103	6,5117	6,5132	6,5147	6,5162	6,5177	6,5191	6,5206
68	6,5221	6,5236	6,5250	6,5265	6,5280	6,5294	6,5309	6,5323	6,5338	6,5352
69	6,5367	6,5381	6,5396	6,5410	6,5425	6,5439	6,5453	6,5468	6,5482	6,5497
70	6,5511	6,5525	6,5539	6,5554	6,5568	6,5582	6,5596	6,5610	6,5624	6,5639
71	6,5653	6,5667	6,5681	6,5695	6,5709	6,5723	6,5737	6,5751	6,5765	6,5779
72	6,5793	6,5806	6,5820	6,5834	6,5848	6,5862	6,5876	6,5889	6,5903	6,5917
73	6,5930	6,5944	6,5958	6,5971	6,5985	6,5999	6,6012	6,6026	6,6039	6,6053
74	6,6067	6,6080	6,6093	6,6107	6,6120	6,6134	6,6147	6,6161	6,6174	6,6187

$\ln 10^{\pm 1} = \pm\ 2{,}30258509$, $\ln 10^{\pm 2} = \pm\ 4{,}6052$, $\ln 10^{\pm 3} = \pm\ 6{,}9078$.

Пример: $\ln 7620 = \ln 762 + \ln 10 = 6{,}6359 + 2{,}3029 = 8{,}9388$.

8. Натуральные логарифмы

Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
75	6,6201	6,6214	6,6227	6,6241	6,6254	6,6267	6,6280	6,6294	6,6307	6,6320
76	6,6333	6,6346	6,6359	6,6373	6,6386	6,6399	6,6412	6,6425	6,6438	6,6451
77	6,6464	6,6477	6,6490	6,6503	6,6516	6,6529	6,6542	6,6554	6,6567	6,6580
78	6,6593	6,6606	6,6619	6,6631	6,6644	6,6657	6,6670	6,6682	6,6695	6,6708
79	6,6720	6,6733	6,6746	6,6758	6,6771	6,6783	6,6796	6,6809	6,6821	6,6834
80	6,6846	6,6859	6,6871	6,6884	6,6896	6,6908	6,6921	6,6933	6,6946	6,6958
81	6,6970	6,6983	6,6995	6,7007	6,7020	6,7032	6,7044	6,7056	6,7069	6,7081
82	6,7093	6,7105	6,7117	6,7130	6,7142	6,7154	6,7166	6,7178	6,7190	6,7202
83	6,7214	6,7226	6,7238	6,7250	6,7262	6,7274	6,7286	6,7298	6,7310	6,7322
84	6,7334	6,7346	6,7358	6,7370	6,7382	6,7393	6,7405	6,7417	6,7429	6,7441
85	6,7452	6,7464	6,7476	6,7488	6,7499	6,7511	6,7523	6,7534	6,7546	6,7558
86	6,7569	6,7581	6,7593	6,7604	6,7616	6,7627	6,7639	6,7650	6,7662	6,7673
87	6,7685	6,7696	6,7708	6,7719	6,7731	6,7742	6,7754	6,7765	6,7776	6,7788
88	6,7799	6,7811	6,7822	6,7833	6,7845	6,7856	6,7867	6,7878	6,7890	6,7901
89	6,7912	6,7923	6,7935	6,7946	6,7957	6,7968	6,7979	6,7991	6,8002	6,8013
90	6,8024	6,8035	6,8046	6,8057	6,8068	6,8079	6,8090	6,8101	6,8112	6,8123
91	6,8134	6,8145	6,8156	6,8167	6,8178	6,8189	6,8200	6,8211	6,8222	6,8233
92	6,8244	6,8255	6,8265	6,8276	6,8287	6,8298	6,8309	6,8320	6,8330	6,8341
93	6,8352	6,8363	6,8373	6,8384	6,8395	6,8405	6,8416	6,8427	6,8437	6,8448
94	6,8459	6,8469	6,8480	6,8491	6,8501	6,8512	6,8522	6,8533	6,8544	6,8554
95	6,8565	6,8575	6,8586	6,8596	6,8607	6,8617	6,8628	6,8638	6,8648	6,8659
96	6,8669	6,8680	6,8690	6,8701	6,8711	6,8721	6,8732	6,8742	6,8752	6,8763
97	6,8773	6,8783	6,8794	6,8804	6,8814	6,8824	6,8835	6,8845	6,8855	6,8865
98	6,8876	6,8886	6,8896	6,8906	6,8916	6,8926	6,8937	6,8947	6,8957	6,8967
99	6,8977	6,8987	6,8997	6,9007	6,9017	6,9027	6,9037	6,9047	6,9057	6,9068

$\ln 10^{\pm 4} = \pm\ 9{,}2103$, $\ln 10^{\pm 5} = \pm\ 11{,}5129$, $\ln 10^{\pm 6} = \pm\ 13{,}8155$.

Пример: $\ln 0{,}0762 = \ln 762 + \ln 10^{-4} = 6{,}6359 - 9{,}2103 = -2{,}5744$.

II. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Алгебра

1. Действия с относительными числами

Правила знаков:
$$\begin{cases} + \cdot + = + & + : + = + \\ + \cdot - = - & + : - = - \\ - \cdot + = - & - : + = - \\ - \cdot - = + & - : - = + \end{cases}$$

2. Действия с дробями

Сложение $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ Умножение $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Вычитание $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$ Деление $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

3. Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$
$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$
$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3;$$
$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3.$$

4. Действия со степенями и корнями

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m, \quad a^m : b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m, \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$
$$a^m : a^n = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

Правила знаков: $(-)^{\text{четная степень}} = +, \quad (-)^{\text{нечетная степень}} = -.$

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{ab}, \quad \sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}, \quad \sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n,$$
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$$

Правила знаков:
$$\begin{cases} \sqrt[\text{четная степень}]{+} = \pm, & \sqrt[\text{нечетная степень}]{+} = +. \\ \sqrt[\text{четная степень}]{-} = \pm \text{ мнимое число}, & \sqrt[\text{нечетная степень}]{-} = -. \end{cases}$$

5. Дробные и отрицательные показатели

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}, \quad a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}, \quad a^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}}.$$

Примеры:

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}, \quad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}, \quad a^{\frac{3}{2}} = \sqrt{a^3}, \quad a^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}},$$

$$a^0 = 1.$$

6. Мнимые величины

$\sqrt{-1} = i$ (в электротехнике обозначается через j, чтобы не спутать с силой тока).

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i, \quad (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$
$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

7. Свойства пропорций

Пропорция: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, откуда $ad = bc$. Перестановка членов:

$$a : b = c : d; \quad a : c = b : d; \quad d : b = c : a.$$

Производные пропорции:

$$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}; \quad \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}; \quad \frac{a \pm c}{c} = \frac{b \pm d}{d}.$$

Средняя пропорциональная (средняя геометрическая) величина:

$$a : x = x : b; \quad x = \sqrt{ab}.$$

8. *Уравнения*

Система уравнений 1-й степени с двумя неизвестными:

$$a_1x + b_1y = c_1, \quad a_2x + b_2y = c_2,$$

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\ ^{1)}.$$

Неполные квадратные уравнения:

$$ax^2 = 0, \quad x_{1,2} = 0;$$

$$ax^2 + bx = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{b}{a};$$

$$ax^2 + c = 0, \quad x_1 = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

Полные квадратные уравнения. Общая формула:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Для случая со средним четным коэфициентом:

$$ax^2 + 2kx + c = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

Для случая со средним четным коэфициентом и старшим коэфициентом, равным 1 („приведенная формула"):

$$x^2 + px + q = 0, \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

9. *Прогрессии*

Обозначения: S — сумма n первых членов; a — первый член; u — последний член; d — разность; q — отношение; n — число членов.

Арифметическая:

$$a, \quad a + d, \quad a + 2d, \quad a + 3d \ldots;$$

$$u = a + (n - 1)\,d; \quad S = \frac{a + u}{2}\,n.$$

Геометрическая:

$$a, \quad aq, \quad aq^2, \quad aq^3 \ldots$$

$$u = aq^{n-1}; \quad S = \frac{uq - a}{q - 1}.$$

---

[1]) О решении системы при помощи детерминантов см. стр. 107.

Бесконечно-убывающая

$$S = \frac{a}{1 - q}.$$

Некоторые особенные ряды:

сумма n первых натуральных чисел

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2};$$

сумма n первых нечетных чисел

$$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1) = n^2;$$

сумма n четных чисел

$$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 2n = n(n + 1);$$

сумма всех квадратов от 1 до n^2

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3};$$

сумма всех кубов от 1 до n^3

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

10. *Логарифмы*

Определение: Если $y = b^x$, то $x = \lg_b y$ (b—основание логарифма).

Основные свойства:

$$\lg 0 = -\infty; \ \lg 1 = 0; \ \lg_b b = 1.$$

$$\lg(m \cdot n) = \lg m + \lg n,$$

$$\lg \frac{m}{n} = \lg m - \lg n,$$

$$\lg m^n = n \lg m,$$

$$\lg \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \lg m.$$

При $b = 10$ получаем обыкновенные (десятичные или бригговы) логарифмы (таблицы см. стр. 49—73), которые обозначаются просто $\lg N$.

При $b = e$ получаем натуральные (неперовы) логарифмы (таблицы см. стр. 85—88), которые обозначаются $\ln N$.

$$e = \lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = 2{,}718281828\,;$$

$$\lg e = 0{,}434294\ldots$$

Формулы перехода от обыкновенных логарифмов в натуральные, и обратно:

$$\ln N = \ln 10 \cdot \lg N = 2{,}302586 \lg N\,,$$

$$\lg N = \lg e \cdot \ln N = 0{,}434294 \ln N\,.$$

Умножение ведется по следующей таблице:

1	0,434294	6	2,605767
2	0,868589	7	3,040061
3	1,302883	8	3,474356
4	1,737178	9	3,908650
5	2,171472	10	4,342945

11. Соединения

Размещения: число размещений из m предметов по n

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)\,.$$

Перестановки: число перестановок из n предметов

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \ldots (n-1)\,n = n\,!$$

Сочетания: число сочетаний из m предметов по n

$$C_m^n = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots (n-1)\,n} = \binom{m}{n}\,.$$

12. Бином Ньютона

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + C_n^2\,a^{n-2}b^2 + C_n^3\,a^{n-3}b^3 + \ldots +$$
$$+ C_n^k\,a^{n-k}b^k + \ldots + b^n,$$

или:

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}\,a^{n-2}b^2 +$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\,a^{n-3}b^3 +$$
$$+ \ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdots k}\,a^{n-k}b^k + \ldots + b^n.$$

C^k_n — биномиальные коэфициенты (число сочетаний из n элементов по k).

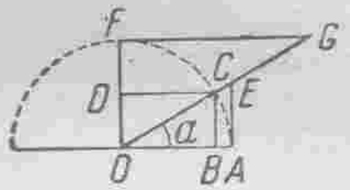
Таблица биномиальных коэфициентов C_n^k

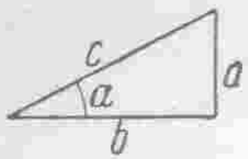
Значения n	Значения k												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1											
2	1	2	1										
3	1	3	3	1									
4	1	4	6	4	1								
5	1	5	10	10	5	1							
6	1	6	15	20	15	6	1						
7	1	7	21	35	35	21	7	1					
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

Б. Прямолинейная тригонометрия

(Тригонометрические таблицы см. стр. 78—83)

1. Тригонометрические функции





Если радиус $OC = 1$, то:

$\sin\alpha = BC$, $\quad \operatorname{ctg}\alpha = FG$,

$\cos\alpha = OB$, $\quad \sec\alpha = OE$,

$\operatorname{tg}\alpha = AE$, $\quad \operatorname{cosec}\alpha = OG$.

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}\,, \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}\,,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}\,, \qquad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\sec\alpha = \frac{c}{b}\,, \qquad \operatorname{cosec}\alpha = \frac{c}{a}\,.$$

2. *Таблица значений* sin, cos, tg, ctg *для важнейших углов и всех четвертей*

Тригонометрические функции	0	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°	0° — 90°	90° — 180°	180° — 270°	270° — 360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	+1	0	−1	0	+	+	−	−
cos	+1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	+1	+	−	−	+
tg	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0	+	−	+	−
ctg	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	∞	0	∞	+	−	+	−

3. *Формулы приведения для* sin, cos, tg, ctg *при* $\varphi < 90°$

Значение угла φ	sin φ	cos φ	tg φ	ctg φ
± φ	± sin φ	+ cos φ	± tg φ	± ctg φ
90° ± φ	+ cos φ	∓ sin φ	∓ ctg φ	∓ tg φ
180° ± φ	∓ sin φ	− cos φ	± tg φ	± ctg φ
270° ± φ	− cos φ	± sin φ	∓ ctg φ	∓ tg φ

4. *Основные формулы тригонометрии*

Функции одного угла

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \qquad \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha, \qquad \sin\alpha\cdot\operatorname{cosec}\alpha = 1,$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha, \qquad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha, \qquad \cos\alpha\cdot\sec\alpha = 1,$$

$$\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \operatorname{cosec}^2\alpha, \qquad \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha = 1.$$

Функции дополнительных углов

$$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha,$$
$$\operatorname{tg}(90° - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha,$$
$$\sec(90° - \alpha) = \operatorname{cosec}\alpha.$$

Функции суммы и разности двух углов

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha;$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta;$$
$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$

Функции двойного и половинного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}},$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha, \qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}},$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}, \qquad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Некоторые формулы для приведения тригонометрических выражений к виду, удобному для логарифмирования

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2},$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$$

Степени:

$$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha, \qquad 4\sin^3\alpha = -\sin 3\alpha + 3\sin\alpha,$$
$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha, \qquad 4\cos^3\alpha = \cos 3\alpha + 3\cos\alpha.$$

5. *Тригонометрическое решение треугольников*

Прямоугольный треугольник: a, b — катеты; c — гипотенуза; α, β — углы против сторон a и b.

$$a = c\sin\alpha = c\cos\beta, \quad a = b\operatorname{tg}\alpha = b\operatorname{ctg}\beta,$$
$$b = c\sin\beta = c\cos\alpha, \quad b = a\operatorname{tg}\beta = a\operatorname{ctg}\alpha,$$
$$c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}.$$

Любой треугольник: a, b, c — стороны; α, β, γ — противолежащие углы; S — площадь; R — радиус описанного круга; полупериметр

$$p = \frac{a+b+c}{2}; \quad \alpha + \beta + \gamma = 180°,$$

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R,$$

$$a'=b\cos\gamma+c\cos\beta, \qquad \sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}},$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\gamma, \qquad \cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}},$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{a\sin\gamma}{b-a\cos\gamma}, \qquad \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}.$$

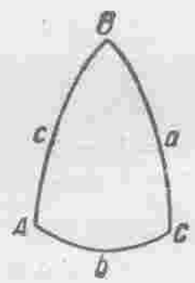
$$S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{1}{2}\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{\sin\alpha}=2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma=$$
$$=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{abc}{4R}.$$

В. Сферическая тригонометрия

1. Площади фигур

Площадь двуугольника:
$S=2r^2A$,
где r — радиус шара.

Площадь сферического треугольника:
$S=r^2(A+B+C-\pi)$,



где A, B, C — углы треугольника, r — радиус шара.

2. Формулы для косоугольного сферического треугольника

A, B, C — углы треугольника; a, b, c — стороны треугольника.

$$\cos a=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A;$$
$$-\cos A=\cos B\cos C-\sin B\sin C\cos a;$$
$$\sin a\cos B=\cos b\sin c-\cos c\sin b\cos A;$$
$$\sin A\operatorname{ctg}B=\operatorname{ctg}b\sin C-\cos c\cos A.$$

3. Формулы Непера для прямоугольного сферического треугольника

Если заменить катеты прямоугольного сферического треугольника a и b их дополнениями до $\frac{\pi}{2}$, т. е. $\frac{\pi}{2}-a$ и $\frac{\pi}{2}-b$, не принимать во внимание прямой угол C и расположить остальные элементы в том порядке, в каком они находятся в треугольнике, т. е.: A; c; B; $90°-a$; $90°-b$; A; c; B и т. д., то:

1) косинус каждого элемента равен произведению котангенсов двух прилежащих к нему элементов, например:

$$\cos A=\operatorname{ctg}(90°-b)\cdot\operatorname{ctg}c;$$

2) косинус каждого элемента равен произведению синусов двух неприлежащих элементов, например:

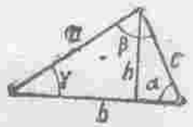
$$\cos(90°-a)=\sin c\sin A.$$

Г. Геометрия

1. Формулы для плоских фигур

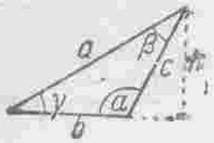
(планиметрия)

Любой треугольник



a, b, c — стороны; α, β, γ — углы, противолежащие сторонам; b — основание, h — высота;

полупериметр $p=\frac{a+b+c}{2}$;



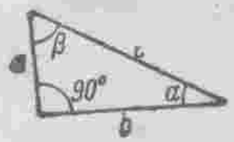
площадь $=\frac{b\cdot h}{2}$; $\alpha+\beta+\gamma=180°$;

площадь $=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Равносторонний треугольник (каждый угол равен 60°)

a — сторона; h — высота;
$a=1{,}556\,h$; $h=0{,}866\,a$;
площадь $=0{,}433\,a^2=0{,}578\,h^2$.

Прямоугольный треугольник



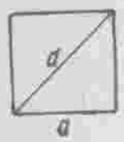
a, b — катеты; c — гипотенуза;

α, β — противолежащие углы;

$\alpha + \beta = 90°$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a = \sqrt{c^2 - b^2}$;

площадь $= \frac{a \cdot b}{2}$.

Квадрат

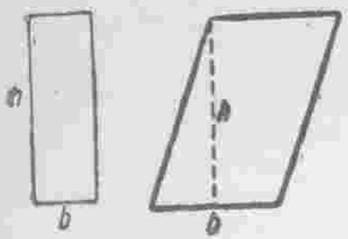


a — сторона; d — диагональ;

$a = 0{,}707\ d$; $d = 1{,}414\ a$;

площадь $= a^2 = \frac{d^2}{2}$.

Прямоугольник и параллелограм

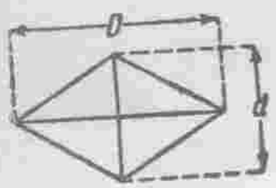


b — основание;

h — высота;

площадь $= bh$.

Ромб



D — большая диагональ;

d — малая диагональ;

площадь $= \frac{D \cdot d}{2}$.

Трапеция

a, b — параллельные стороны (или основания); h — высота;

площадь $= \frac{a + b}{2}\ h$.

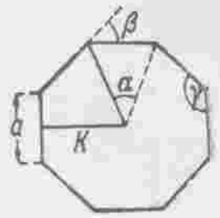
Произвольный многоугольник с n сторонами

Сумма внутренних углов:

$$S = (n - 2)\ 180°.$$

Для вычисления площади разбивают фигуру на треугольники.

Правильный многоугольник с n сторонами



Центральный угол $\alpha = \frac{360°}{n}$.

Внешний угол $\beta = \frac{360°}{n}$.

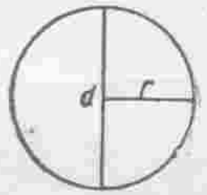
Внутренний угол $\gamma = 180° - \frac{360°}{n}$.

a — сторона; k — апофема (перпендикуляр из центра многоугольника, или радиус вписанного круга).

Площадь $= \frac{a \cdot k}{2}\ n$.

(См. также таблицу на следующей странице).

Круг



r — радиус; d — диаметр; C — окружность

$\pi = \frac{C}{d} = 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ 793\ldots$

Окружность $C = \pi d = 3{,}142\ d$,

" $C = 2\pi r = 6{,}283\ r$,

" $C = 2\sqrt{\pi S} = 3{,}545\sqrt{S}$. Радиус $r = \frac{C}{2\pi} = 0{,}159\ C$.

Диаметр $d = \frac{C}{\pi} = 0{,}318\ C$, Площадь $S = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}785\ d^2$,

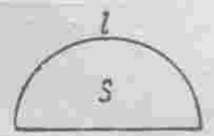
" $d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 1{,}128\sqrt{S}$. " $S = \pi r^2 = 3{,}142\ r^2$,

" $S = \frac{Cd}{4} = 0{,}250\ Cd$.

(Таблицы длины окружности и площади круга в зависимости от диаметра $= n$ см. стр. 49—73).

Части круга. l — длина дуги; S — площадь

Полукруг



$l = 3{,}142\ r$,

$S = 1{,}571\ r^2$.

$\frac{1}{4}$ круга

$l = 1{,}571\ r$,

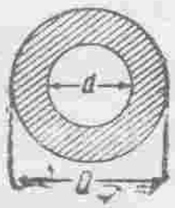
$S = 0{,}785\ r^2$

$\frac{1}{6}$ круга

$l = 1{,}041\ r$,

$S = 0{,}525\ r^2$.

Площадь кругового кольца



$\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \pi(R^2 - r^2)$.

Элементы правильных многоугольников:

a — угол; a — сторона; r — радиус описанного круга; d — его диаметр; k — апофема; S — площадь.

Число сторон	Многоугольник	Внутренний угол α	Сторона a	Радиус r	Апофема k	Площадь S
3	Треугольник . . .	60°	$1{,}732\,r$	$3{,}464\,k$	$0{,}577a$	$2{,}000\,k$	$0{,}289a$	$0{,}500\,r$	$0{,}433\,d^2$	$1{,}299\,r^2$	$5{,}196\,k^2$
4	Квадрат	90°	$1{,}414\,r$	$2{,}000\,k$	$0{,}707a$	$1{,}414\,k$	$0{,}500a$	$0{,}707\,r$	$1{,}000\,d^2$	$2{,}000\,r^2$	$4{,}000\,k^2$
5	Пятиугольник . .	108°	$1{,}176\,r$	$1{,}453\,k$	$0{,}851a$	$1{,}236\,k$	$0{,}688a$	$0{,}809\,r$	$1{,}720\,d^2$	$2{,}378\,r^2$	$3{,}633\,k^2$
6	Шестиугольник .	120°	$1{,}000\,r$	$1{,}155\,k$	$1{,}000a$	$1{,}155\,k$	$0{,}866a$	$0{,}866\,r$	$2{,}598\,d^2$	$2{,}598\,r^2$	$3{,}464\,k^2$
7	Семиугольник . .	$128^5/_7$°	$0{,}868\,r$	$0{,}963\,k$	$1{,}152a$	$1{,}109\,k$	$1{,}038a$	$0{,}901\,r$	$3{,}634\,d^2$	$2{,}738\,r^2$	$3{,}371\,k^2$
8	Восьмиугольник .	135°	$0{,}765\,r$	$0{,}828\,k$	$1{,}307a$	$1{,}082\,k$	$1{,}207a$	$0{,}924\,r$	$4{,}828\,d^2$	$2{,}829\,r^2$	$3{,}314\,k^2$
9	Девятиугольник .	140°	$0{,}684\,r$	$0{,}728\,k$	$1{,}462a$	$1{,}064\,k$	$1{,}374a$	$0{,}940\,r$	$6{,}182\,d^2$	$2{,}893\,r^2$	$3{,}275\,k^2$
10	Десятиугольник .	144°	$0{,}618\,r$	$0{,}650\,k$	$1{,}618a$	$1{,}052\,k$	$1{,}539a$	$0{,}951\,r$	$7{,}694\,d^2$	$2{,}939\,r^2$	$3{,}249\,k^2$
12	Двенадцатиугольник	150°	$0{,}518\,r$	$0{,}536\,k$	$1{,}932a$	$1{,}036\,k$	$1{,}866a$	$0{,}965\,r$	$11{,}196\,d^2$	$3{,}000\,r^2$	$3{,}215\,k^2$
15	Пятнадцатиугольник	156°	$0{,}416\,r$	$0{,}425\,k$	$2{,}405a$	$1{,}022\,k$	$2{,}352a$	$0{,}979\,r$	$17{,}642\,d^2$	$3{,}050\,r^2$	$3{,}188\,k^2$
20	Двадцатиугольник	162°	$0{,}313\,r$	$0{,}317\,k$	$3{,}196a$	$1{,}013\,k$	$3{,}157a$	$0{,}987\,r$	$31{,}569\,d^2$	$3{,}090\,r^2$	$3{,}168\,k^2$

Дуги и секторы

r — радиус; l — длина дуги; n — центральный угол в градусах; S — площадь сектора.

$$l = \frac{2\pi r \cdot n}{360} = 0{,}01745\,rn,$$

$$S = \frac{\pi r^2 n}{360} = 0{,}00872\,r^2 n.$$

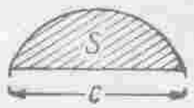
a — полухорда; r — радиус; f — стрела

$$r = \frac{a^2 + f^2}{2f}$$

$$f = r - \sqrt{r^2 - a^2}.$$

$$a = \sqrt{f(2r - f)}.$$

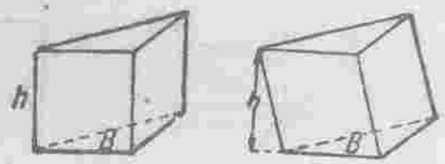
Сегмент



Для длины дуги и площади сегмента см. таблицу на стр. 76—77.

2. *Формулы для пространственных фигур (стереометрия)*

Призма
(прямая и наклонная)



B — площадь основания;
h — высота; V — объем:

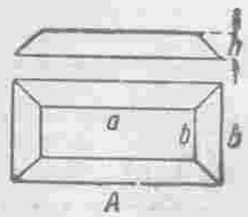
$$V = B \cdot h.$$

Косой отрезок прямой треугольной призмы

B — площадь основания;
a, b, c — взаимно-параллельные боковые ребра.

$$\text{Объем } V = \frac{B}{3}(a + b + c).$$

Отрезок призмы трапецоидальной формы



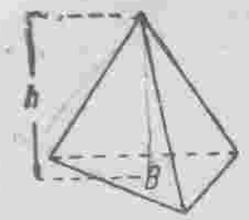
h — высота; A и B — стороны нижнего основания; a и b — стороны верхнего основания.

$$\text{Объем } V = \frac{h}{6}\,[B(2A + a) + b(2a + A)].$$

Если A и B мало отличаются от a и b, то объем

$$V = \frac{h}{2}\,(AB + ab).$$

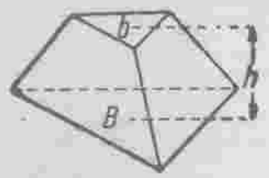
Пирамида



B — площадь основания;

h — высота; $V = \frac{Bh}{3}$.

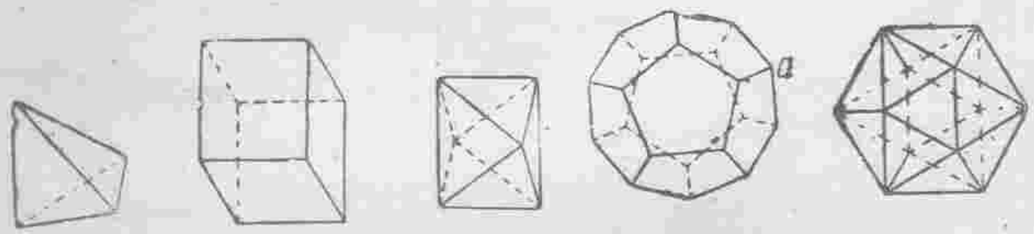
Усеченная пирамида



B, b — площади двух оснований;
h — высота.

Объем $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$.

Правильные многогранники



Тетраэдр Куб Октаэдр Додекаэдр Икосаэдр

Элементы правильных многогранников

(a — ребро многогранника)

	Название	Число граней	Форма граней	Поверхность	Объем
1	Тетраэдр . .	4	Треугольные	$1{,}7321a^2$	$0{,}117851a^3$
2	Куб или шестигранник	6	Квадратные	$6{,}0000a^2$	$1{,}000000a^3$
3	Октаэдр . . .	8	Треугольные	$3{,}4641a^2$	$0{,}471404a^3$
4	Додекаэдр . .	12	Пятиугольные	$20{,}6458a^2$	$7{,}663119a^3$
5	Икосаэдр . .	20	Треугольные	$8{,}6603a^2$	$2{,}181695a^3$

Поверхность и объем тел вращения

V — объем; S — боковая поверхность.

Цилиндр

r — радиус;

h — высота;

$V = \pi r^2 \cdot h = 3{,}142\, r^2 \cdot h$,

$S = 2\pi r \cdot h = 6{,}283\, r \cdot h$.

Конус

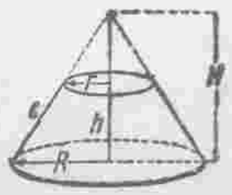
r — радиус,
h — высота,
c — образующая

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h = 1{,}047\, r^2 h$,

$S = \pi r c = 3{,}142\, r c$

Усеченный конус

r — радиус меньшего основания; R — радиус большего основания; h — высота усеченного конуса; c — образующая; H — высота всего конуса.



$$V = \frac{\pi h}{3}[R^2 + r^2 + (Rr)];$$

$$S = \pi(R + r)c;$$

$$H = h + \frac{h \cdot r}{R - r}.$$

Шар и его части

S — поверхность (сферической части). V — объем

Шар

$$S = 4\pi R^2 = \pi D^2,$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

Сегмент

$$S = 2\pi R h = \pi(r^2 + h^2),$$

$$V = \frac{\pi}{3} h(3R - h) = \frac{\pi}{2}\left(r^2 + \frac{h^2}{3}\right).$$

Слой

$$S = 2\pi R h,$$

$$V = \frac{\pi}{2} h\left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{h^2}{3}\right).$$

Сектор

$$S = \pi R\,(r + 2h),$$

$$V = \frac{2}{3}\,\pi R^2 h.$$

Полушарие

$$S = 2\pi R^2 = \frac{\pi}{2}\,D^2,$$

$$V = \frac{2}{3}\,\pi R^3 = \frac{\pi}{12}\,D^3.$$

Объем бочек

Круглая бочка

h — высота; D — диаметр среднего сечения; d — диаметр днища (внутренние).

$$V = 0{,}785h\,(2D + d)^2.$$

Эллиптическая бочка

h — высота; A, B — оси эллипса среднего сечения; a, b — оси эллипса днища (внутренние).

$$V = 0{,}262h\,(2AB + ab).$$

III. ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

А. Высшая алгебра

1. Детерминанты (определители)

2-го порядка:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 c_2 \\ b_3 c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 c_1 \\ b_3 c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 c_1 \\ b_2 c_2 \end{vmatrix} =$$
$$= a_1\,(b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2\,(b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_3\,(b_1 c_2 - b_2 c_1)$$

Определитель 3-го порядка можно вычислить сразу по правилу Саррюса; приписываются первые два столбца:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix} = a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - c_1 b_2 a_3 - a_1 c_2 b_3 - b_1 a_2 c_3.$$

Детерминанты n-го порядка сводят к $n - 1$-му: выписываются подряд все члены любого столбца (или строки) и перемножаются на их миноры (данный детерминант с пропущенным столбцом и строкой, содержащими взятый член). Знаки чередуются: начинается с +, если разложение ведется по минорам нечетного ряда, и с —, если по минорам четного.

Например, определитель 4-го порядка, разложенный по минорам второй строки

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} =$$

$$= -a_2 \begin{vmatrix} b_1 c_1 d_1 \\ b_3 c_3 d_3 \\ b_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 c_1 d_1 \\ a_3 c_3 d_3 \\ a_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} - c_2 \begin{vmatrix} a_1 b_1 d_1 \\ a_3 b_3 d_3 \\ a_4 b_4 d_4 \end{vmatrix} + d_2 \begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_3 b_3 c_3 \\ a_4 b_4 c_4 \end{vmatrix}$$

и т. п.

2. Система уравнений 1-й степени (линейные уравнения)

Два уравнения:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= c_1, \\ a_2 x + b_2 y &= c_2. \end{aligned} \qquad x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 b_1 \\ c_2 b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ c_2 b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 c_1 \\ a_2 c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}}.$$

Три уравнения:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z &= d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z &= d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z &= d_3 \end{aligned} \qquad x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 b_1 c_1 \\ d_2 b_2 c_2 \\ d_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 d_1 c_1 \\ c_2 d_2 c_2 \\ a_3 d_3 c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 b_1 d_1 \\ a_2 b_2 d_2 \\ a_3 b_3 d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}}.$$

Общее правило для n уравнений: составляется детерминант из коэфициентов при неизвестных; он служит знаменателем для выражений всех неизвестных. Числителем является такой же детерминант, но колонка коэфициентов при соответствующем неизвестном заменена колонкой свободных членов (перенесенных в правую часть).

3. Уравнения 3-й степени

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Производится подстановка $x = y - \frac{a}{3}$. Уравнение примет вид:

$$y^3 + py + q = 0.$$

Обозначив $p = 3A$, $q = -2B$, имеем:

$$x^3 + 3Ay - 2B = 0.$$

а) $A^3 < B^2$. Один корень действительный и два мнимые. Применяется „формула Кардана“:

$$u = \sqrt[3]{B + \sqrt{B^2 - A^3}}, \quad v = \sqrt[3]{B - \sqrt{B^2 - A^2}};$$

$$y_1 = u + v, \quad y_2 = -\frac{1}{2}(u + v) + \frac{i}{2}\sqrt{3}(u - v),$$

$$y_3 = -\frac{1}{2}(u + v) - \frac{i}{2}\sqrt{3}(u - v).$$

б) $A^3 > B^2$. Все три корня действительные. Применяются тригонометрические функции (casus irreductibilis):

$$\cos 3\varphi = \frac{B}{A\sqrt{A}};$$

$$y_1 = 2\sqrt{A}\cos\varphi, \quad y_2 = 2\sqrt{A}\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$y_3 = 2\sqrt{A}\cos\left(\varphi + \frac{4\pi}{3}\right).$$

в) $A^3 = B^2$. Два корня совпадают:

$$y_1 = 2\sqrt{A}, \quad y_2 = y_3 = -\sqrt{A}.$$

4. Приближенные решения уравнений (способ Ньютона)

Дано уравнение $f(x) = 0$. Известно приближенное значение x_1 корня. Требуется уточнить решение. Более точное значение x_2 определится по формуле:

$$x_2 = x_1 + h_1.$$

Поправка

$$h_1 = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}.$$

Найдя x_2, уточняют тем же способом: $x_3 = x_2 + h_2$; $h_2 = -\frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$ и т. д. — до любой степени точности.

Решение располагается в форме таблицы:

x	$f(x)$	$f'(x)$	h
$x_1 =$			
$x_2 =$			
$x_3 =$			

Б. Графики элементарных функций

1. Линейная функция

$$y = kx + b.$$

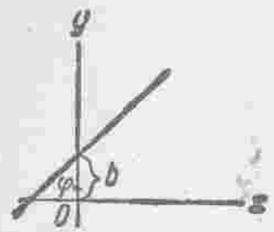


График — прямая линия. k — угловой коэфициент $= \operatorname{tg}\varphi$ (тангенсу угла наклона прямой с положительным направлением оси x). Если $k > 0$, функция возрастает (прямая наклонена вправо); если $k < 0$, функция убывает (прямая наклонена влево); если $k = 0$, $y = b$, функция — постоянная (прямая параллельна оси x). b — свободный член — отрезок, отсекаемый прямой на оси y. Если $b = 0$, $y = kx$ — прямая проходит через начало координат.

2. Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x}.$$

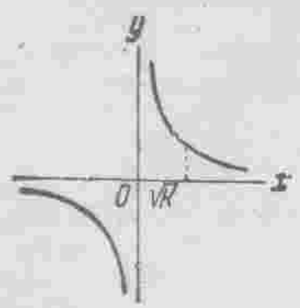


График — равносторонняя гипербола с асимптотами — осями координат. Разрыв — при $x = 0$ ($y = \pm\infty$). Если $k > 0$, функция убывает (расположена в 1-й и 3-й четвертях), если $k < 0$, функция возрастает (расположена во 2-й и 4-й четвертях). Вершины гиперболы — в точках

$$x = \pm\sqrt{|k|}.$$

3. Дробно-линейная функция

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}.$$

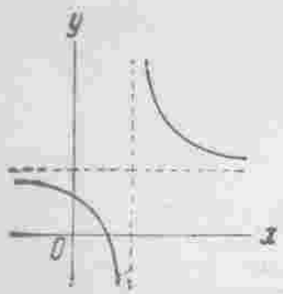


График — равносторонняя гипербола с асимптотами, параллельными осям координат. Координаты центра: $x_ц = -\frac{d}{c}$, $y_ц = \frac{a}{c}$. Параметр гиперболы, соответствующий k в функции (2): $k = \frac{\Delta}{c^2}$, где $\Delta = \begin{vmatrix} ab \\ cd \end{vmatrix}$. Если $\Delta > 0$, функция возрастает, если $\Delta < 0$ — убывает. Разрыв при $x = -\frac{d}{c}$ $\left(y = \pm\infty\right.$. Вершины — в точках $\left.x = -\frac{d}{c} \pm \frac{\sqrt{|\Delta|}}{c}\right)$.

4. Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c.$$

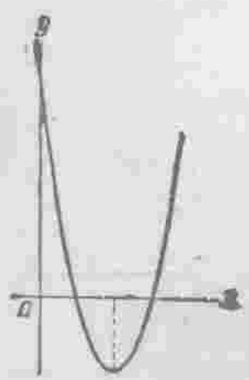


График — парабола с осью, параллельной оси y. Если $a > 0$, функция сначала убывает, затем возрастает; если $a < 0$, то сначала возрастает, затем убывает. Переход от убывания к возрастанию (minimum) или от возрастания к убыванию (Maximum) — в точке $x = -\frac{b}{2a}$, $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ (вершина параболы). Если $b = c = 0$, то вершина параболы — в начале координат; если $b = 0$, то вершина — в точке $(0, c)$. Форма параболы (параметр) зависит только от коэфициента a $\left(p = \frac{1}{2a}\right)$.

5. Многочлен

$$y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n.$$

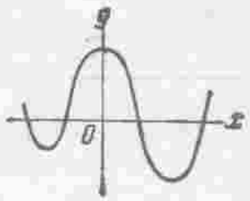
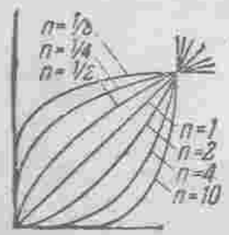


График — алгебраическая кривая n-го порядка. Функция существует при всяких значениях x, не имеет разрывов. Может иметь максимумы и минимумы, общим числом не более $n - 1$, которые чередуются между собой, но может и не иметь ни одного, монотонно возрастая или убывая. Не имеет асимптот.

Для вычерчивания рекомендуется сначала найти Max и min и точки перегиба (а также значения производных в последних), нанести эти точки и касательные в них. Если $a_0 > 0$, то до первой критической точки функция возрастает от $-\infty$, а после последней — возрастает до $+\infty$; если $a_0 < 0$, то до первой точки функция убывает от $+\infty$, а после последней — убывает до $-\infty$.

6. Степенные функции

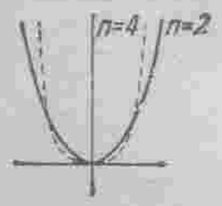
а) $y = x^n$.



При $n > 0$ график — парабола n-го порядка. Проходит через начало координат и точку (1,1). При $n > 1$ касается оси x, при $n < 1$ — оси y (при $n = 1$ — прямая, биссектриса координатного угла). Асимптот не имеет. В 1-й четверти имеет вид, изображенный на чертеже рядом.

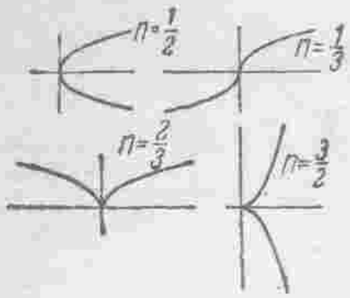
В остальных четвертях изменяется в зависимости от того, целое или дробное, четное или нечетное n:

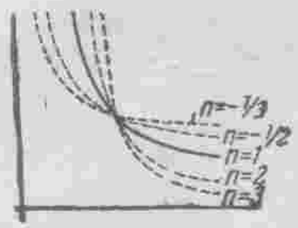
Целые четные n: Целые нечетные n: Дробные n:



Минимум при $x = 0$.

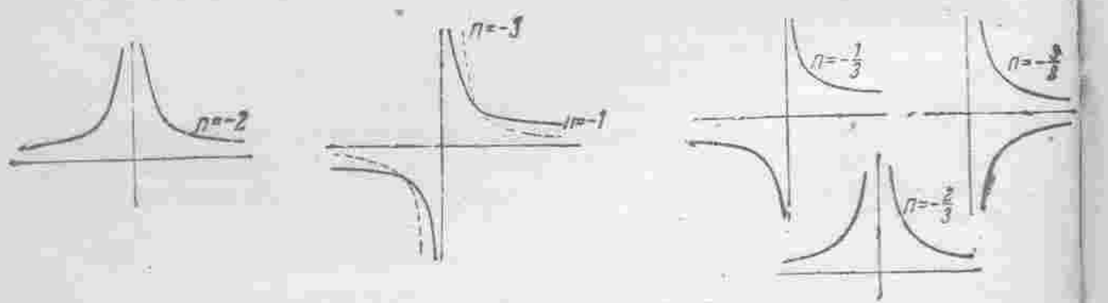
Точка перегиба при $x = 0$.





При $n < 0$ график—гиперболическая кривая. Проходит через точку (1,1) и имеет асимптотами оси координат. В 1-й четверти имеет вид, указанный на чертеже рядом.

В остальных четвертях изменяются в зависимости от того, целое или дробное, четное или нечетное n:



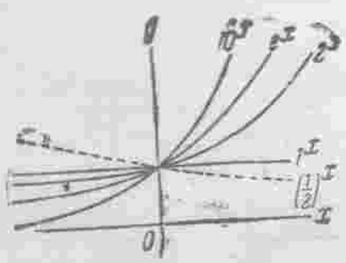
б) $y = ax^n$.

График отличается от $y = x^n$ изменением масштаба по оси y в a раз и зеркальным отображением относительно оси x (если a отрицательное).

7. *Показательная функция*

$$y = a^x \ (a > 0).$$

График — показательная кривая. Функция a имеет только положительные значения. При $a > 1$ монотонно возрастает, при $a < 1$ монотонно убывает. Проходит через точку (0,1). Имеет асимптотой ось x (при $a > 1$ — слева, при $a < 1$ — справа).



Функция $y = a^{-x}$ сводится к предыдущей: $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ и, следовательно, возрастает при $a < 1$ и убывает при $a > 1$.

Важный частный случай: $y = e^x$.

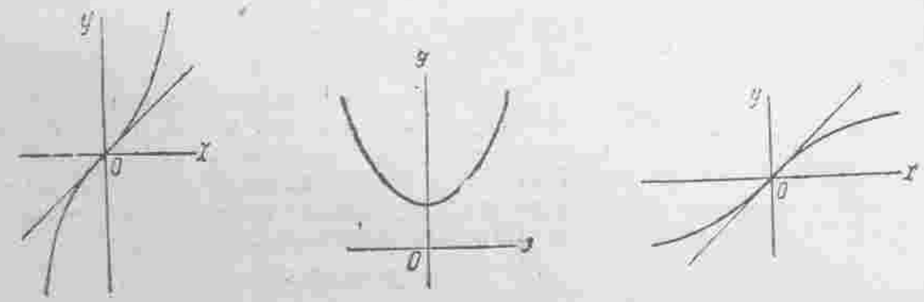
8. *Гиперболические функции* (*табл.—см. стр. 84—85*)

Определения: $\operatorname{sh} x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$,

$$\operatorname{th} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \operatorname{cth} x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

Графики:

а) $y = \operatorname{sh} x$, б) $y = \operatorname{ch} x$, в) $y = \operatorname{th} x$.

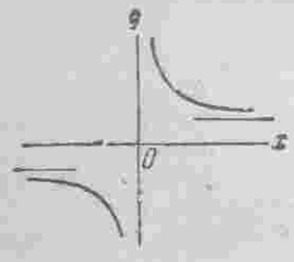


Функция монотонно возрастает, проходя значения от $-\infty$ до $+\infty$. Проходит через начало координат, где имеет точку перегиба. Касательная в этой точке наклонена к оси x под углом 45°.

Кривая — „цепная линия". Функция убывает при отрицательных значениях x (от ∞ до 1), имеет minimum при $x = 0$ ($y=1$) и возрастает при положительных значениях x (от 1 до ∞).

Функция монотонно возрастает. Имеет асимптоты $y = -1$ и $y = +1$. При $x < 0$ отрицательна (от -1 до 0), при $x > 0$ положительна (от 0 до $+1$). Проходит через начало координат, где имеет точку перегиба. В ней касательная имеет наклон 45°.

г) $y = \operatorname{cth} x$.



Функция убывает при отрицательных x от -1 до $-\infty$ и при положительных x от $+\infty$ до $+1$. Имеет асимптоты при $y = -1$, $y = +1$, $x = 0$.

Разрыв при $x = 0$ (переход от $-\infty$ к $+\infty$).

Основные формулы для гиперболических функций:

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1, \quad \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}, \quad \operatorname{cth} x = \frac{1}{\operatorname{th} x}$$

$$\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x, \quad \operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch} x, \quad \operatorname{th}(-x) = -\operatorname{th} x,$$

$$e^x = \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x, \quad e^{-x} = \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x,$$

$$\operatorname{sh} 0 = 0, \quad \operatorname{ch} 0 = 1, \quad \operatorname{th} 0 = 0, \quad \operatorname{th} \infty = 1, \quad \operatorname{th} -\infty = -1$$

9. Логарифмическая функция

$$y = \log_a x \qquad (a > 0).$$

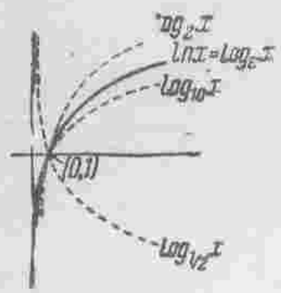


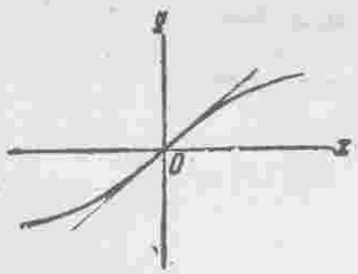
График — логарифмическая кривая. Существует только при $x > 0$. Имеет асимптоту — ось y, проходит через точку (0,1). При $a > 1$ возрастает от $-\infty$ до $+\infty$; при $a < 1$ убывает от $+\infty$ до $-\infty$.

Важные частные случаи:

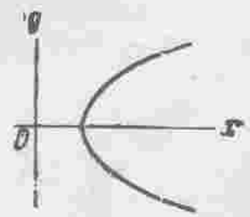
$$y = \lg x \ (= \log_{10} x),$$
$$y = \ln x \ (= \log_e x).$$

10. Обратные гиперболические функции

а) $y = \operatorname{Ar\,sh} x = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$. б) $y = \operatorname{Ar\,ch} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$.

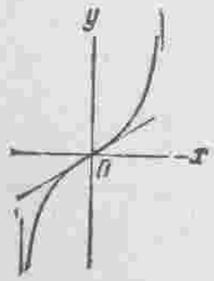


Функция монотонно возрастает, проходя значения от $-\infty$ до $+\infty$. Проходит через начало координат, где имеет точку перегиба. Касательная в этой точке наклонена к оси x под углом 45°.



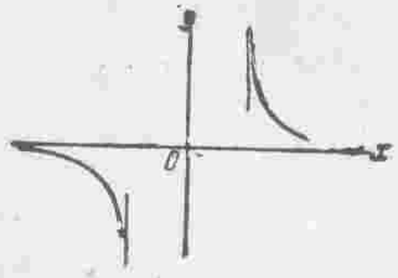
Функция существует только при $x \geqslant 1$, где имеет два значения. При $x=1$ $y=0$ (кривая касается прямой, параллельной оси y), затем функция, с одной стороны, возрастает до $+\infty$, с другой — убывает до $-\infty$.

в) $y = \operatorname{Ar\,th} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$



Функция существует только при $-1 \leqslant x \leqslant +1$. Монотонно возрастает от $-\infty$ до $+\infty$. Имеет асимптоты $x = -1$ и $x = +\infty$. Проходит через начало координат, где имеет точку перегиба. Касательная в этой точке наклонена к оси x под углом 45°.

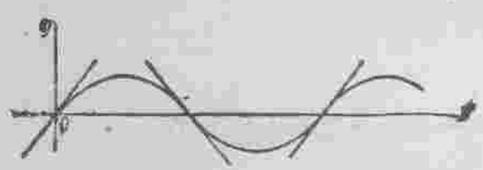
г) $y = \operatorname{Ar\,cth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$



Функция существует только при $-\infty < x < -1$ и при $1 < x < \infty$. От $-\infty$ до -1 убывает, принимая значения от 0 до $-\infty$; от $+1$ до $+\infty$ убывает, принимая значения от $+\infty$ до $+1$. Имеет три асимптоты: $y = 0$, $x = -1$, $x = +1$.

II. Тригонометрические функции

а) $y = \sin x$



Периодическая функция (период 2π). Изменяется, принимая значения от -1 до $+1$. График — синусоида. Точки максимума ($y = +1$) при $x = \frac{\pi}{2} \pm 2k\pi$, минимума ($y = -1$) при $x = \frac{3\pi}{2} \pm 2k\pi$. Пересекает ось x в точках $x = k\pi$ (точках перегиба), где имеет наклон касательной к оси $x = 45°$ (в ту или другую сторону).

б) $y = \cos x$

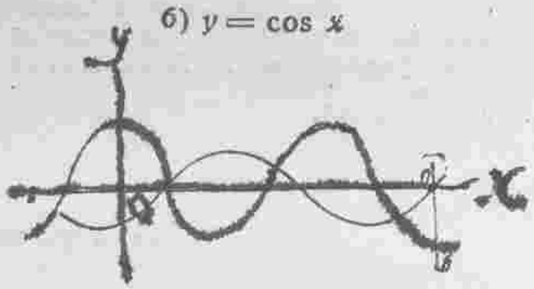
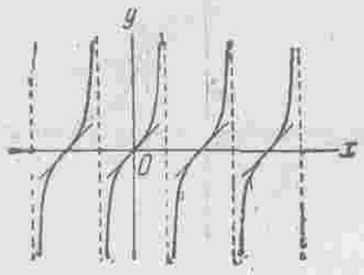


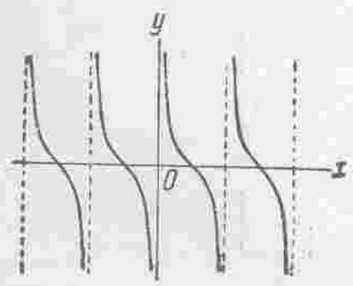
График — тот же, что у кривой $y = \sin x$ (синусоида), сдвинутый на $\frac{\pi}{2}$. Точки максимума ($y = +1$) при $x = \pm 2k\pi$, минимума ($y = -1$) при $x = \pi \pm 2k\pi$. Пересекает ось x в точках $x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$ (точках перегиба), где имеет наклон касательной к оси $x = 45°$ (в ту или другую сторону).

в) $y = \operatorname{tg} x$



Периодическая функция (период π). Всегда возрастает, имеет разрывы при $x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$, где переходит от $+\infty$ к $-\infty$. Пересекает ось x в точках $x = 0$, $x = \pm k\pi$, где имеет точки перегиба. Касательная в этих точках наклонена к оси x под углом 45°. Асимптоты: $x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$.

г) $y = \operatorname{ctg} x$



Периодическая функция (период π). Всегда убывает, имеет разрывы при $x = 0$, $x = \pm k\pi$, где переходит от $-\infty$ к $+\infty$. Пересекает ось x в точках $x = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$, где имеет точки перегиба. Касательная в этих точках наклонена к оси x под $-45°$. Асимптоты: $x = 0$, $x = \pm k\pi$.

д) $y = a \sin \omega x + b \cos \omega x = A \sin \omega x + \varphi$

(Функция колебательного процесса.) $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ — амплитуда колебания, ω — частота, $\frac{2\pi}{\omega}$ — период, φ — начальная фаза.

Формулы тригонометрии — см. стр. 96—97.
Тригонометрические таблицы — см. стр. 78—83.

12. *Круговые (обратные тригонометрические) функции*

а) $y = \arcsin x$

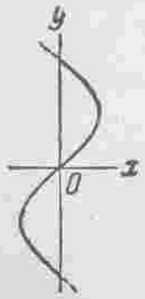
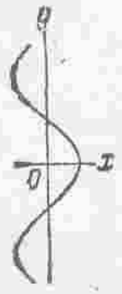


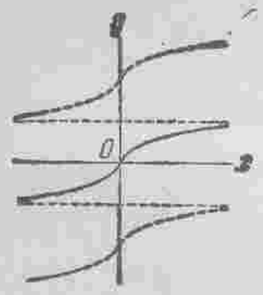
График — синусоида. Существует только при $-1 \leqslant x \leqslant +1$. Функция многозначна: к главным двум значениям y (обозначенным на чертеже сплошной линией) прибавляются значения $\pm 2k\pi$; при $x = 0$ $y = 0$.

б) $y = \arccos x$



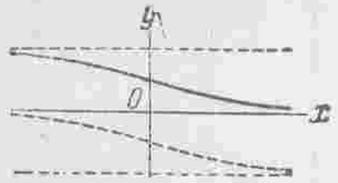
Та же кривая, что и для $\arcsin x$, но спущенная на $\frac{\pi}{2}$; при $x = 1$ $y = 0$.

в) $y = \operatorname{arctg} x$



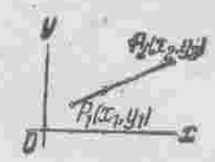
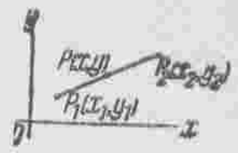
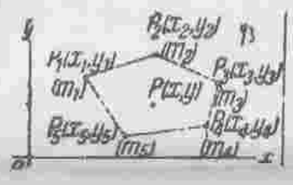
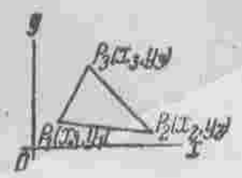
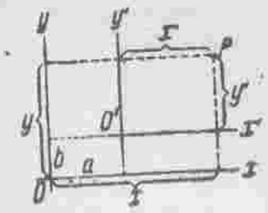
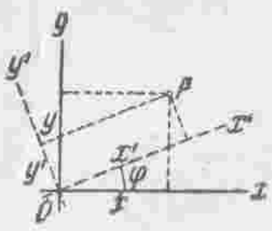
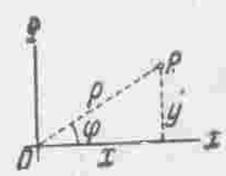
Главное значение изменяется от $-\frac{\pi}{2}$ до $+\frac{\pi}{2}$ при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$. Всегда возрастает, имеет точку перегиба в начале координат. Функция многозначна: к главному значению (обозначенному на чертеже сплошной линией) прибавляются значения $\pm k\pi$. Асимптоты: $y = \pm \frac{\pi}{2} \pm k\pi$.

г) $y = \operatorname{arcctg}$



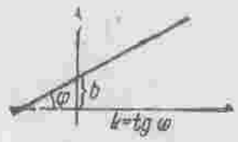
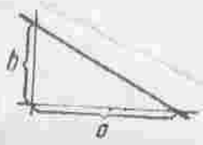
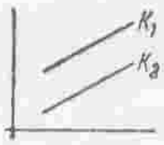
Всегда убывает. При изменении x от $-\infty$ до 0 уменьшается от π до 0. При $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$. Функция многозначна: к главному значению (обозначено на чертеже сплошной линией) прибавляются значения $\pm k\pi$. Асимптоты: $y = 0$, $\pm k\pi$.

В. Аналитическая геометрия

Название	Формула	Чертеж
1. Основные формулы геометрии на плоскости		
Расстояние между двумя точками	$d = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	
Деление отрезка пополам	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \; y = \frac{y_2 + y_1}{2}$	
Деление отрезка в данном отношении $m : n$	$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \; y = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}$	
Центр тяжести системы точек с массами $m_1, m_2 \ldots, m_n$	$x = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}, \; y = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}$	
Площадь треугольника $P_1P_2P_3$	$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ (знак определителя укажет направление обхода $P_1P_2P_3$)	
Параллельное перенесение осей координат x, y — старые координаты, x', y' — новые координаты, a, b — координаты нового начала	$x = x' + a$ $y = y' + b$ $x' = x - a$ $y' = y - b$	
Поворот осей координат φ — угол поворота (против часовой стрелки), x, y — старые координаты, x', y' — новые координаты	$x = x' \cos\varphi - y' \sin\varphi$ $y = x' \sin\varphi + y' \cos\varphi$ $x' = x \cos\varphi + y \sin\varphi$ $y' = -x \sin\varphi + y \cos\varphi$	
Преобразование декартовых координат в полярные, и обратно	$x = \rho \cos\varphi, \; y = \rho \sin\varphi$ $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$	

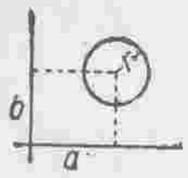
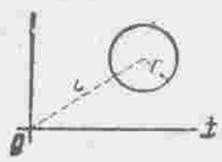
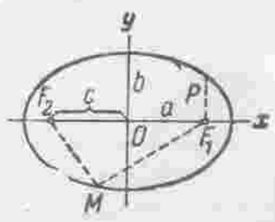
-15.90
443.39

Продолжение

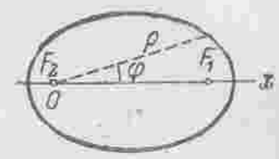
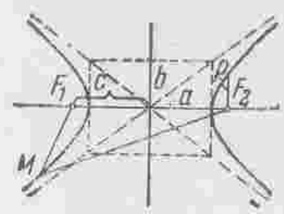
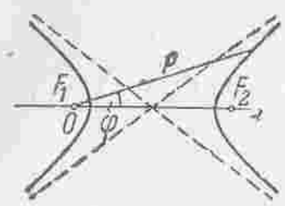
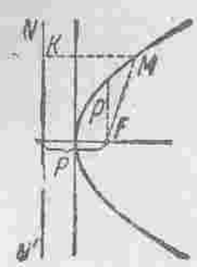
Название	Формула	Чертеж
2. *Прямая линия на плоскости*		
Уравнение прямой в общем виде	$Ax+By+C=0$	
Уравнение прямой с угловым коэфициентом k — угловой коэфициент $=\operatorname{tg}\varphi$, b — отрезок, отсекаемый на оси y	$y=kx+b$	
Уравнение прямой, проходящей через две точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2)	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$	
Уравнение прямой, проходящей через данную точку (x_1, y_1) и имеющей данное направление $k=\operatorname{tg}\varphi$	$y-y_1=k(x-x_1)$	
Уравнение прямой в отрезках a, b — отрезки, отсекаемые прямой на осях координат	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$	
Уравнение прямой в нормальном виде p — расстояние прямой от начала координат, α — угол, образуемый перпендикуляром к прямой из начала с осью x	$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$ (Если прямая дана в общем виде $Ax+By+C=0$, то $\cos\alpha=\frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$, $\sin\alpha=\frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$, $P=-\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$; знак перед корнем обратен знаку C)	
Угол между двумя прямыми k_1, k_2 — угловые коэфициенты прямых	$\operatorname{tg}\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$	
Условие параллельности прямых k_1, k_2 — угловые коэфициенты прямых	$k_1=k_2$ или, если прямые даны в общем виде: $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$	
Условие перпендикулярности прямых k_1, k_2 — угловые коэфициенты прямых	$k_2=-\frac{1}{k_1}$ или $A_1A_2+B_1B_2=0$	

В. Аналитическая геометрия

Продолжение

Название	Формула	Чертеж
Расстояние точки (x_1, y_1) от прямой $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$	$d = x_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha - p$	
Точка пересечения двух прямых	а) Для уравнений с угловыми коэфициентами: $x_0 = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$, $y_0 = \frac{k_1}{k_1 - k_2}(b_2 - b_1) + b_1$ б) Для уравнений в общем виде: $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} B_1 C_1 \\ B_2 C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}}$, $y_0 = \frac{\begin{vmatrix} C_1 A_1 \\ C_2 A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}}$	
Уравнение прямой в полярных координатах p — расстояние полюса от прямой, α — угол между полярной осью и перпендикуляром из полюса на прямую	$\rho\cos(\alpha - \varphi) = p$	
	3. Окружность	
Окружность с центром в начале координат r — радиус	$x^2 + y^2 = r^2$	
Окружность с центром в точке a, b r — радиус	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	
Окружность в полярных координатах r — радиус, c — расстояние от центра до полюса	$\rho^2 - 2\rho c\cos\varphi = r^2$	
	4. Кривые 2-го порядка	
а) Эллипс Уравнение (в канонической форме) a, b — полуоси, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ — полуфокусное расстояние Основное свойство Площадь	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $F_1M + F_2M = 2a$ $S = \pi ab$	

Продолжение

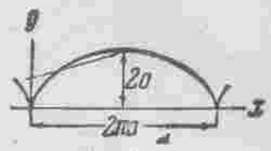
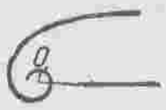
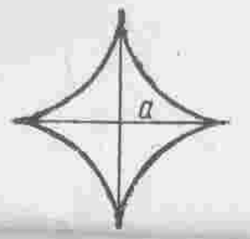
Название	Формула	Чертеж
Уравнение в полярных координатах $e=\frac{c}{a}$ — эксцентриситет ($e<1$), $p=\frac{b^2}{a}$ — параметр ~~Площадь~~	$\rho=\frac{p}{1+e\cos\varphi}$	
б) Гипербола		
Уравнение (в канонической форме) a, b — полуоси, $c=\sqrt{a^2+b^2}$ — полуфокусное расстояние, $e=\frac{c}{a}$ — эксцентриситет ($e>1$), $p=\frac{b^2}{a}$ — параметр	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	
Основное свойство	$F_2M-F_1M=2a$	
Наклон асимптот	Угловой коэфициент $k=\pm\frac{b}{a}$	
Уравнение в полярных координатах	$\rho=\frac{p}{1+e\cos\varphi}$	
в) Парабола		
Уравнение (в канонической форме) p — параметр (расстояние фокуса от директрисы)	$y^2=2px$	
Основное свойство	$FM=MK$ (расстоянию точки до директрисы)	
Уравнение в полярных координатах	$\rho=\frac{p}{1+\cos\varphi}$	
5. Некоторые часто встречающиеся кривые[1]		
Цепная линия[2]	$y=a\,\mathrm{ch}\,\frac{x}{a}=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$	

[1] Уравнения и графики кривых, изображающих элементарные функциональные зависимости (например степенные, показательные, логарифмические, прямые и обратные гиперболические и тригонометрические функции), см. стр. 109—117.

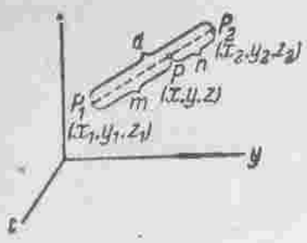
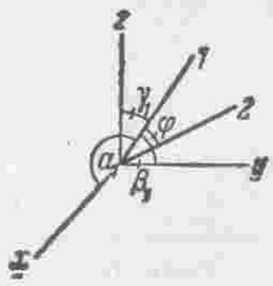
[2] См. также стр. 113 (график гиперболического косинуса).

В. Аналитическая геометрия

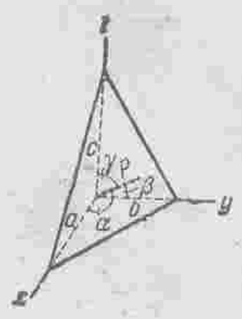
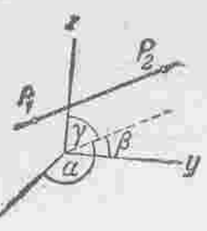
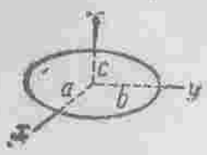
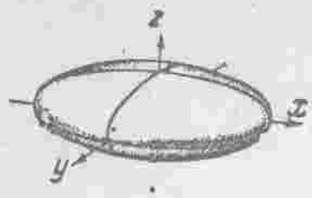
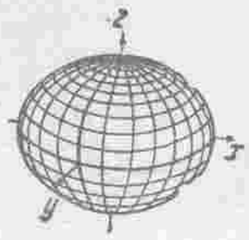
Продолжение

Название	Формула	Чертеж
Циклоида (в параметрической форме); a — радиус катящейся окружности, параметр θ — угол поворота	$x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$	
Длина одной полной дуги Площадь под полной дугой	$L = 8a$ $S = 3\pi a^2$	
Спираль Архимеда (в полярных координатах)	$\rho = a\varphi$	
Гиперболическая спираль (в полярных координатах)	$\rho = \frac{a}{\varphi}$	
Логарифмическая спираль (в полярных координатах)	$\rho = e^{a\varphi}$	
Астроида	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$	
Длина всей кривой Площадь всей кривой	$L = 6a$ $S = \frac{3}{32}\pi a^2$	

6. Основные формулы геометрии в пространстве

Расстояние между двумя точками	$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$	
Деление отрезка в данном отношении $m : n$	$\begin{cases} x = \frac{nx_1 + mx_2}{n+m} \\ y = \frac{ny_1 + my_2}{n+m} \\ z = \frac{nz_1 + mz_2}{n+m} \end{cases}$	
Направляющие косинусы прямой, проходящей через P_1 и P_2	$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{d} \\ \cos\beta = \frac{y_2 - y_1}{d} \\ \cos\gamma = \frac{z_2 - z_1}{d} \end{cases}$	
Угол между двумя направлениями $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ и $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$	$\cos\varphi = \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2$	
Основное соотношение между направляющими косинусами	$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$	

Продолжение

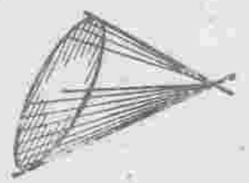
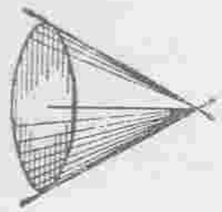
Название	Формула	Чертеж
7. *Прямая (в пространстве) и плоскость*		
Общее уравнение плоскости	$Ax + By + Cz + D = 0$	
Уравнение плоскости в отрезках (a, b, c — отрезки на осях координат)	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$	
Уравнение плоскости в нормальной форме (p — расстояние от начала координат; $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — направляющие косинусы нормали к плоскости)	$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$	
Уравнение прямой, проходящей через две точки	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$	
Уравнение прямой, проходящей через две точки по данному направлению (направляющие косинусы $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$)	$\frac{x - x_1}{\cos\alpha} = \frac{y - y_1}{\cos\beta} = \frac{z - z_1}{\cos\gamma}$	
8. *Поверхности 2-го порядка (канонические уравнения)*		
Шар	$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$	
Эллипсоид $\left(\text{объем} = \frac{4}{3}\pi abc\right)$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	 
Эллипсоид вращения (сплющенный)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ $a > c$	
Эллипсоид вращения (вытянутый)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ $a < c$	

В. Аналитическая геометрия

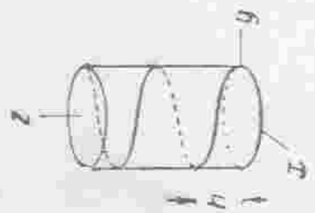
Продолжение

Название	Формула	Чертеж
Однополостный гиперболоид	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ (левый чертеж)	
Однополостный гиперболоид вращения	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ (правый чертеж)	
Двуполостный гиперболоид	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$	
Двуполостный гиперболоид вращения	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$	
Эллиптический параболоид	$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z$	
Параболоид вращения	$x^2+y^2=2pz$	
Гиперболический параболоид	$\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z$	

Продолжение

Название	Формула	Чертеж
Конус	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$	
Конус вращения	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$	

9. Винтовая линия

Параметрическое уравнение (Параметр φ — угол, образованный проекцией радиуса-вектора на плоскость xy с осью x)	$\left\{\begin{array}{l} x=r\cos\varphi \\ y=r\sin\varphi \\ z=a\varphi \end{array}\right.$	
Шаг винта (ход)	$h=a\cdot 2\pi$	

Г. Диференциальное исчисление

1. Формулы диференцирования

а) Основные правила диференцирования

u, v, w — функции независимого переменного x

Название	Функция $y=f(x)$	Производная $\frac{dy}{dx}$
Сумма (разность) нескольких функций	$u+v-w+\ldots$	$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}-\frac{dw}{dx}+\cdots$
Произведение двух функций.	uv	$u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$
Произведение трех функций	uvw	$uv\frac{dw}{dx}+u\frac{dv}{dx}w+\frac{du}{dx}vw$
(Произведение четырех и более функций — аналогично)		
Функция с постоянным множителем	cu	$c\frac{du}{dx}$
Дробь (отношение двух функций)	$\frac{u}{v}$	$\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}$
Функция в n-й степени	u^n	$nu^{n-1}\frac{du}{dx}$
Корень квадратный из функции	$\sqrt{u}$	$\frac{1}{2\sqrt{u}}\cdot\frac{du}{dx}$
Корень n-й степени из функции	$\sqrt[n]{u}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}\cdot\frac{du}{dx}$
Отрицательная степень функции	$u^{-n}=\frac{1}{u^n}$	$-\frac{n}{u^{n+1}}\cdot\frac{du}{dx}$
Сложная показательная функция	u^v	$vu^{v-1}\frac{du}{dx}+u^v\ln u\frac{dv}{dx}$
Функция от функции	$f(u)$	$\frac{df(u)}{du}\cdot\frac{du}{dx}$
Сложная функция („цепное правило“)	$y=f(u)$, $u=\varphi(v)$, $v=\psi(x)$	$\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dv}\cdot\frac{dv}{dx}$
(В случае „цепи“ из большего числа функций — аналогично)		

б) Таблица производных элементарных функций

Функция	Производная	Функция	Производная
a (постоянная)	0	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
x	1	$\sec x = \frac{1}{\sin x}$	$-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$
x^n	nx^{n-1}	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\operatorname{arcsec} x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
e^x	e^x	$\operatorname{arccsec} x$	$-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
e^{mx}	me^{mx}	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
a^{mx}	$ma^{mx} \ln a$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{Arsh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{Arch} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{Arth} x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$	$\operatorname{Arcth} x$	$-\frac{1}{1-x^2}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -\csc^2 x$		

в) Производная неявной функции

$$f(x, y) = 0, \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

г) Производные высших порядков (простейшие)

Название	Функция	Производная
Произведение двух функций („формула Лейбница")	uv	$\frac{d^n(uv)}{dx} = \frac{d^n u}{dx^n} v + n \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} \frac{dv}{dx} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \frac{d^{n-2} u}{dx^{n-2}} \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{d^{n-3} u}{dx^{n-3}} + \ldots + u \frac{d^n v}{dx^n}$
Степень	x^n	$\frac{d^N(x^n)}{dx^N} = n(n-1)(n-2) \ldots (n-N+1)\, x^{n-N}$ (при целом $N > n$ производная равна нулю)
Показательная функция	a^x	$\frac{d^n a^x}{dx^n} = a^x (\ln a)^n$
Логарифм	$\ln x$	$\frac{d^n \ln x}{dx^n} = (-1)^{n-1} (n-1)! \frac{1}{x}$
Синус	$\sin x$	$\frac{d^n \sin x}{dx^n} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$
Косинус	$\cos x$	$\frac{d^n \cos x}{dx^n} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

2. *Нахождение максимума и минимума*

а) Функции одной переменной

Для нахождения M и m функции $f(x)$, находят ее производную, приравнивают нулю, решают уравнение $f'(x)=0$ относительно x и полученные корни $x_1, x_2 \ldots$ подставляют во вторую производную $f''(x)$.

Если $f''(x_1)<0$, то при x_1 имеем M

" $f''(x_1)>0$, " " x_1 " m

" $f''(x_1)=0$, то подставляем x_1 в третью производную.

Если в этом случае $f'''(x_1)\neq 0$, то не имеем при x_1 ни M, ни m. Если в этом случае $f'''(x_1)=0$, то подставляем x_1 в четвертую производную.

Общее правило: корень x_1 уравнения $f'(x)=0$ подставляем последовательно в дальнейшие производные и смотрим, какая из производных первая не будет равна нулю. Если эта производная, оказалась четного порядка, то функция имеет M или m (в зависимости от того, будет ли эта производная $<$ или $>$ нуля). Если же она оказалась нечетного порядка, функция не имеет при этом значении ни M, ни m.

Для отыскания наибольшего или наименьшего значения функции в данном промежутке отыскивают ее M или m по указанному правилу, а также исследуют функцию на концах промежутка и в точках разрыва функции и ее производной. Искомые значения находятся в одной из этих точек, например:

Наибольшее значение функции:

В случае A—в точке максимума,

" " B—на конце промежутка,

" " C—в точке разрыва функции,

" " D—в точке разрыва производной.

б) Неявной функции $f(x, y)=0$

Находится частная производная $\frac{\partial f}{\partial x}$ и решаются совместно уравнения:

$$f(x, y)=0 \text{ и } \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \text{ (находится только } x).$$

Исследуются полученные решения $x_1, x_2 \ldots$ подстановкой в $\frac{\partial f}{\partial y}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$.

Если $\frac{\partial f}{\partial y}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ разных знаков, то при x_1, y имеет M.

Если $\frac{\partial f}{\partial f}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ одного знака, то при x_1, y имеет m.

Если одно из выражений $\frac{\partial f}{\partial y}$ или $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=0$, то следует, если это возможно, перейти просто к исследованию функции при значениях, близких к x_1, и непосредственно убеждаться, имеем мы M или m.

в) Функции с двумя независимыми переменными $z=f(x, y)$

Находятся две частные производные $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$ и решаются совместно уравнения:

$$\frac{\partial f}{\partial x}=0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial f}{\partial y}=0.$$

Исследуются полученные системы решений $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \ldots$ подстановкой в $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$. Составляется выражение

$$\Delta=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\,\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}\right)^2.$$

Если $\Delta>0$, то z имеет M при $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}<0$, m при $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}>0$.

Если $\Delta\leqslant 0$, то методы становятся более сложными и следует просто исследовать функцию z при значениях, близких к x_1, y_1, и непосредственно убеждаться, имеем мы M или m.

3. *Ряды*

Ряд Тейлора: $f(x+h)=f(x)+\frac{h}{1!}f'(x)+$

$$+\frac{h^2}{2!}f''(x)+\ldots+\frac{h^n}{n!}f^{(n)}(x)+\ldots.$$

Ряд Маклорена: $f(x)=f(0)+\frac{x}{1!}f'(0)+$

$$+\frac{x^2}{2!}f''(0)+\ldots+\frac{x^n}{n!}f^{(n)}(0)+\ldots$$

Таблица разложений в ряд Маклорена некоторых функций:

Функция	Разложение в ряд	Сходимость при:
e^x	$1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
В частности, e	$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots$	
a^x	$1+\frac{x\ln a}{1!}+\frac{(x\ln a)^2}{2!}+$ $+\frac{(x\ln a)^3}{3!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
$\sin x$	$\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
$\cos x$	$1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
$\operatorname{tg} x$	$x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+\ldots$	$-\frac{\pi}{2}<x<+\frac{\pi}{2}$
$\arcsin x$	$x+\frac{1\cdot x^3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}+\ldots$	$-1\leqslant x\leqslant +1$
$\arccos x$	$\frac{\pi}{2}-\arcsin x$	
$\operatorname{arctg} x$	$x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots$	$-1\leqslant x\leqslant 1$
В частности, $\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$	$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\ldots$	
$\operatorname{sh} x$	$x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
$\operatorname{ch} x$	$1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\ldots$	$-\infty<x<+\infty$
$\ln(1+x)$	$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$	$-1<x<+1$
$\ln\frac{1+x}{1-x}$	$2\left(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\ldots\right)$	$-1<x<+1$
$\ln\frac{x+1}{x-1}$	$2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{5x^5}+\ldots\right)$	$+1<x$ и $x<-1$
$\ln x$	$2\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\right.$ $\left.+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5+\ldots\right.$	$0<x<+\infty$

Д. Интегральное исчисление

1. *Основные правила интегрирования*

Формула	Правило
$\int af(x)\,dx=a\int f(x)\,dx$	Постоянный множитель выносится за знак интеграла
$\int(u+v-w)\,dx=$ $=\int u\,dx+\int v\,dx-\int w\,dx$	Интеграл суммы (разности) равен сумме (разности) интегралов отдельных членов
$\int u\,dv=uv-\int v\,du$	„Интегрирование по частям“
$\int\frac{f'(x)}{f(x)}\,dx=\ln f(x)$	Интеграл дроби, в которой числитель есть производная знаменателя, равен логарифму знаменателя

Если $\int f(x)\,dx=F(x)$,

то: $\int f(ax)\,dx=\frac{1}{a}F(ax)$, $\int f(x+c)\,dx=F(x+c)$,

$$\int f(ax+c)=\frac{1}{a}F(ax+c)$$

2. *Таблица неопределенных интегралов*

(постоянные интегрирования опущены)

а) Рациональные функции

$$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\ \text{(исключая } n=-1)$$

$$\int(a+bx)^n\,dx=\frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln (a+bx)$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b} \frac{1}{a+bx}$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\, x\right)$$

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{Arth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad \text{для } x < 1$$

$$\int \frac{dx}{x^2-1} = -\operatorname{Arcth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1} \quad \text{для } x > 1$$

$$\int \frac{dx}{a-bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{Arth}\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\, x\right) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{ab}+bx}{\sqrt{ab}-bx} \quad a \text{ и } b \text{ положительны}$$

$$\int \frac{dx}{x^2+2px+q} = \int \frac{dx}{(x+p)^2+(q-p^2)} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{q-p^2}} \operatorname{arctg} \dfrac{x+p}{\sqrt{q-p^2}}, & \text{если } q > p^2; \\ -\dfrac{1}{\sqrt{p^2-q}} \operatorname{Arth} \dfrac{p+x}{\sqrt{p^2-q}}, & \text{если } p^2 > q; \\ -\dfrac{1}{p+x}, & \text{если } p^2 = q \end{cases}$$

$$\int \frac{(x+b)\,dx}{x^2+2px+q} = \frac{1}{2} \ln (x^2+2px+q) + (b-p) \int \frac{dx}{x^2+2px+q}.$$

б) Иррациональные функции

$$\int \sqrt{a+bx}\, dx = \frac{2}{3b} \sqrt{(a+bx)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{b} \sqrt{a+bx}$$

$$\int x\sqrt{a+bx}\, dx = \frac{2}{5b^2} \left(bx - \frac{2}{3}a\right) \sqrt{(a+bx)^3}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{3b^2} (bx-2a)\sqrt{a+bx}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln (x + \sqrt{x^2+a})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \operatorname{Arch} \frac{x}{a} = \ln (x + \sqrt{x^2-a^2})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \operatorname{Arsh} \frac{x}{a} = \ln (x + \sqrt{x^2+a^2})$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a \pm x^2}} = \pm \sqrt{a \pm x^2}$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \frac{1}{2} \left(-x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a+x^2}} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a+x^2} - a \ln \left(x + \sqrt{a+x^2}\right)\right]$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\, dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a}\right)$$

$$\int \sqrt{x^2-a^2}\, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2-a^2} - a^2 \ln (x + \sqrt{x^2-a^2})\right]$$

$$\int \sqrt{x^2+a^2}\, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2+a^2} + a^2 \ln (x + \sqrt{x^2+a^2})\right]$$

$$\int x\sqrt{x^2 \pm a^2}\, dx = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}$$

$$\int x^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}\, dx = \frac{1}{4}\left(x^2 \pm \frac{a^2}{2}\right) x \sqrt{x^2 \pm a^2} - \frac{a^4}{8} \ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a + 2bx + cx^2}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{c}} \ln\left[b + cx + \sqrt{c}\sqrt{a + 2bx + cx^2}\right], \\ \qquad \text{если } c > 0, \\ \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{Arsh} \frac{b + cx}{\sqrt{ac - b^2}}, \quad \text{если } ac - b^2 > 0, \\ \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{Arch} \frac{b + cx}{\sqrt{b^2 - ac}}, \quad \text{если } b^2 - ac > 0, \\ \frac{-1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{b + cx}{\sqrt{b^2 - ac}}, \quad \text{если } c < 0, \end{cases}$$

$$\int \frac{p + qx}{\sqrt{a + 2bx + cx^2}}\, dx = \frac{q}{c} \sqrt{a + 2bx + cx^2} + \frac{pc - qb}{c} \int \frac{dx}{\sqrt{a + 2bx + cx^2}}$$

$$\int \frac{x^m\, dx}{\sqrt{a + 2bx + cx^2}} = \frac{x^{m-1} X}{mc} - \frac{(m-1)\, a}{mc} \int \frac{x^{m-2} dx}{X} - \frac{(2m-1)\, b}{mc} \int \frac{x^{m-1}\, dx}{X}, \text{ причем } X = \sqrt{a + 2bx + cx^2}$$

$$\int \sqrt{a + 2bx + cx^2}\, dx = \frac{b + cx}{2c} \sqrt{a + 2bx + cx^2} + \frac{ac - b^2}{2c} \int \frac{dx}{\sqrt{a + 2bx + cx^2}}.$$

в) Трансцендентные функции

$$\int e^x\, dx = e^x$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x\, dx = x(\ln x - 1)$$

$$\int (\ln x)^n\, dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1}\, dx$$

$$\int \frac{\ln x}{x^2}\, dx = \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{(\ln x)^n}{x}\, dx = \frac{1}{n+1} (\ln x)^{n+1}, \text{ исключая } n = -1;$$

при $n = -1$

$$\int \frac{dx}{x \ln x} = \ln(\ln x)$$

$$\int x^n \ln x\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\ln x - \frac{1}{n+1}\right) \left\{ \begin{array}{l} \text{для } n \text{ положительных и отрицательных, исключая } n = -1 \end{array} \right.$$

$$\int \sin \alpha x\, dx = -\frac{1}{\alpha} \cos \alpha x$$

$$\int \cos \alpha x\, dx = \frac{1}{\alpha} \sin \alpha x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int \operatorname{tg} x\, dx = -\ln \cos x$$

$$\int \operatorname{ctg} x\, dx = \ln \sin x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\int \sin x \cos x\, dx = -\frac{1}{4} \cos 2x$$

$$\int \frac{dx}{1+\cos x} = \operatorname{tg}\frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{1-\cos x} = -\operatorname{ctg}\frac{x}{2}$$

$$\int x \sin \alpha x\, dx = \frac{\sin \alpha x}{\alpha^2} - \frac{x \cos \alpha x}{\alpha}$$

$$\int x \cos \alpha x\, dx = \frac{\cos \alpha x}{\alpha^2} + \frac{x \sin \alpha x}{\alpha}$$

$$\int x^2 \sin \alpha x\, dx = -\frac{x^2 \cos \alpha x}{\alpha} + \frac{2x \sin \alpha x}{\alpha^2} + \frac{2 \cos \alpha x}{\alpha^3}$$

$$\int x^2 \cos \alpha x\, dx = \frac{x^2 \sin \alpha x}{\alpha} + \frac{2x \cos \alpha x}{\alpha^2} - \frac{2 \sin \alpha x}{\alpha^3}$$

$$\int \sin^2 x\, dx = \frac{1}{2}(-\sin x \cos x + x)$$

$$\int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}(\sin x \cos x + x)$$

$$\int \sin^n x\, dx = -\frac{1}{n} \cos x \sin^{n-1} x + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2} x\, dx$$

$$\int \cos^n x\, dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x\, dx$$

$$\int \operatorname{tg}^n x\, dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x\, dx$$

$$\int \operatorname{ctg}^n x\, dx = -\frac{\operatorname{ctg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{ctg}^{n-2} x\, dx$$

$$\int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1)\sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}$$

$$\int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1)\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\cos^{n-2} x}$$

$$\int \sin mx \cos nx\, dx = -\frac{\cos (m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos (m-}{2(m-}$$

$$\int \sin mx \sin nx\, dx = \frac{\sin (m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin (m+n)x}{2(m+n)}$$

$$\int \cos mx \cos nx\, dx = \frac{\sin (m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin (m+n)x}{2(m+n)}$$

$$\int \frac{dx}{x+\cos x} = \frac{2}{\sqrt{a^2-1}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \operatorname{tg}\frac{x}{2}\right),$$

если $a^2 > 1$

$$\int \frac{dx}{x+\cos x} = \frac{2}{\sqrt{1-a^2}} \operatorname{Arth}\left(\sqrt{\frac{1-a}{1+a}} \operatorname{tg}\frac{x}{2}\right),$$

если $a^2 < 1$

$$\int \frac{dx}{a+\sin x} = \frac{2}{\sqrt{a^2-1}} \operatorname{arctg}\left[\sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right],$$

если $a^2 > 1$

$$\int \frac{dx}{a+\sin x} = \frac{-2}{\sqrt{1-a^2}} \operatorname{Arth}\left[\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right],$$

если $a^2 < 1$

$$\int x^m \sin x\, dx = -x^m \cos x + m\int x^{m-1} \cos x\, dx$$

$$\int x^m \cos x\, dx = x^m \sin x - m\int x^{m-1} \sin x\, dx$$

$$\int \arcsin x\, dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \arccos x\, dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$$

10 Зак. 3665. С. П. Ванков.

$$\int \operatorname{arctg} x\, dx = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln (1 + x^2)$$

$$\int \operatorname{arcctg} x\, dx = x \operatorname{arcctg} x + \frac{1}{2} \ln (1 + x^2)$$

$$\int \operatorname{sh} x\, dx = \operatorname{ch} x$$

$$\int \operatorname{ch} x\, dx = \operatorname{sh} x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x$$

3. Некоторые определенные интегралы

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad \int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}},$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx = \int_0^\infty \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad \int_0^\infty \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \frac{\pi}{2},$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin ax}{x} dx = \frac{\pi}{2} \text{ при } a > 0 \text{ и } = -\frac{\pi}{2} \text{ при } a < 0$$

4. Приближенные вычисления определенных интегралов

Промежуток от a до b между пределами интеграла разделяется на n равных частей, вычисляются значения в точках деления для аргумента x и интегрируемой функции y.

Результат располагается в следующей таблице:

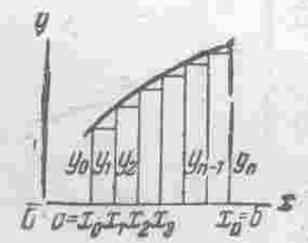
$x_0 = a$	x_1	x_2	. . .	$x_n = b$
y_0	y_1	y_2	. . .	y_n

$$\Delta = \frac{b - a}{n}$$

Пользуются одной из трех формул:

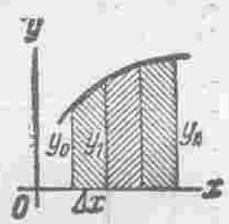
а) Формула прямоугольников

$$\int_a^b y\, dx = \Delta (y_0 + y_1 + \ldots + y_{n-1})$$



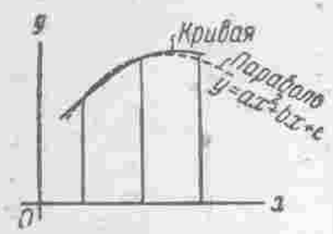
б) Формула трапеций

$$\int_a^b y\, dx = \frac{\Delta}{2} (y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \ldots + 2y_{n-1} + y_n)$$



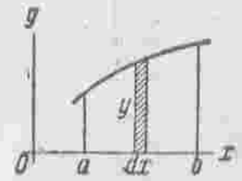
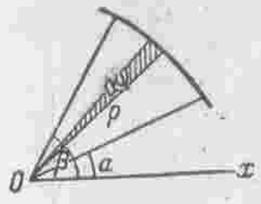
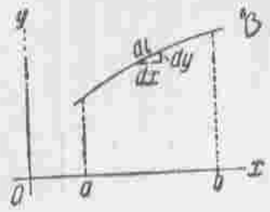
в) Формула парабол (Симпсона). n — четное!

$$\int_a^b y\, dx = \frac{\Delta}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$



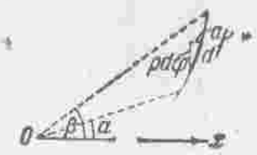
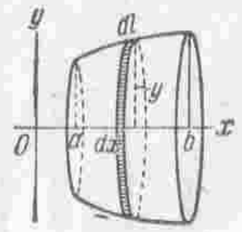
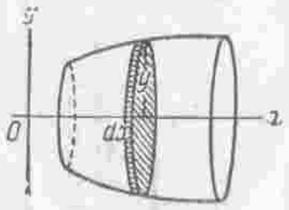
Все три формулы тем точнее, чем больше n. Вторая формула точнее первой; третья еще точнее и поэтому наиболее употребительна.

5. Геометрические приложения определенного интеграла [1])

Название	Формула	Чертеж
Площадь в прямоугольных координатах [ограниченная осью x, кривой $y=f(x)$ и ординатами $x=a$ и $x=b$]	$S=\int_a^b y\,dx$	
Площадь в полярных координатах [ограниченная кривой $\rho=f(\varphi)$ и радиусами-векторами $\varphi=\alpha$ и $\varphi=\beta$]	$S=\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta \rho^2 d\varphi$	
Длина кривой в прямоугольных координатах [ограниченная точками $x=a$ и $x=b$; уравнение кривой $y=f(x)$]	$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$	

[1]) Приложения к физике, механике и т. д. (центр тяжести, момент инерции и т. д.) см. соответствующие разделы справочника.

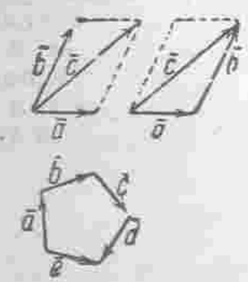
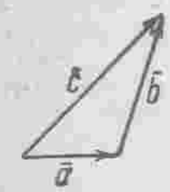
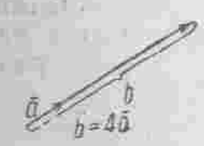
Продолжение

Название	Формула	Чертеж
Длина кривой в полярных координатах [ограниченная точками $\varphi=\alpha$ и $\varphi=\beta$, уравнение кривой $\rho=f(\varphi)$]	$L=\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho^2+\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2}\,d\varphi$	
Поверхность тела вращения [образована кривой $y=f(x)$, ограниченной точками $x=a$, $x=b$. Вращение вокруг оси x]	$S_{пов}=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$	
Объем тела вращения [образован кривой $y=f(x)$, ограниченной точками $x=a$, $x=b$. Вращение вокруг оси x]	$V=\pi\int_a^b y^2 dx$	

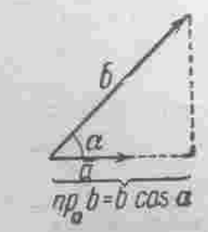
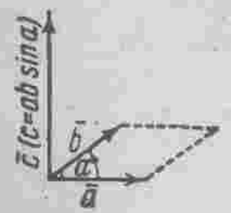
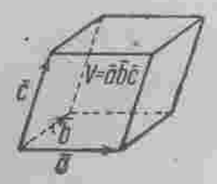
Е. Векторное исчисление

1. Вектор ная алгебра

Обозначения: **a**, **b**, **c** — векторы; a, b, c — скаляры (длины соответствующих векторов); **i**, **j**, **k** — орты (единичные координатные векторы); a_x, a_y, a_z — координаты вектора **a**; $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$

Действие над векторами	Обозначение	Определение	Чертеж [1]	Выражение в координатах	Основные свойства
Сложение	$\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{c}$ $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}+\mathbf{d}=\mathbf{e}$	**c** — 1) диагональ параллелограмма, построенного на **a** и **b**; 2) замыкающая треугольника с двумя сторонами **a** и **b**; **e** замыкающая ломаной линии с звеньями **abcd**		$c_x\mathbf{i}+c_y\mathbf{j}+c_z\mathbf{k}=$ $=(a_x+b_x)\,\mathbf{i}+$ $+(a_y+b_y)\,\mathbf{j}+$ $+(a_z+b_z)\,\mathbf{k};$ $c_x=a_x+b_x,$ $c_y=a_y+b_y,$ $c_z=a_z+b_z$	$\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{b}+\mathbf{a},$ $(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mathbf{c}=\mathbf{a}+(\mathbf{b}+\mathbf{c}),$ $\lvert\mathbf{a}+\mathbf{b}\rvert\leq\lvert\mathbf{a}\rvert+\lvert\mathbf{b}\rvert$ (знак равенства имеет место, когда $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ и направлено в одну и ту же сторону)
Вычитание	$\mathbf{c}-\mathbf{a}=\mathbf{b}$	**b** — вектор, который, будучи сложен с **a**, дает **c**. Если **c** и **a** совместить началами, то **b** идет от конца **a** к концу **c**		$b_x\mathbf{i}+b_y\mathbf{j}+b_z\mathbf{k}=$ $=(c_x-a_x)\,\mathbf{i}+$ $+(c_y-a_y)\,\mathbf{j}+$ $+(c_z-a_z)\,\mathbf{k};$ $b_x=c_x-a_x,$ $b_y=c_y-a_y,$ $b_z=c_z-a_z$	$\lvert\mathbf{a}-\mathbf{b}\rvert\leq\lvert\mathbf{a}\rvert+$ $+\lvert\mathbf{b}\rvert\geq\lvert\mathbf{a}\rvert-\lvert\mathbf{b}\rvert$ (знак равенства имеет место, когда $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ и направлено противоположно)
Умножение вектора на скаляр	$n\mathbf{a}=\mathbf{b}$	**b** — вектор, колинеарный с **a** и по длине в n раз больший; **a** и **b** имеют одинаковое направление, если $n>0$ и разное, если $n<0$		$b_x\mathbf{i}+b_y\mathbf{j}+b_z\mathbf{k}=$ $=na_x\mathbf{i}+na_y\mathbf{j}+$ $+na_z\mathbf{k};$ $b_x=na_x,\ b_y=na_y,$ $b_z=na_z$	$n\mathbf{a}=\mathbf{a}n,$ $n(\mathbf{a}+\mathbf{b})=n\mathbf{a}+n\mathbf{b},$ $(n+m)\,\mathbf{a}=n\mathbf{a}+m\mathbf{a}$

[1] На чертежах векторы обозначены не жирными буквами а светлыми с черточкой наверху.

Действие над векторами	Обозначение	Определение	Чертеж	Выражение в координатах	Основные свойства
Скалярное произведение	$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=m$	m — скаляр, равный $ab\cos\alpha$ (или $m=a\,\text{пр}_a\,b=b\,\text{пр}_b\,a$ длине одного вектора, умноженного на проекцию второго вектора на первый)		$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$	$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$, $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c})=\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=0$, если $\mathbf{a}\perp\mathbf{b}$ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=ab$, если $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ и одинаково направлены
Векторное произведение	$\mathbf{a}\times\mathbf{b}=\mathbf{c}$	$\mathbf{c}$ — вектор, равный по длине $ab\sin\alpha$ (площади параллелограмма, построенного на $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, направленный $\perp$ к $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ и так, что $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ образуют правую тройку [1])		$c_x\mathbf{i}+c_y\mathbf{j}+c_z\mathbf{k}=(a_yb_z-a_zb_y)\,\mathbf{i}+(a_zb_x-a_xb_z)\,\mathbf{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\,\mathbf{k}=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \end{vmatrix}$	$\mathbf{a}^2=a^2$ $\mathbf{a}\times\mathbf{b}=-(\mathbf{b}\times\mathbf{a})$, $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}+\mathbf{c})=\mathbf{a}\times\mathbf{b}+\mathbf{a}\times\mathbf{c}$, $\mathbf{a}\times\mathbf{b}=0$, если $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$
Смешанное произведение	$\mathbf{abc}=m$	m — скаляр, равный $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}$ (объем параллелепипеда, построенного на $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, взятый со знаком +, если $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ образуют правую тройку, и со знаком —, если левую) [1])		$\mathbf{abc}=a_x(b_yc_z-b_zc_y)+a_y(b_zc_x-b_xc_z)+a_z(b_xc_y-b_yc_x)=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$	$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$, $\mathbf{abc}=\mathbf{bca}=\mathbf{cab}=-\mathbf{acb}=-\mathbf{cba}=-\mathbf{bac}$, $\mathbf{abc}=0$, если $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ компланарны

[1]) Три вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образуют правую тройку, если их можно совместить с положениями 1-го, 2-го и 3-го пальцев правой руки, или если поворот от $\mathbf{a}$ к $\mathbf{b}$ кажется с конца вектора $\mathbf{c}$ против часовой стрелки; в противном случае тройка — левая.

Некоторые формулы векторной алгебры

а) Двойное векторное произведение:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}\,(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}\,(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$$

б) „Тождество Лагранжа“:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\,(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})\,(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}).$$

2. *Векторный анализ (векторные функции скалярного переменного)* [1]

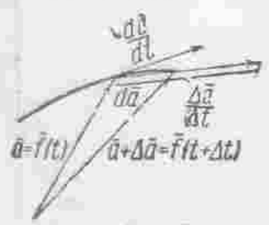
Векторная функция: $\mathbf{a} = \mathbf{f}(t)$ эквивалентна трем скалярным функциям:

$$a_x = f_x(t), \quad a_y = f_y(t), \quad a_z = f_z(t).$$

Геометрическое изображение: если значения переменного вектора $\mathbf{a}$ совместить началами, то их концы опишут кривую — годограф векторной функции.

Производная векторной функции:

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{d\mathbf{a}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{f}(t + \Delta t) - \mathbf{f}(t)}{\Delta t}.$$



Геометрически $\frac{d\mathbf{a}}{dt}$ — вектор касательной к годографу в соответствующей точке. Длина $\frac{d\mathbf{a}}{dt}$ зависит от параметра t (независимого переменного).

Если t — время, то $\mathbf{a}$ определяет движение точки в пространстве, а $\frac{d\mathbf{a}}{dt}$ по величине и направлению — скорость движения.

Если t — длина дуги годографа, то $\left|\frac{d\mathbf{a}}{dt}\right| = 1$ (единичный касательный вектор).

[1] Теория скалярных функций векторного переменного (скалярное поле) и векторных функций векторного переменного (векторное поле) см. в специальных курсах векторного исчисления. Справочные сведения — в „Математическом справочнике“ Бриллинга, стр. 156—161.

Формулы диференцирования векторов:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \ldots) = \frac{d\mathbf{a}}{dt} + \frac{d\mathbf{b}}{dt} + \frac{d\mathbf{c}}{dt} + \ldots,$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \frac{d\mathbf{a}}{dt} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \frac{d\mathbf{b}}{dt},$$

$\frac{d}{dt}(\varphi\mathbf{a})$ (где φ — скалярная функция t) $= \frac{d\varphi}{dt}\mathbf{a} + \varphi\frac{d\mathbf{a}}{dt}$

$\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \frac{d\mathbf{a}}{dt} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \frac{d\mathbf{b}}{dt}$ (множители нельзя переставлять местами).

Формула Тейлора:

$$\mathbf{f}(t + h) = \mathbf{f}(t) + h\frac{d\mathbf{f}(t)}{dt} + \frac{h^2}{2}\frac{d^2\mathbf{f}(t)}{dt^2} + \ldots + \frac{h^n}{n!}\frac{d^{(n)}\mathbf{f}(t)}{dt^n} + \ldots$$

IV. НОМОГРАФИЯ [1]

Номографией пользуются в тех случаях, когда приходится много раз вычислять по одной и той же формуле. Номограммой же называется чертеж, особым образом изготовляемый для каждой определенной формулы. Если составлен такой чертеж для данной формулы, то вычисление по ней становится излишним, результат прямо читается на чертеже.

1. *Как пользоваться номограммой*

(примеры номограмм различного типа и правила их использования)

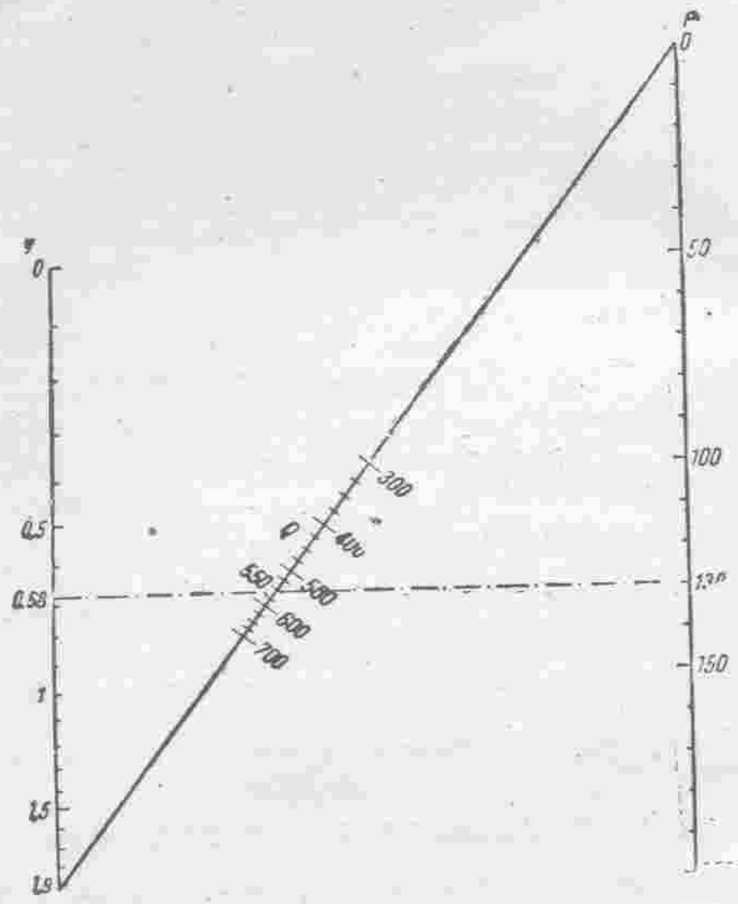
1. Формула Лешала, определяющая скорость лошади в зависимости от тягового усилия (употребляется в агроделе):

$$V = 0{,}21\,(5 - 0{,}1\,p) + 0{,}007\,(5 - 0{,}1\,p)^3, \qquad (1)$$

V — скорость лошади в *м/сек*, $p = \frac{100P}{Q}$ — усилие тяги на 100 *кг* веса лошади; Q — вес лошади в *кг*, P — полное усилие тяги.

[1] Ввиду того, что номография еще не пользуется должным распространением среди инженеров и техников, характер этого раздела отличается от характера других отделов справочника, являясь более описательным и освещающим основные принципы номографии.

Задача номограммы — вычисление v по p и Q.



Фиг. 1.

Пример: $Q = 550$ *кг*, $p = 130$.

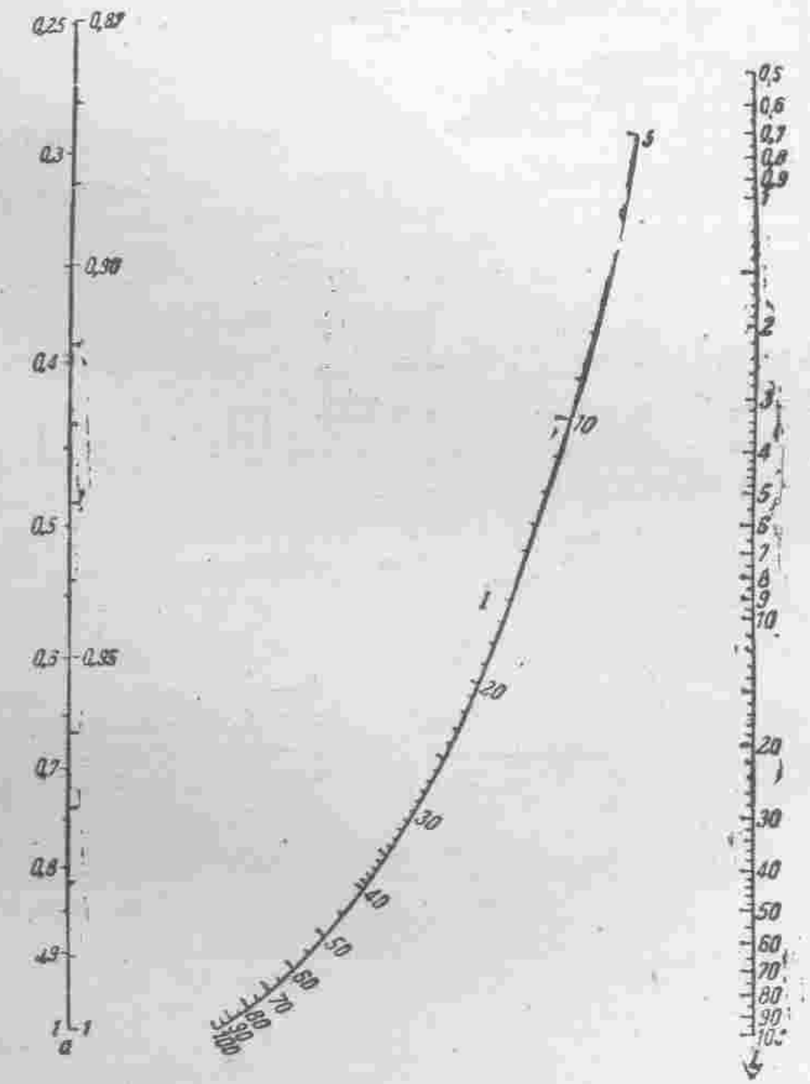
На вертикальной прямой (P) (фиг. 1) находится точка с пометкой 130, на наклонной прямой (Q) находится точка с пометкой 550. Обе точки соединяются прямой линией (на чертеже пунктирная), которая продолжается до пересечения с третьей прямой (v); пометка третьей прямой дает значение v; в данном случае $v = 0{,}68$ *м*/сек. При изменении P и Q на чертеже получается другое значение v. Вместо того, чтобы чертить прямые, соединяющие соответствующие точки, к последним просто прикладывается линейка [1]).

[1]) Номограмма построена проф. Я. Ф. Каган-Шабшай.

2. Формула для определения дальности освещения маяка (употребляется в морском деле):

$$100La^d = d^2. \qquad (2)$$

L — интенсивность источника света, a — коэфициент прозрачности воздуха, d — дальность распространения света в *км*; a меняется от 0,25 до 1, L — от 0,5 до 100. Непосредственное определение d по формуле (2) невозможно.



Фиг. 2.

На прямой (a) (фиг. 2) нанесены две системы пометок для переменного, каждая левая пометка является десятой степенью правой. Это сделано потому, что формула (2) обладает следующей особенностью: если ей удовлетворяют три значения переменных:

$$a = a_1; \quad d = d_1; \quad L = L_1,$$

то ей удовлетворяют и следующие три значения:

$$a = a_1^{10}; \quad d = \frac{d_1}{10}; \quad L = \frac{L_1}{100}.$$

Это легко проверить.

Пример: $L = 0{,}9$, $a = 0{,}5$.

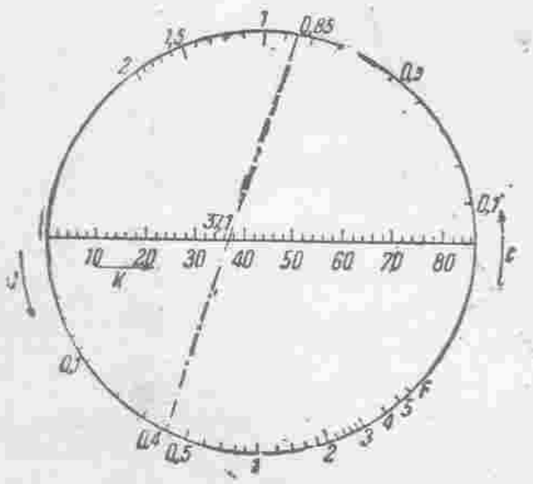
На прямой (a) находится точка с левой пометкой 0,5 (правой $\sqrt[10]{0{,}5}$), на прямой (L) — точка с пометкой $100 \cdot L = 100 \cdot 0{,}9 = 90$. Обе точки соединяются прямой линией, которая пересечет кривую (d) в точке с пометкой $31{,}5 = 10d$; следовательно $d = 3{,}15$ *км*. В данном случае формуле (2) удовлетворяют две системы значений переменных:

1) $L = 90$; $\quad a = \sqrt[10]{0{,}5}$; $\quad d = 31{,}5$;

2) $L = 0{,}9$; $\quad a = 0{,}5$; $\quad d = 3{,}15$.

3. Формула Базена для вычисления шероховатости стенок желоба, по которому течет вода (употребляется в гидравлике):

$$k = \frac{87}{1 + \frac{c}{\sqrt{R}}} \qquad (3)$$



Фиг. 3.

k — коэфициент шероховатости, R — диаметр желоба, c — коэфициент, зависящий от материала стенок канала.

Пример:

$R = 0{,}40$ *м*, $\quad c = 0{,}85$.

На нижней части окружности (R) (фиг. 3) находится точка с пометкой 0,40; на верхней части той же окружности (c) — точка с пометкой 0,85. Обе точки соединяются прямой линией (прикладывается линейка), тогда эта прямая пересечет диаметр (K) в точке с пометкой 37,1 (искомое значение).

4. Формула Векса, применяемая при устройстве водоспускных плотин:

$$Q = 1{,}77 \sqrt{H_1^3} + 2{,}35\, H_2 \sqrt{H_1}. \qquad (4)$$

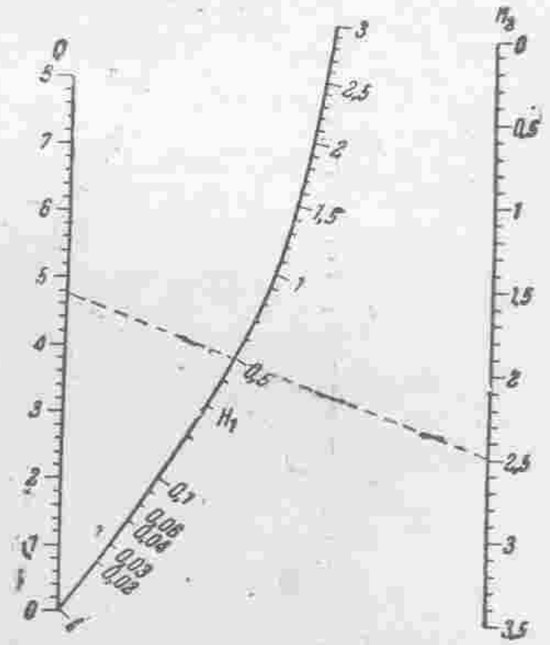
Q — количество воды в $м^3$, протекающее в 1 сек., H_1 — высота верхнего уровня воды (от нижнего), H_2 — высота нижнего уровня над задней стороной запруды.

Пример (фиг. 4):

$H_1 = 0{,}5$ и $H_2 = 2{,}5$.

Результат:

$Q = 4{,}8$ $м^3$.



Фиг. 4.

5. Формула для определения самоиндукции квадрата:

$$L_c = 8a \left[2{,}3 \lg \frac{2a}{d} - 0{,}52\right] \text{[1]} \qquad (5)$$

L_c — величина самоиндукции, d — диаметр провода, a — сторона квадрата.

Пример (фиг. 5):

$a = 6$, $d = 0{,}002$.

Результат:

$L_c \approx 392$ (точный подсчет дал бы 392,16).

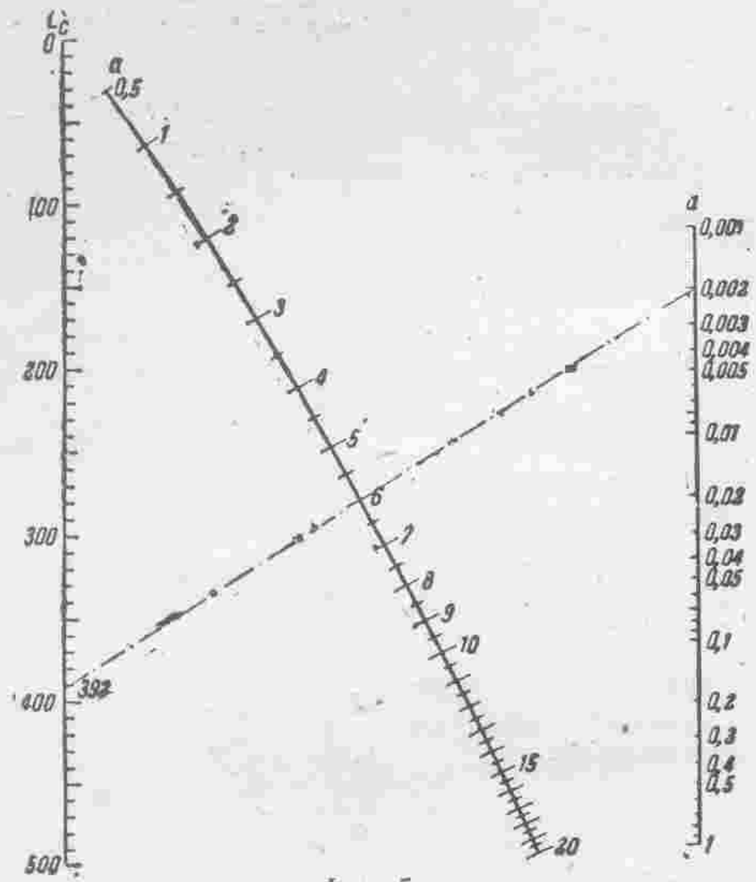
До сих пор рассматривались формулы с тремя переменными: по двум определялась третья. Можно построить номограмму и с большим числом переменных.

---

[1]) Радиобиблиотека, вып. II, стр. 18.

6. Формула для определения скорости течения воды в реках и каналах:

$$U = c\sqrt{RI}.$$



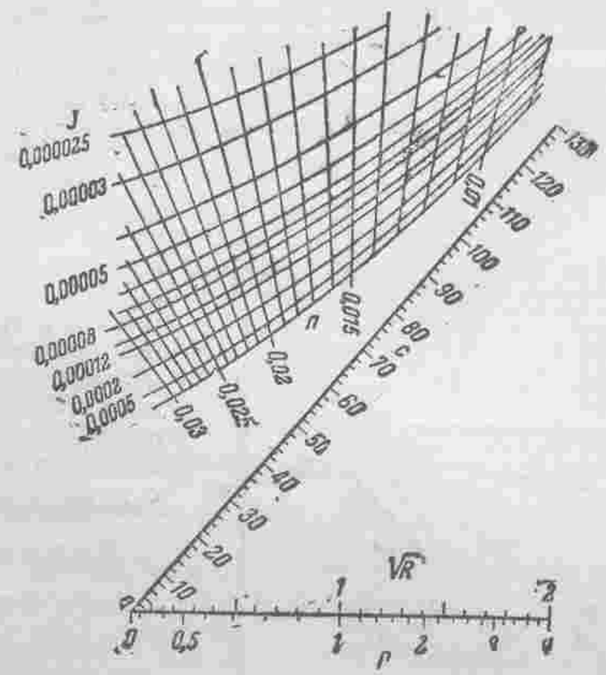
Фиг. 5.

U — средняя скорость *м/сек*, R — средний радиус в *м*, I — уклон; коэфициент c имеет (по Гангийе и Куттеру) выражение:

$$c = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{I}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{I}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}, \qquad (6)$$

где n — коэфициент, зависящий от природы смоченной поверхности.

Наиболее трудная задача — определить c по данным n, R и I.



Фиг. 6.

Пример:

$$n = 0{,}016, \quad R = 4, \quad I = 0{,}00005.$$

На фиг. 6 имеются два семейства пересекающихся между собой кривых; каждая кривая имеет числовую пометку. Одно семейство (I) помечено значениями переменного I, другое семейство (n) помечено значениями переменного n. Находится точка пересечения двух кривых: кривой семейства (I) с пометкой 0,00005 и кривой семейства (n) с пометкой 0,016. Найденная точка пересечения соединяется с точкой прямой (R), имеющей пометку 4. Эта прямая пересечет прямую (c) в точке, пометка которой 80,5 дает приближенное значение c (точнее: $c = 81$).

7. Другая формула, дающая скорость U течения воды в каналах

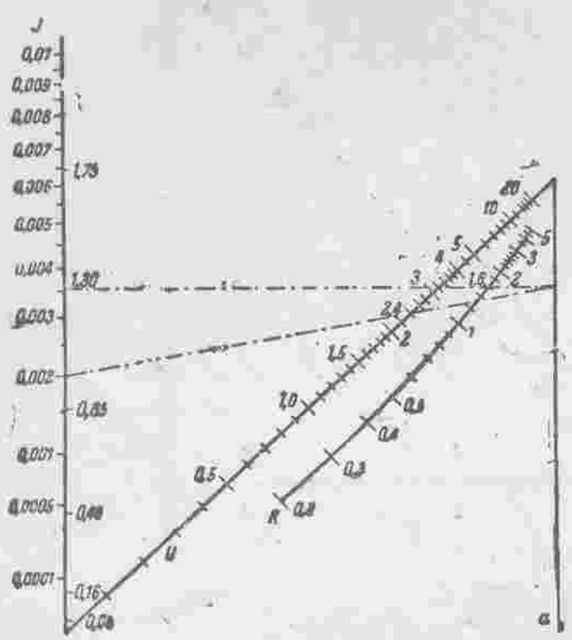
$$U = \frac{87 \cdot \sqrt{RI}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}. \qquad (7)$$

U — средняя скорость в *м*, R — средний радиус в *м*, I — уклон, γ — числовой коэфициент, зависящий от стенок канала.

Пример:

$$\gamma = 1{,}3; \quad R = 1{,}6; \quad I = 0{,}002.$$

На одной и той же прямой (крайней левой, фиг. 7) нанесены с левой стороны ее числовые пометки, дающие значение переменного I, а с правой стороны — значения переменного γ. На этой прямой находится точка с пометкой $\gamma = 1{,}3$, на кривой (R) — точка с пометкой 1,6; обе точки соединяются прямой (пунктирной), и определяется точка ее пересечения с прямой α, на которой не стоит никаких отметок („немая шкала"). Последняя точка соединяется с точкой левой прямой с правой пометкой $I = 0{,}002$. Эта вторая (пунктирная) прямая пересечет наклонную (U) в точке с пометкой 2,4.



Фиг. 7.

Результат:

$$U = 2{,}4.$$

Порядок проведения прямых дается на чертеже краткой схемой („ключом номограммы"):

$$\gamma - R - \alpha,$$
$$\alpha - I - U.$$

Номограммы 1—7 построены на одном принципе („выравненных точек"). Следующая номограмма дает пример „сетчатой номограммы".

8. Формула скорости течения воды через водопроводную трубу:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2}. \qquad (8)$$

v — скорость в *м/сек*, Q — расход воды в *л/сек*, d — диаметр водопроводной трубы в *см*.

Пример:

$$d = 120 \text{ см}, \quad Q = 900 \text{ л/сек}.$$

Имеются три семейства прямых: горизонтальные (v), вертикальные (Q) и наклонные (d) (фиг. 8).

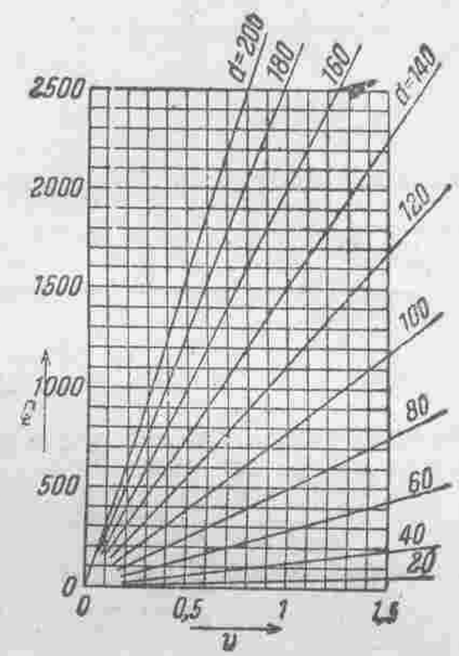
Находится точка пересечения горизонтальной прямой (Q) — с пометкой 900 — с наклонной прямой (d) с пометкой 120; пометка вертикальной прямой, проходящей через эту точку — 0,80 — дает искомое значение V.

2. *Как строить номограммы*

А. Номограммы из выравненных точек

1. Функциональная шкала. Основным элементом такой номограммы являетя функциональная шкала — особый полуграфический метод изображения функциональной зависимости между двумя переменными. Значения аргумента x на ней даются числами, значения функции $f(x)$ — отрезками.

Построение функциональной шкалы производится так: на прямой от одной и той же начальной точки ее O (фиг. 9) откладываются отрезки, равные значениям функции, $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$ ... и в концах отложенных отрезков ставятся числовые пометки $x_1, x_2, x_3, \ldots$, равные соответствующим значениям аргумента. Положительные значения функции $f(x)$ откладываются по одну сторону от начала, отрицательные — по другую.



Фиг. 8.

Фиг. 9.

Масштаб m, измеренный в *мм* — модуль шкалы.

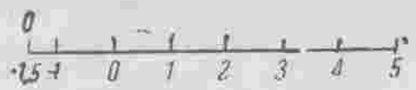
Равенство $S = mf(x)$, определяющее расстояние S точки с пометкой x от начала шкалы, — уравнение шкалы.

Простейшие примеры функциональных шкал:

а) Равномерная шкала — шкала линейной функции $f(x) = ax + b$ (называемая равномерной, так как интервалы между пометками, возрастающими на одно и то же число, равны между собой).

Пример (фиг. 10):

$$f(x) = 2x + 3.$$

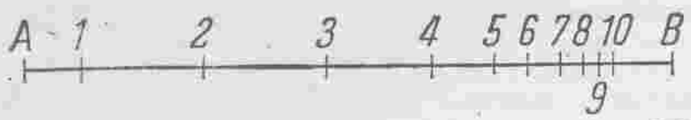


Фиг. 10.

б) Логарифмическая шкала — шкала функции

$$f(x) = \lg x.$$

Шкала логарифмической линейки (фиг. 11).



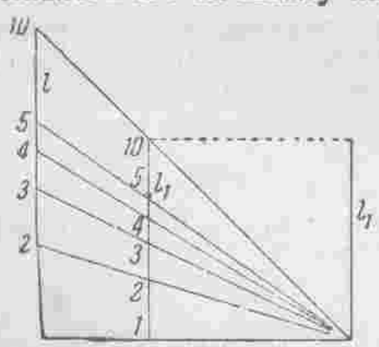
Фиг. 11.

(Чтобы построить шкалу $\lg x$ с модулем 250, нужно отложить от начала шкалы отрезки:

$$S_1 = 250 \lg 1 \approx 0$$
$$S_2 = 250 \lg 2 \approx 75 \text{ мм}$$
$$S_3 = 250 \lg 3 \approx 110 \text{ мм}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$S_{10} = 250 \lg 10 \approx 250 \text{ мм}$$

и в конце их поставить пометки 1, 2, 3, ... , 10.

Аналогично на шкалу наносятся и промежуточные штрихи.



Фиг. 12.

В продаже существуют шкалы с различными модулями. Как можно графически получить шкалу в l_1 *мм*, имея в своем распоряжении логарифмическую шкалу в l *мм*, — очевидно из (фиг. 12).

2. Проективная шкала. Если при построении шкалы оказалось большое сгущение отметок из концов шкалы, то употребляется проективная шкала. Чтобы найти точку c с пометкой x_1, надо всю шкалу $AB = a$ разделить на две части так, чтобы $\frac{AC}{BC} = kf(x)$; коэфициент k — число произвольное, которое выбирается при построении.

Пример:

$$f(x) = x^2$$

для $k = 0{,}1$ (фиг. 13).

Фиг. 13.

Составляется табличка:

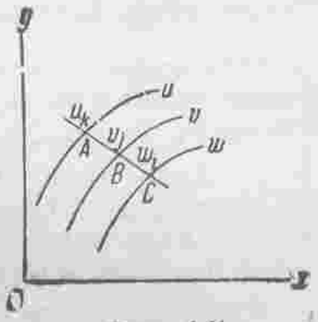
$$\frac{AC_1}{C_1B} = 0{,}1 \cdot 1^2 = 0{,}1; \qquad \frac{AC_3}{C_3B} = 0{,}1 \cdot 3^2 = 0{,}9;$$

$$\frac{AG_2}{C_2B} = 0{,}1 \cdot 2^3 = 0{,}4; \qquad \frac{AC_4}{C_4B} = 0{,}1 \cdot 4^2 = 1{,}6 \ldots$$

На отрезке AB наносятся точки, делящие его в отношении 0,1; 0,4; 0,9; 1,6; ...

Если бы не был введен коэфициент 0,1, то точки сгустились бы к концу шкалы B.

3. Криволинейная шкала. Криволинейная шкала, необходимая для многих номограмм, обычно наносится на кривую, заданную в параметрической форме $x = \varphi(t)$; $y = \psi(t)$. Для ее построения параметру t дают ряд численных значений $t_1, t_2, t_3, \ldots$, и точки кривой с координатами $[\varphi(t_1)\ \psi(t_1)]$, $[\varphi(t_2)\ \psi(t_2)]$, $[\varphi(t_3)\ \psi(t_3)]$, ... , снабжаются пометками $t_1, t_2, t_3, \ldots$ Сама кривая называется носителем шкалы.



Фиг. 14.

4. Общий принцип номограммы с тремя переменными. На трех кривых (u), (v), (w) (фиг. 14) нанесены шкалы для трех переменных u, v, w. Любая прямая, пересекающая эти три шкалы, определит на них три точки A, B и C, пометки которых u_k, v_j, w_i удовлетворяют той формуле, для которой построена эта номограмма.

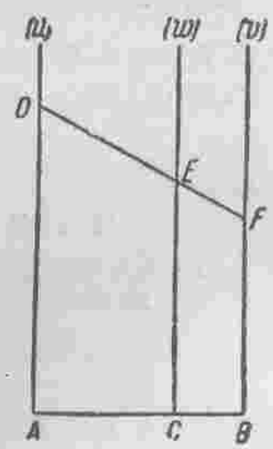
Примеры — рассмотренные номограммы на фиг. 1—13.

5. Номограммы на параллельных шкалах. Все три линии — три параллельные прямые.

Номограмму на параллельных шкалах можно построить для любого уравнения вида:

$$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)$$

и меняется в пределах от u_0 до u_n.



Фиг. 15.

Строятся шкалы функций $f_1(u)$ и $f_2(v)$ на двух параллельных прямых (u) и (v) (расстояние между ними произвольно).

Начала A и B обеих шкал соединяются прямой AP (фиг. 15). Масштабы этих шкал определяются по формуле:

$$m = \frac{L}{f(a) - f(b)}$$

(L — выбранная длина шкалы), откуда для обеих шкал:

$$m_1 = \frac{L_1}{f_1(u_n) - f_1(n_0)}, \quad m_2 = \frac{L_2}{f_2(v_n) - f_2(v_0)}.$$

Отрезок AB в точке c делится в отношении $\frac{m_1}{m_2}$. Из точки c проводится прямая (w), параллельная прямым (u) и (v), на которой строится шкала функции $f_3(w)$ с началом в точке c и с масштабом, равным $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

Если провести прямую DEF, пересекающую все три параллельные прямые (u), (v) и (w), то пометки каждой из точек D, F, E, т. е. u_1, v_1, w_1, будут удовлетворять уравнению:

$$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)\ ^{1)}.$$

К виду $f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)$ могут быть простыми преобразованиями приведены следующие уравнения:

a) $f_1(u) \cdot f_2(v) = f_3(w)$. Логарифмируя, получаем:

$$\lg f_1(u) + \lg f_2(v) = \lg f_3(w);$$

называя

$$\lg f_1(u) = f_1'(u); \quad \lg f_2(v) = f_2'(v); \quad \lg f_3(w) = f_3'(w),$$

имеем: $f_1'(u) + f_2'(v) = f_3'(w)$.

b) $f_1(u) \cdot f_2(v) \cdot f_3(w) = A$, где A — постоянное; перепишем:

$$f_1(u) \cdot f_2(v) = \frac{A}{f_3(w)},$$

откуда

$$\lg f_1(u) + \lg f_2(v) = [\lg A - \lg f_3(w)].$$

c) $f_1 f_3 + f_2 f_3 = f_1 f_2$ (опускаем аргументы u, v, w для краткости). Деление уравнения почленно на f_1, f_2, f_3 дает:

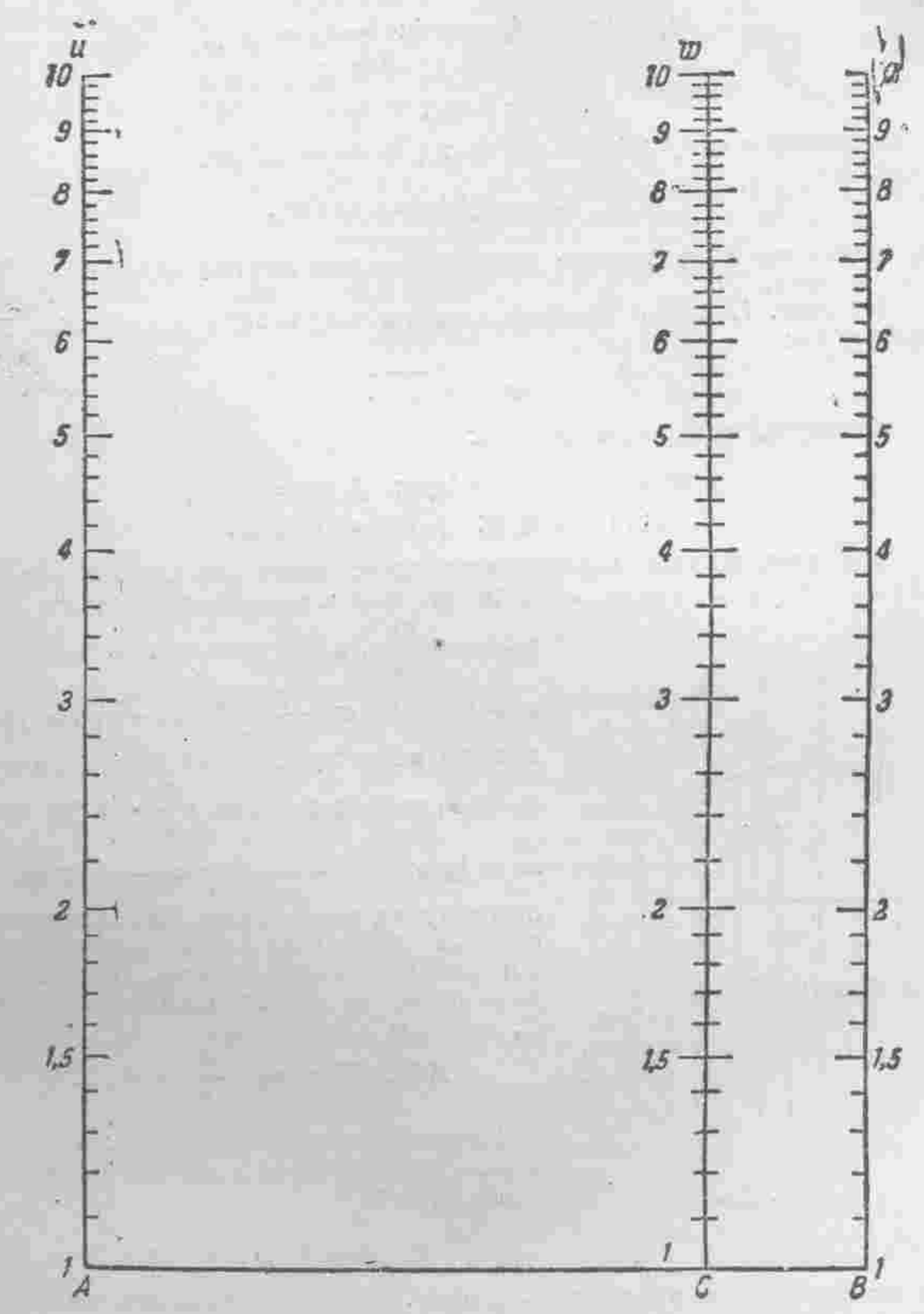
$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_3}.$$

d) $f_1 + f_2 + f_3 = f_1 f_2 f_3$. Находим f_3:

$$-f_3 = \frac{f_1 + f_2}{1 - f_1 f_2}.$$

---

1) Доказательства правильности построений см. в указанной в конце главы литературе.



Фиг. 16.

Делаем замену переменных:

$$f_1 = \operatorname{tg}\alpha;\quad f_2 = \operatorname{tg}\beta;\quad f_3 = \operatorname{tg}\gamma;$$
$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \operatorname{tg}\gamma;$$
$$\alpha+\beta = \gamma + n\pi.$$

Обозначая $\alpha = f_1'(u)$; $\beta = f_2'(v)$; $\gamma + n\pi = f_3'(w)$ имеем:

$$f_1'(u) + f_2'(v) = f_3'(w).$$

К этому же виду можно привести и ряд других формул. *Пример* — фиг. 16.

На фиг. 17 дана номограмма на параллельных шкалах для формулы:

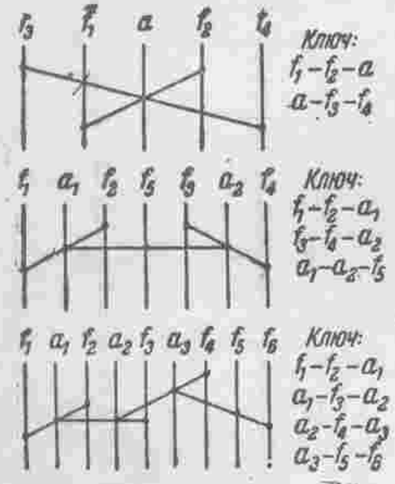
$$w = \sqrt[5]{uv^4}.$$

Формула логарифмируется:

$$5\lg w = \lg u + 4\lg v;\quad f_1(u) = \lg u;$$
$$f_2(v) = 4\lg v;\quad f_3(w) = 5\lg w.$$

Все три шкалы логарифмические; если для первой шкалы переменного u взять модуль m, для шкалы переменного v — модуль $\frac{m}{4}$, а для шкалы переменного w — модуль m, $\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = \frac{m}{5}$, то уравнения всех трех шкал будут одинаковы $s_1 = m\lg u$; $s_2 = \frac{m}{4}\cdot 4\lg v = m\lg v$; $s_3 = \frac{m}{5}\cdot 5\lg w = m\lg w$, а поэтому на всех трех параллельных прямых нанесены три одинаковых логарифмических шкалы. Шкала переменного w имеет начало в точке C, причем

$$AC : CB = m : \frac{m}{4} = 4 : 1.$$



Фиг. 17.

Параллельные шкалы используются и для уравнения со многими переменными вида:

$$f_1(u) + f_2(v) + f_3(w) + \ldots = f_n(t).$$

На прямых α, α_1, α_2, α_3, ... (фиг. 17) не наносится никаких шкал („немые шкалы"). Ключ к каждой номограмме показывает способ пользования ею, из него виден и способ построения.

Наряду с номограммами на трех параллельных шкалах для уравнения с тремя переменными нужно привести еще также употребительную номограмму Z.

6. Z-номограмма. Z-номограмма строится для уравнения вида:

$$f_1(u) = f_2(v)\cdot f_3(w).$$

Название ее объясняется ее формой (фиг. 18). Через концы отрезка AB проводятся две параллельные прямые (u) и (v), на которых строятся функциональные шкалы функций $f_1(u)$ и $f_2(v)$ с модулями m_1 и m_2 и с началом в точках A и B, а на отрезке AB строится проективная шкала функции $f_3(w)$, причем коэфициент ее k берется равным отношению $\frac{m_1}{m_2}$; а начало в точке A.

Любая прямая CDE пересечет прямые (u), AB и (v) в точках C, D, E, пометки которых u_1, w_1, v_1, удовлетворяют уравнению [1]).

Пример (фиг. 19): Z-номограмма формулы

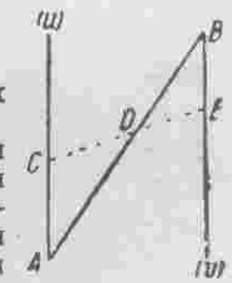
$$w = \frac{bh^2}{6};$$

w — момент сопротивления прямоугольного бруса, h — его высота и b — ширина.

$$6w = bh^2;\quad f_1(w) = 6w;\quad f_2(b) = b;\quad f_3(h) = h^2.$$

Если h и b одинаково меняются в пределах от 0 до 10, то u меняется от 0 до 170.

На прямой (w) построена шкала функции $f_1(w) = 6w$ с модулями $m_1 = 2$; на параллельной ей прямой (b) — шкала функции $f_2(b) = b$ с модулем $m_2 = 20$, на наклонной прямой — проективная шкала функции $f_3(h) = h^2$ с коэфициентом $k = \frac{m_1}{m_2} = 0{,}01$.



Фиг. 18

Другой пример Z-номограммы — фиг. 1, рассмотренная выше.

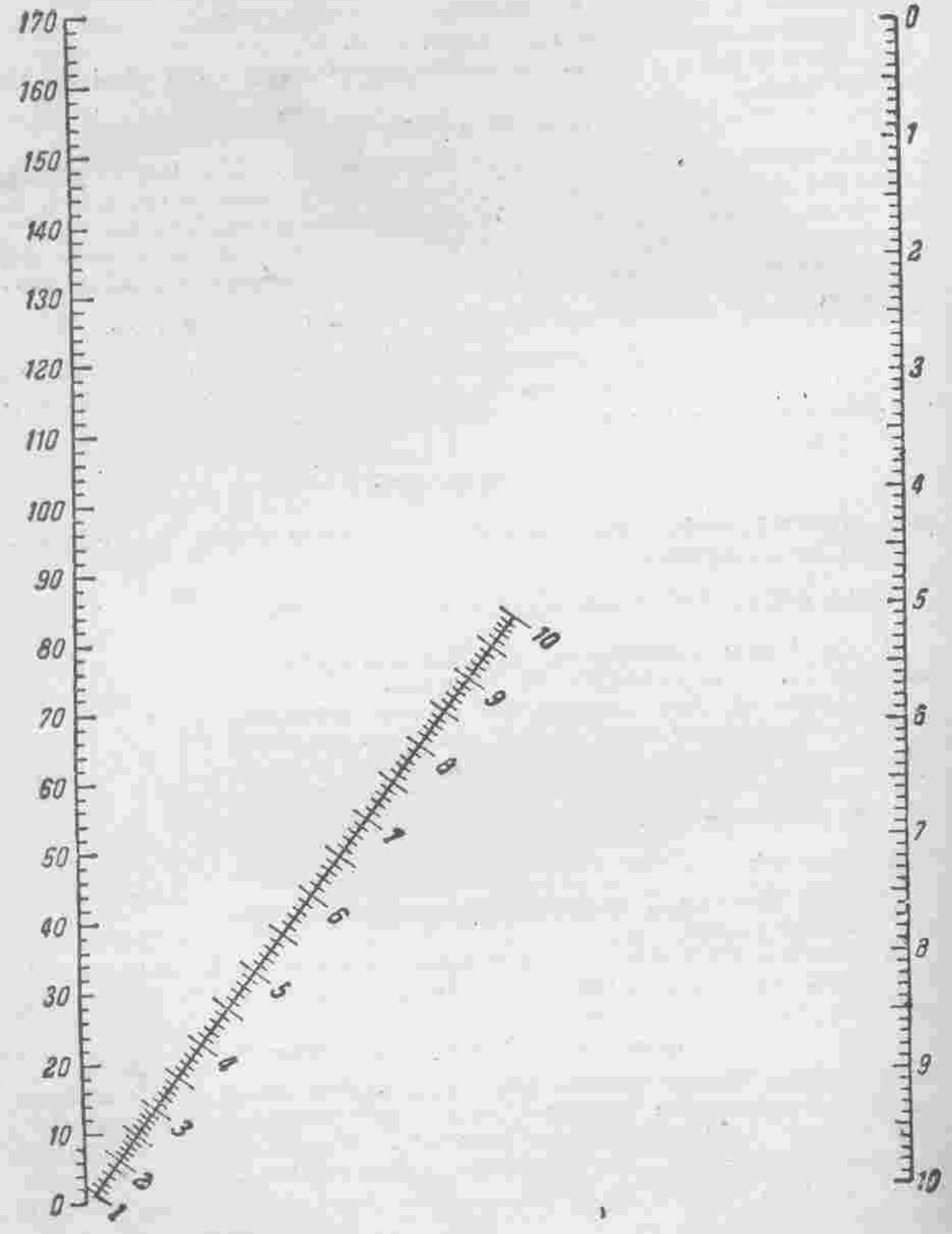
7. Номограмма с криволинейной шкалой. Этот тип номограмм может быть использован для уравнения вида:

$$f_4(z) + f_1(x)\cdot f_3(z) + f_2(y) = 0.$$

Номограмма будет иметь для двух переменных x и y прямолинейные шкалы, а для третьего переменного z—криволинейную шкалу („криволинейная опора"). Общий вид такой номограммы дается фиг. 20. Примеры номограммы этого рода — на фиг. 2 и 4. Более подробные исследования — в литературе в конце отдела.

---

[1]) Доказательство — в указанной в конце главы литературе.



Фиг. 19.

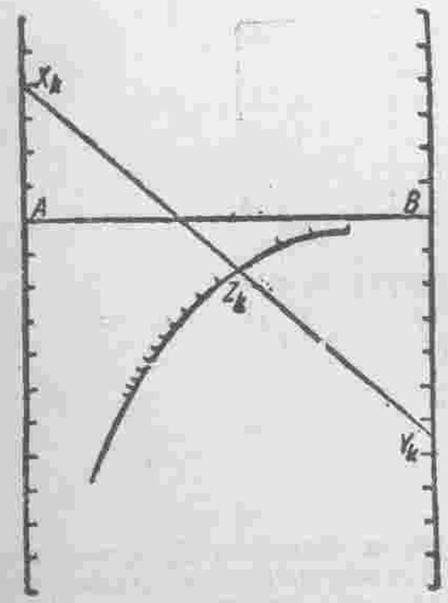
Б. Сетчатые номограммы

1. Общий принцип. Сетчатые номограммы для уравнения с тремя переменными x, y, z строятся так: в уравнении $f(x, y, z)=0$ одному из переменных (например z) дают ряд числовых значений z_1, z_2, z_3 и строят графики кривых

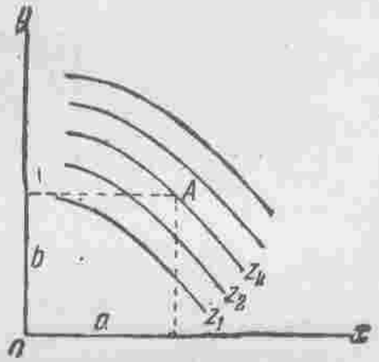
$$f(x, y, z_1)=0; \quad f(x, y, z_2)=0; \quad \ldots \quad f(x, y, z_k)=0.$$

Построенные кривые снабжаются пометками: $z_1, z_2, z_3, \ldots, z_k$.

Чтобы найти по такой номограмме значение переменного z при данных значениях переменных x и y, например $x=a$, $y=b$, нужно найти точку A с координатами a и b, тогда пометка z_k кривой, проходящей через эту точку, дает значение z (фиг. 21). Если точка A лежит между кривыми, то величину z приходится определять, интерполируя на-глаз. Аналогично можно найти x, если известны z и y. Для удобства пользования номограммой проводится сетка прямых, параллельных осям координат.



Фиг. 20.



Фиг. 21.

Пример — рассмотренная выше номограмма на фиг. 8.

2. Введение функциональных сеток. Наибольшее затруднение при построении сетчатых номограмм представляет необходимость чертить семейство кривых; это неудобство устраняет введение функциональных сеток вместо равномерной сетки прямых, параллельных осям координат.

Функциональные сетки строятся следующим образом: на оси x строится шкала функции $f_1(u)$, на оси y — шкала функции $f_2(v)$ с модулями m_1 и m_2. Из намеченных точек этих шкал проводятся два семейства прямых, параллельных осям. Эти два семейства образуют чертеж, называемый функциональной сеткой.

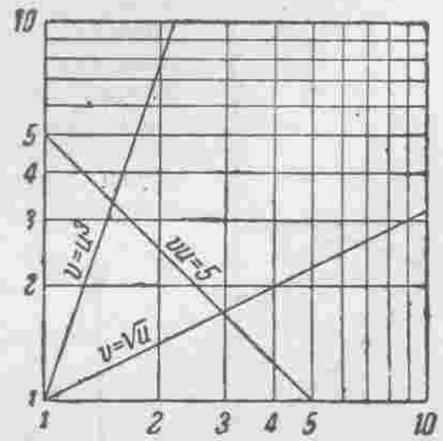
Переход от декартовых координат к функциональным дается формулами:

$$x = m_1 f_1(u); \quad y = m_2 f_2(v).$$

(за единицу измерения декартовых координат мы принимаем 1 *мм*).

Наиболее употребительными функциональными сетками являются полулогарифмическая и логарифмическая бумаги.

Полулогарифмическая бумага — сетка, на вертикалях которой нанесены логарифмические шкалы с модулем m, а на горизонталях — равномерные деления. Таким образом на



Фиг. 22.

горизонтальной оси строится шкала функции $f_1(u) = u$, а на вертикальной — шкала функции $f_2(v) = \lg v$. Любая прямая, проведенная на полулогарифмической сетке из начала координат, является графиком функции

$$v = a^u$$

(после логарифмирования имеем $\lg v = u \lg a$).

Логарифмическая бумага — сетка, в которой $f_1(u) = \lg u$; $f_2(v) = \lg v$ ($m_1 = m_2 = m$; m обычно равно 250 или 100).

Прямая, выходящая из начала координат, является графиком уравнения $v = u^k$; если прямая проходит через точку вертикальной оси (v) с пометкой a, то она служит графиком уравнения:

$$v = au^k.$$

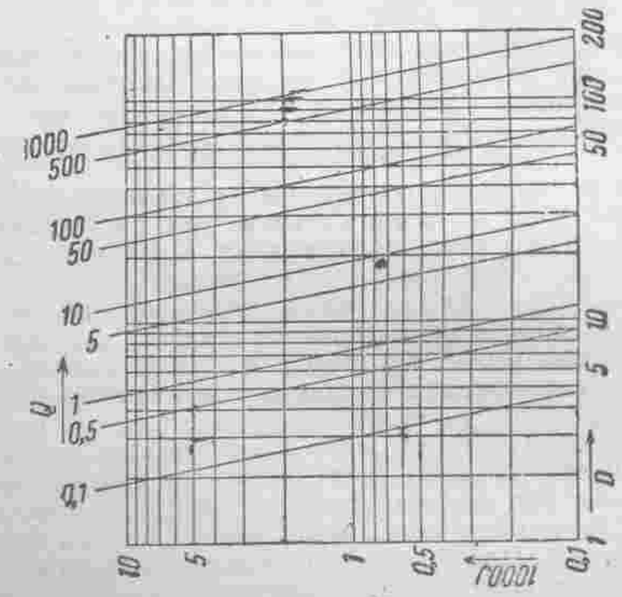
(На фиг. 22 — логарифмическая сетка с нанесенными на ней прямыми, которые служат графиком уравнений:

$$v = u^3; \quad vu = 5; \quad v = \sqrt{u}.)$$

Пример (фиг. 23): номограмма формулы

$$Q = 20\,000 \sqrt{D^5 I}.$$

Переменное Q дается пометками семейства прямых, значения D — на горизонтальной оси, значения $1000I$ — на вертикальной.



Фиг. 23.

Литература (на русском языке):

Глаголев, Теоретические основы номографии.
Герсеванов, Основы номографии.
Соколов, Номография.
Швердт, Практический курс номографии.
Мелентьев, Номография.
Франк, Номографический справочник.
Учебный атлас номограмм под ред. Глаголева.
Издания номографического сектора ОНТИ
(сборники номограмм для различных специальностей).

ОТДЕЛ ТРЕТИЙ

ФИЗИКА

1. Международная метрическая система

Десятичная метрическая система является памятником Великой французской революции и введена законом от 7 апреля 1795 г. Международное признание метрическая система получила 20 мая 1875 г. на Международной конвенции мер и весов в Париже.

Основной и первичной единицей метрической системы является метр. Основателями метрической системы метр определялся как „одна десятимиллионная четверти парижского меридиана" (1/40 000 000 окружности земного шара, проведенной через оба полюса). Вследствие того, что такое определение оказалось далеким от „естественной и абсолютной" единицы, каковой должен был быть метр по идее основателей метрической системы, постановлением Международной конвенции первоначальное определение было заменено следующим: „метр представляет собой расстояние при 0° С между осями двух штрихов, нанесенных на эталоне, состоящем из сплава платины (90%) и иридия (10%) и хранящемся в Международном бюро мер и весов в Севре около Парижа (Франция)". По образцу этого эталона были изготовлены копии, распределенные между государствами, подписавшими конвенцию. В распоряжении СССР находятся эталоны № 11 (в Академии наук) и № 28 (в Главной палате мер и весов), причем случайно средняя величина из длин этих двух эталонов равняется истинному метру.

Основными единицами метрической системы, кроме метра, являются килограмм и литр. По первоначальному определению, литр равнялся объему куба с ребром, равным 10 *см*, т. е. 1 *дм*³, а килограмм — весу 1 *л* воды при наибольшей плотности (4° С). Но, по указанным выше основаниям, Международной конвенцией эти определения заменены:

„Килограмм = массе прототипа (эталона), хранящегося в Международном бюро в Севре".

„Литр = объему одного килограмма чистой воды при температуре ее наибольшей плотности (4° С), под давлением в 1 нормальную атмосферу (760 *мм* ртутного столба)".

Международный эталон килограмма, копии которого распределены между подписавшими конвенцию государствами, представляет собой цилиндр, высота и диаметр которого 39 *мм*, и сделан так же, как и эталон метра, из сплава платины и иридия. По новейшим измерениям, масса севрского эталона несколько отличается от задуманного основателями метрической системы определения, так что масса 1 *дм*³ воды при 4° С и нормальном атмосферном давлении равна 0,999973 *кг*.

2. Сокращенные обозначения метрических величин

по $\frac{ОСТ}{ВКС}$ 5889

Меры длины

Обозначения		Название	Величина	В степенях *см*
русские	междунар.			
—	μ	Микрон	0,001 *мм*	10^{-4}
—	mμ	Миллимикрон . .	0,001 μ	10^{-7}
—	μμ	Микромикрон . .	0,001 *мμ*	10^{-10}
мм	mm	Миллиметр . . .	1000 μ; 1 000 000 μμ	10^{-1}
см	cm	Сантиметр	10 *мм*	1
дм	dm	Дециметр	10 *см*; 100 *мм*	10
м	m	Метр	10 *дм*; 100 *см*; 1000 *мм*; 1 000 000 μ	10^{2}
км	km	Километр	1000 *м*; 1 000 000 *мм*	10^{5}
—	μm	Мириаметр . . .	10 *км*; 10 000 *м*	10^{6}

Меры поверхности

Обозначения: русские	Обозначения: междунар.	Название	Величина	В степенях *см²*
мм²	mm²	Квадратный миллиметр	—	10^{-2}
см²	cm²	Квадратный сантиметр	100 *мм²*	1
дм²	dm²	Квадратный дециметр	100 *см²*; 10 000 *мм²*	10^2
м²	m²	Квадратный метр	100 *дм²*; 10 000 *см²*; 1 000 000 *мм²*	10^4
а	a	Ар	100 *м²*	10^6
га	ha	Гектар	100 *а*; 10 000 *м²*	10^8
км²	km²	Квадратный километр	1 000 000 *м²*	10^{10}
—	μm²	Квадратный мириаметр	100 *км²*	10^{12}

Меры объема

Обозначения		Название	Величина	В степенях *см³*
мм³	mm³	Кубический миллиметр	1/1000 *см³*	10^{-3}
см³	cm³	Кубический сантиметр	1000 *мм³*	1
дм³	dm³	Кубический дециметр	1000 *см³*; 1 000 000 *мм³*; 1 литр	10^3
м³	m³	Кубический метр (Стер)	1000 *дм³*; 1000 *л*; 10 *гл*;	10^6
кл	kl	Килолитр	1000 *л*; 1000 *дм³*	10^6
гл	hl	Гектолитр	100 *л*; 100 *дм³*	10^5
дкл	dkl	Декалитр	10 *л*; 10 *дм³*	10^4
л	l	Литр	1 *дм³*: 1 : 100 *гл*	10^3
дл	dl	Децилитр	1/10 *л*; 100 *см³*	10^2
сл	cl	Сантилитр	1/100 *л*; 10 *см³*	10^1
мл	ml	Миллилитр . . .	1/1000 *л*; 1 *см³*	1
—	λ	Микролитр . . .	1/1000 *мл*; 1 *мм³*	10^{-2}

Меры веса (массы)

Обозначения		Название	Величина	В степенях *г*
	γ	Микрограмм . .	0,001 *мг*	10^{-6}
мг	mg	Миллиграмм . . .	1000 γ	10^{-3}
сг	cg	Сантиграмм . . .	10 *мг*	10^{-2}
дг	dg	Дециграмм . . .	10 *сг*	10^{-1}
г	g	Грамм	10 *дг*; 100 *сг*; 1000 *мг*	1
дкг	dkg	Декаграмм . . .	10 *г*	10^1
гг	hg	Гектограмм . . .	100 *г*	10^2
кг	kg	Килограмм . . .	1000 *г*	10^3
ц	q	Центнер	100 *кг*	10^5
т	t	Тонна	1000 *кг*; 10 *ц*	10^6

Сокращенные обозначения мер могут применяться в тексте только после числовых значений и пишутся в строку без последующей точки как знака сокращения (например: 10 килограмм — 10 kg, или 10 *кг*). После сокращений: *кв.* (квадратный) и *куб.* (кубический) точки ставятся.

3. *Система механических единиц* (*по ОСТ-ВКС — 6053*)

Определение. Системой механических единиц называется совокупность единиц измерения механических величин, построенная на трех основных независимых друг от друга единицах, от которых производятся все остальные единицы системы, называемые производными.

Классификация

По роду основных единиц: основные единицы системы	По роду основных единиц: обозначение системы	По величине основных единиц: основные единицы системы	По величине основных единиц: обозначение системы
Единица длины—*L* " массы—*M* " времени—*T*	*LMT*	Длины—1 сантиметр Массы—1 грамм Времени—1 секунда	*CGS*
		Длины—1 метр Массы—1 тонна Времени—1 секунда	*MTS*
Единица длины—*L* " силы—*F* " времени—*T*	*LFT*	Длины—1 метр Силы—1 килограмм (сила) Времени—1 секунда	*MKS*

Единицы измерения систем

Название величин	Название систем		
	Сантиметр-грамм-секунда *CGS*	Метр-тонна-секунда *MTS*	Метр-килограмм-(сила) секунда *MKS*
	единицы	единицы	единицы
Длина	1 cm	1 m	1 m
Масса	1 g	1 t = 1000 kg	9.80665 kg=1 kGsec²/m
Время	1 sec	1 sec	1 sec
Скорость . .	1 cm/sec	1 m/sec	1 m/sec
Ускорение . .	1 cm/sec²	1 m/sec²	1 m/sec²
Сила	1 dn = 1 g cm/sec²	1 sn = 1 tm/sec²	1 kG
Работа	1 e = 1 dncm = 1 g cm²/sec²	1 kI = 1 snm = 1 tm²/sec²	1 kGm
Мощность . .	1 e/sec = 1 g cm²/sec³	1 kW=1 snm/sec = 1 tm²/sec³	1 kGm/sec
Давление . .	1 dn/cm² = 1 g/cmsec²	1 pz = 1 sn/m² = 1 t/msec²	1 kGm²

4. *Основные физические величины*

Обозначение, формулы и уравнения, размерность и значение в *CGS* системе единиц
В основу таблицы положены имеющиеся ОСТы СССР и германский DIN — 520

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы		
				обозначение	наименование, определение и соотношение с другими единицами	величина в *CGS* единицах
			1. Длина площади, объем			
l	Длина		L	*см*	Сантиметр	1
s	Путь (длина пути)		L	*м*	Метр	10^2
				мм	Миллиметр	10^{-1}
				μ	Микрон = 10^{-3} *мм*	10^{-4}
				μμ	Миллимикрон = 10^{-6} *мм*	10^{-7}
				Å	Ангстрем = 10^{-7} *мм*	10^{-8}
r	Радиус		L			
d	Диаметр		L			
λ	Длина волны		L			
ρ	Кривизна		L^{-1}			
b	Барометрическая высота		L		*мм* ртутного столба	
h	Высота		L			

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
ε	Удлинение (растяжение)	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$				
εq	Поперечное сжатие	$\varepsilon q = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\varepsilon}{m}$				
m	Отношение удлинения к сжатию	$m = \frac{\varepsilon}{\varepsilon q}$				
μ	Число Пуассона	$\mu = \frac{1}{m}$				
S	Площадь (сечение, поверхность)	$S = l_1 \cdot l_2$	L^2	*см*²	Квадратный *см*	1
				*м*²	Квадратный *м*	10^4
				а	*Ар* = 100 *м*²	10^6
				га	Гектар = 10^4 *м*²	10^8
v	Объем	$v = l_1 l_2 l_3$	L^3	*см*³	Кубический *см*	1
				l	Литр (= 1,000027 *дм*³)	10^3
				*м*³	Кубометр	10^6
α, β, γ	Угол (дуга)				arcsin 57,29578°... (57°17′ 44″, 8) = = 1 радиану π = 3,1415927 радиана	
Φ	Разность фаз (угол сдвига)				Стерадиан = 1 = ω, опирающемуся на кусок поверхности сферы площадью = r^2	
γ	Модуль кручения (сдвига)					
ω	Телесный угол				ω полной сферы = = 12,3664 стерадиана	
					1 кв. градус = = $3{,}0462 \cdot 10^{-4}$ стерадиана	
	II. Масса, вес, плотность					
m	Масса		M	*г*	Грамм	1
					Грамм (вес) = = 980,665 дины	
				кг	Килограмм	10^3
G	Вес (в пустоте)		$L \cdot M \cdot T^{-2}$	*т*	Тонна = 1000 *кг*	10^6
P	Вес в воздухе			*мг*	Миллиграмм	10^{-3}
				γ	0,001 *мг*	10^{-6}
					Карат (метрический)	$2 \cdot 10^{-1}$

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
v	Удельный объем	$v = \frac{V}{M}$	$L^3 \cdot M^{-1}$	$\frac{см^3}{г}$		
D	Плотность	$D = \frac{M}{V} = \frac{1}{v}$	$L^{-3} \cdot M$	$\frac{г}{см^3}$		
J	Момент инерции	$J = \sum m \cdot l^2$	$L^2 \cdot M$			
A	Атомный вес				Граммоль	
M	Молекулярный вес					
n	Валентность					
$\frac{A}{n}$	Эквивалентный вес элемента					
$\frac{M}{n}$	Эквивалентный вес соединения					
$A \cdot v$	Атомный объем		$L^3 \cdot M^{-1}$			
$M \cdot v$	Молекулярный объем		$L^3 \cdot M^{-1}$			
P	Процентное содержание					
P_m	Весовой процент				$\frac{г}{100\,г}$ раствора	
P_v	Объемный процент				$\frac{г}{100\,см^3}$ раствора	
c	Концентрация				Демоль = числу граммолекул на 1 *л* раствора	
v	Степень растворения	$v = \frac{1}{c}$				
	III. Время					
t	Время		T	ч. мин. сек.	Час Минута Секунда	3 600 60 1
T	Период полного колебания	$T = \frac{1}{n}$	T			
n	Число оборотов, ходов, колебаний	$n = \frac{1}{T}$	T^{-1}	$\frac{n}{мин.}$	Число оборотов в 1 мин. $= 1{,}0472 \cdot 10^{-1}$ радиан·сек.$^{-1}$	$\frac{1}{60}$
f	Частота колебаний	$f = \frac{1}{T}$		$\frac{пер}{сек.}$	Число периодов в 1 сек.	1
ω	Угловая частота	$\omega = 2\pi f$	T^{-1}		Число периодов 2π сек.	$\frac{1}{2\pi}$
				гц	Герц—частота, период которой равен 1 сек.	1
				кгц	Килогерц = 1000 *гц*	10^3
				мггц	Мегагерц = = 1 000 000 *гц*	10^6

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
v	Скорость	$v = \frac{dl}{dt}$	$L \cdot T^{-1}$	*см/сек*	Скорость света в пустоте = $2{,}9986 \cdot 10^{10}$ *см/сек* $^{-1}$	
a	Ускорение	$a = \frac{dv}{dt}$	$L \cdot T^{-2}$	*см/сек*^{2}		
g	Ускорение свободного падения					
g_n	Нормальное ускорение свободного падения				*980,665 см/сек*^{2}	
ω	Угловая скорость		T^{-1}		1 градус в секунду $= 1{,}7453 \cdot 10^{-2}$ радиан·сек.$^{-1}$	
φ	Угловое или дуговое перемещение		T^{-1}			
ε	Угловое ускорение		T^{-2}		1 обор. в сек.^{2} = $6{,}2832$ рад·сек.$^{-2}$ 1 обор. в мин.^{2} = $1{,}7453 \cdot 10^{-2}$ рад·сек. 1 обор. в мин·сек = $0{,}1042$ рад·сек$^{-2}$	
	IV. Сила и давление					
P	Сила	$P = ma$	$L \cdot M \cdot T^{-2}$	*сн* *дн* *кГ* *Г*	Стен = 101,972 *кГ* Дина Килограмм (сила) Грамм (сила) 980,665 дин $= 10^{-3}$ *кГ*	10^8 1 $981 \cdot 10^3$ 981
M	Момент силы (вращающий момент)	$M = P \cdot l$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$			
p	Давление	$p = \frac{P}{S}$	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$	*б*	Бар = дина/*см*^{2}	1
				пз	Пьеза = *сн*/*м*^{2} = 101,972 *кГ*/*м*^{2}	10^4
				гпз	Гектопьеза = 100 *пз*	10^6
				атм	Физическая атмосфера = 76 *см* ртутного столба при 0°С	$1{,}013 \cdot 10^6$
				ат	Техническая атмосфера = 1 *кГ*/*см*^{2}	$98{,}1 \cdot 10^4$

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
σ	Нормальное напряжение	$\tau = \frac{P}{S}$	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$	$\frac{кГ}{см^2}$	Килограмм/кв. см	$98{,}1 \cdot 10^4$
τ	Касательное напряжение или напряжение сдвига (среза)					
E	Модуль упругости (модуль Юнга)	$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sigma$	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$	$\frac{кГ}{мм^2}$	Килограмм/кв. мм	$98{,}1 \cdot 10^6$
G	Модуль сдвига (скольжения)	$G = \frac{1}{\gamma} \tau$	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$			$98{,}1 \cdot 10^6$
α	Сжимаемость	$\alpha = \frac{1}{E}$	$L \cdot M^{-1} \cdot T^2$			
χ	Коэфициент всестороннего сжатия	$\chi = \frac{1}{E}$				
μ	Коэфициент трения					
η	Вязкость жидкости (коэфициент внутреннего трения)		$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-1}$		Пуаз = $= 1\ г \cdot см^{-1} \cdot сек^{-1}$	1
	Капиллярная постоянная		$M \cdot T^{-2}$		1 г-вес·сек·см²	980,665
	V. Температура [1]					
t	Температура (t тающего льда равна 0)		Θ	°C град.	Градус (международный) Примечание: обозначение „°C" ставится после числовых величин; в остальных случаях применяется обозначение grad или *град*	1
ϑ	Температура и время					
T	Температура абсолютная	$T = 273{,}1 + t$				
t_e	Точка плавления (от t тающего льда)					
T_e	Точка затвердевания (абсолютная)	$T_e = 273{,}1 + t_e$				
t_s	Точка кипения (от t тающего льда)					
T_s	Точка конденсации пара (абсолютная)	$T_s = 273{,}1 + t_s$				
t_u	Температура преобразования (от t тающего льда)					
T_u	Температура преобразования (абсолютная)	$T_u = 273{,}1 + t_u$				
R	Газовая постоянная	$R = \frac{848}{m}$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$			

[1]) Под знаком [Θ] понимается размерность температуры.

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в CGS единицах
α	Термический коэфициент расширения (линейный)					
γ	Термический коэфициент расширения (кубический)	$\gamma = 3\alpha$				
β	Коэфициент объемного расширения газа (при постоянном давлении)	$\beta = \frac{1}{273} = 0{,}00366$				
	VI. Работа, энергия, теплота					
A, W	Работа	$A = P \cdot l$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$	*эрг*	Эрг = дина·*см*	1
				дж	Джоуль	10^7
				кжд	Стенметр или килоджоуль = *см·м* = 101,972 *кГ·м*	10^{10}
E	Энергия	$E = \frac{1}{2} mv^2$				
U	Внутренняя энергия			*мгдж*	Мегаджоуль = 1000 *кдж*. Килограмм (сила) ·метр = *кГ·м* = 9,80665 *дж*	10^{12}
F	Свободная энергия			*кГм*		$9{,}81 \cdot 10^7$
				квт-ч	Киловаттчас	$36 \cdot 10^{12}$
W_e	Электрическая энергия		$L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$			
$W_м$	Магнитная энергия					
Q	Количество теплоты			*гкал*	1 граммкалория = 4,182 *дж* (международн.)	$4{,}182 \cdot 10^7$
				ккал	1 килограммкалория = 426,4 *кгм* 1BTh *U* (Britisch Thermal Unit) BThU = 778 ftlbs = 107,6 *кгм* = 0,252 *ккал*	$4{,}182 \cdot 10^{10}$
q	Теплота реакции					
r	Теплота парообразования жидкости			$\frac{ккал}{кг}$	Для воды r = 539,1 *кал* (15°) при 100°	
H	Теплопроизводительность топлива					
c	Теплоемкость	$C = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$				
mc	Молекулярная теплоемкость					
C_p	Теплоемкость при постоянном давлении					
c_v	Теплоемкость при постоянном объеме					
k	Отношение теплоемкостей при постоянных объеме и давлении	$k = \frac{C_p}{C_v}$				
s	Энтропия	$S = \frac{Q}{T}$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-2} \Theta^{-1}$			

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
N	Мощность	$N = \frac{A}{T}$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$	*вт*	Ватт [W] = джоуль в секунду	10^7
				квт	Киловатт [kW] = = 101,972 *кГм/сек* = =стенметр в секунду = килоджоуль в секунду	10^{10}
A	Термический эквивалент работы			*л. с.*	Лошадиная сила	$736 \cdot 10^7$
η	Коэфициент полезного действия [1])					
	Удельная теплоемкость вещества, темпер. к-рого повышается на 1° при сообщении количества теплоты, 1 *кдж* (*ккал*) на тонну (*кг*). У. т. при этом предполагается однородной		$L^2 \cdot T^{-2}\,\Theta^{-1}$	$\frac{кдж}{т.\,град}$	Килоджоуль на тонну и градус	
				$\frac{мгдж}{т.\,град}$	Мегаджоуль на тонну и градус	
				$\frac{ккал}{кг \cdot град}$	Килокалория на килограмм и градус = 4182 *кдж* на тонну и градус = 1 *кал* на грамм и градус	
	Теплоемкость тела, температура к-рого повышается на 1° при сообщении ему количества теплоты в 1 *кдж* (*ккал*)		$L^2 \cdot M \cdot T^{-2}\,\Theta^{-1}$		Килоджоуль на градус Мегаджоуль на градус Килокалория на градус = 4,182 *кдж* на градус	
	Теплопроводность однородного изотропного вещества, для которого при разности температур в 1° на метр через площадь в 1 $м^2$ в 1 сек. (час) проходит количество теплоты, равное 1 *кдж* (*ккал*)		$L \cdot M \cdot T^{-3}\,\Theta^{-1}$	$\frac{кдж}{м \cdot сек.\,град}$	Килоджоуль на метр-секунду-градус	
				$\frac{ккал}{м \cdot ч \cdot град}$	Килокалория на метр-час-градус = $= \frac{4,182}{3600}$ *кдж* на метр-секунду-градус	
	Теплопередача в системе тел, для которой при разности температуры в 1° через площадь в 1 $м^2$ передается в 1 сек. (час) количество теплоты, равное 1 *кдж* (*ккал*)		$MT^{-3}\,\Theta^{-1}$	$\frac{кдж}{м^2 \cdot сек \cdot град}$	Килоджоуль на кв. метр-секунду-градус	
				$\frac{ккал}{м^2 \cdot ч \cdot град}$	Килокалория на кв. метр-час-градус = $\frac{4,182}{3600}$ *кдж* на кв. метр-секунду-градус	

[1]) Различные коэфициенты полезного действия обозначаются одной и той же буквой η с соответствующими индексами внизу.

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в CGS единицах
	Температуропроводность[1]) однородного и изотропного вещества, для которого теплопроводность в *кдж* на метр-секунду-градус, плотность в тоннах на 1 $м^3$ и удельная теплоемкость в *кдж* на *т* и *град* равны единице		L^2T^{-1}	$\frac{м^2}{сек}$ $\frac{м^2}{ч}$	Кв. метр на секунду Кв. метр на час = $= \frac{1}{3600}$ $м^2$ на сек.	
	VIII. Оптика и фотометрия					
n	Коэфициент преломления в воздухе					
N	Коэфициент преломления в вакууме					
ε	Увеличение					
Φ	Световой поток	$\Phi = I\omega = \frac{I \cdot S}{l^2}$	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot V$	*лм* *клм* Ф *мф*	Люмен [lm] Килолюмен [klm] Фот [ph] = 1 люмен на кв. сантиметр Миллифот [mph] = = 0,001 фота	1 10^3 1 10^{-3}
E	Освещенность (поверхности S_1)	$E = \frac{\Phi}{S_1}$	$M \cdot T^{-3} \cdot V$	*лк*	Люкс [lx] = = 0,0001 фота	10^{-4}
R	Светность или светимость (поверхности S_2)	$R = \frac{J}{S_2}$		*рф*	Радфот [rph]	1
L	Световая энергия (светоотдача)	$L = \Phi t$	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot V$	*лм-с* *лм-ч* *клм-ч* *ф-с* *ф-ч* *рф-с*	Люмен-секунда [lm-s] Люмен-час [lm-h] Килолюмен-час [klm-h] Фот-секунда [ph · s] Фот-час [ph-h] = = 3600 *ф-с* Рад-фот-секунда [rph-s] — для испускаемой световой энергии	1 $36 \cdot 10^2$ $36 \cdot 10^5$ 1 $36 \cdot 10^2$ 1
H	Количество освещения	$H = Et$	$M \cdot T^{-2} \cdot V$	*лк-ч*	Люкс-час [lx-h] = = 0,36 фот-секунда для получаемой световой энергии	$36 \cdot 10^{-2}$

[1]) Температуропроводность вещества есть отношение его теплопроводности к произведению из теплоемкости на плотность. Она определяет скорость распространения температурных изменений в процессе нагревания или охлаждения.

13 Зак. 3665. С. П. Ванков.

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
J	Сила света (точечного источника)	$J=\frac{\Phi}{\omega}$	$M\cdot L^2\cdot T^{-3}\cdot V$	*св*	Международная свеча [c] = силе света точечного источника в направлениях равномерного испускания 1 люмена внутри телесного угла в 1 стерадиан	1
B	Яркость	$B=\frac{I}{S_1\cos\alpha}$	$M\cdot T^{-3}\cdot V$	*сб*	Стильб [sb] — яркость равномерно светящейся плоской поверхности в перпендикулярном к ней направлении, испускающей в том же направлении свет силой в 1 свечу с 1 кв. *см*	1
V	Видность	$V=\frac{\Phi}{P}$	V	*мсб*	Миллистильб [msb] = 0,001 стильба	10^{-3}
	VIII. Магнитное поле					
m	Количество магнетизма (сила полюса)	$m=l\sqrt{\mu p}$ $p=\frac{m_1\cdot m_2}{l^2}$	$L^{\frac{3}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-1}\cdot\mu^{\frac{1}{2}}$ $[L^{\frac{1}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot\varepsilon^{-\frac{1}{2}}]$			
l	Междуполюсный промежуток		L	*см*		
M_m	Магнитный момент	$M_m=m\cdot l$	$L^{\frac{5}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-1}\cdot\mu^{\frac{1}{2}}$			
I	Напряженность намагничения	$I=\frac{M_m}{v}$	$L^{\frac{1}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-1}\cdot\mu^{\frac{1}{2}}$	*э*	Эрстед [Oe] = $\frac{4\pi x \text{ абс. ед. силы тока}}{см}$	(1)
H	Напряженность магнитного поля (магнитная сила)	$H=\frac{P}{m}$	$[L^{\frac{1}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-2}\varepsilon^{\frac{1}{2}}]$		В равномерно намотанной катушке $H=4\pi\omega\, I/l$	
h	Горизонтальная составляющая магнитного поля земли					
B	Магнитная индукция	$B=\mu H$ $e=-\frac{d(Bs)}{dt}$	$L^{-\frac{1}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}$ $[L^{-\frac{3}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot\varepsilon^{-\frac{1}{2}}]$	*гс*	Гаусс [G] = $\frac{\text{абс. ед. эдс.}\cdot\text{сек.}}{см^2}$	(1)
F	Магнитодвижущая сила (магнитное напряжение)	$F=H\cdot l$	$L^{\frac{1}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-1}\cdot\mu^{-\frac{1}{2}}$ $[L^{\frac{3}{2}}\cdot M^{\frac{1}{2}}\cdot T^{-2}\cdot\varepsilon^{\frac{1}{2}}]$	*гб*	Гильберт [Gb] = $4\pi\cdot$ абс. ед. силы тока	(1)

Примечание. ОСТом 4891 рекомендуется пользоваться латинскими буквенными обозначениями

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
Φ_m	Магнитный поток	$\Phi_m = B \cdot F = \frac{F}{R}$	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \mu^{\frac{1}{2}}$ $[L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot \varepsilon^{-\frac{1}{2}}]$	*мкс*	Максвелл [M] = = абс. ед. эдс. сек.	(1)
R_m	Магнитное сопротивление	$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{F}$	$L^{-1} \cdot \mu^{-1}$ $[L \cdot T^{-2} \cdot \varepsilon]$			
μ	Магнитная проницаемость	$\mu = 1$ $\mu = \frac{B}{H} = 1 + 4\pi\varkappa$	μ $[L^{-2} \cdot T^{2} \cdot \varepsilon^{-1}]$			
$\varkappa$	Магнитная восприимчивость	$\varkappa = \frac{Y}{H}$				
	IX. Электрический ток					
I, i	Сила тока	$I = \frac{E}{R}$ $i = \frac{q}{t}$	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}$ $[L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}]$	*А*	Ампер. 1А отлагает в 1 сек. 1,118 *мг* Ag или 0,3294 Cu; 1А разлагает в 1 сек. 0,0933 *мг* воды	10^{-1}
				а	Международный ампер [A] = силе постоянного тока, который, проходя через водный раствор нитрата серебра, отлагает 0,0011800 *г* [Ag] в 1 сек.	(1)
				ма	Миллиампер [mA]	(10^{-3})
				мка	Микроампер [μA]	(10^{-6})
Q, q	Количество электричества (электрический заряд)	$Q = it$ $q = l\sqrt{\varepsilon p}$	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot \mu^{-\frac{1}{2}}$ $[L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}]$	*к*	Кулон = ампер-секунда = $\frac{1}{96500}$ *г* эквивалент	10^{-1}
				ач	Амперчас [Ah]	360
				мкк	Микрокулон [μc]	10^{-7}
J, j	Плотность тока	$j = \frac{i}{S}$	$L^{-\frac{3}{2}} \cdot M^{-\frac{1}{2}} \times T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{A}{см^2}$	$\frac{\text{Ампер}}{см^2}$	10^{-1}
E, e	Электродвижущая сила	$E = iR$ $E = \frac{P}{q}$	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2} \cdot \mu^{\frac{1}{2}}$	*v*	Вольт	10^{8}
				в	Международный вольт = напряжению, соответствующему току силой в 1 А при сопротивлении в 1 ом	(1)

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
				кв	Киловольт [kV]	(10^3)
				мв	Милливольт [mV]	(10^{-3})
				мкв	Микровольт [μV]	(10^{-6})
U, u	Электрическое напряжение (разность электрических потенциалов)	$U = \frac{A}{q}$	$[L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot \varepsilon^{-\frac{1}{2}}]$		Нормальный элемент Вестона имеет напряжение $1{,}0183 - 0{,}0_4406 (t - 20) - 0{,}0_6 95 (t - 20)^2 + 0{,}0_7 1 (t - 20)^3$ V[1]) (В сильно разбавленном растворе напряжение нормального элемента Вестона = 1,0187 V почти независимо от температуры)	
A	Электрическая работа	$A = QE = I \cdot E \cdot t$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$	Vc	Вольткулон	10^7
				вт-с	Международная ватт-секунда [Ws] или	(1)
				дж	Международный джоуль [Дж] = = 0,10203 *кгм* = = 0,2390 *кал* (15°)	(1)
				вт-ч	ватт-час [Wh] = =3600 ватт-секунд	$(36 \cdot 10^2)$
				мгвт-ч	мегаватт-час [mWh]	$(36 \cdot 10^8)$
				квт-ч	киловатт-час [kWh]	$(36 \cdot 10^5)$
				гвт-ч	гектоват-час [hWh]	$(36 \cdot 10^4)$
P	Электрическая мощность	$P = E \cdot I = \frac{A}{t}$	$L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$	W	Ватт	10^7
				вт	Международн. ватт [W] $= \frac{1}{736}$ *л. с.* = = 0,00136 *л. с.*	(1)
				мгвт	Мегаватт [MW]	(10^6)
				квт	Киловатт [kW]	(10^3)
				гвт	Гектоватт [hW]	(10^2)
				мвт	Милливатт [mW]	(10^{-3})
				мквт	Микроватт [μW]	(10^{-6})
				BTU	Board of Trade Unit = 1 *квт*	10^{10}

[1]) Численный индекс под 0 указывает, сколько раз следует повторить 0 в данном выражении.

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в *CGS* единицах
C	Электрическая емкость	$C = \frac{Q}{E}$	$L^{-1} \cdot T^{2} \cdot \mu^{-1}$ $[L \cdot \varepsilon]$	*F*	Фарада	10^{-9}
				Ф	Международная фарада [F]=емкости конденсатора, заряжаемого до напряжения в 1 вольт одним кулоном	(1)
				мкф	микрофарада [μF]	(10^{-6})
				мккф	микромикрофарада [μμF]	(10^{-12})
				c	сантиметр $= \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ фарады	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-20}$
w	Число витков					
Ψ	Поток индукции катушки	$\Psi = W \cdot I$	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	AW	Ампервитки	10^{-1}
A	Число ампервитков на сантиметр	$A = \frac{\Psi}{l}$	$L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$	$\frac{AW}{см}$	$\frac{\text{Ампервитки}}{см}$	10^{-1}
L	Индуктивность (коэфициент самоиндукции)	$E = L \cdot \frac{dI}{dt}$	$L\mu$ $[L^{-1} \cdot T^{2} \cdot \varepsilon^{-1}]$	*H*	Генри	10^{9}
M	Взаимная индуктивность (коэфициент взаимоиндукции)	$E = M \frac{dI}{dt}$		*гн*	Международный генри [H]	(1)
				мгн	Миллигенри [mH]	(10^{-3})
				мкгн	Микрогенри [μH]	(10^{-6})
k	Коэфициент связи					
p	Число пар полюсов (электрической машины)					

X. Электрическое сопротивление

R	Электрическое сопротивление	$R = \frac{E}{i} = \rho \frac{l}{S}$	$L \cdot T^{-1} \mu$ $[L^{-1} \cdot T \cdot \varepsilon^{-1}]$	*OΩ*	Ом	10^{9}
				MΩ	Мегом	10^{15}
				~~Θ~~	Международный ом = сопротивлению ртутного столба длиной в 1,063 *м* и массой в 14,4521 *г* при 0° (сечением в 1 *мм*²)	~~(1)~~
				ом	Нормальный ом = сопротивлению ртутного столба в 1,060 *м*	(1)

Продолжение

Обозначение	Наименование физической величины или единицы	Формулы, связывающие величины	Размерность	Технические единицы: обозначение	Технические единицы: наименование, определение и соотношение с другими единицами	Технические единицы: величина в CGS единицах
				мком	микром [μΩ]	10^{-6}
				SE	Единица Сименса (1,000 *м* рт. ст.)	
G	Проводимость	$G = \frac{1}{R}$	$L^{-1} \cdot T$	*S*	Сименс	10^{-9}
				MO	Обратный ом	
ρ	Удельное сопротивление	$\rho = R \frac{S}{l}$	$L^{2} \cdot T^{-1}$		$Ом \frac{мм^2}{м}$	10^{-5}
δ	Удельная электропроводность					
χ	Электрическая проводимость электролита	$\chi = \frac{l}{R \cdot S}$	$L^{-2} \cdot T$		$\frac{1}{ом \cdot см}$	10^{-9}
α	Степень электролитической диссоциации					

XI. Электрический заряд и электрическое поле

Q	Количество электричества (электрический заряд)	$Q = l\sqrt{\varepsilon p}$	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}$		$\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ кулона	1
e	Элементарный заряд		$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}$		$1{,}592 \cdot 10^{-19}$ кулона	$4{,}77 \cdot 10^{-10}$
				к	Международный кулон [c] = ампер-секунда	(1)
				а-ч	Ампер-час 3600 *k* [Ah]	$36 \cdot 10^{2}$
				мкк	Микрокулон = = 0,000001 *k* [μc]	(10^{-6})
E	Напряженность электрического поля	$E = \frac{P}{Q}$	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \varepsilon^{-\frac{1}{2}}$			
D	Электрическое смещение	$D = \frac{q}{S}$	$L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}$		Амперсекунда/$см^2$	
Φ_e	Поток индукции	$\Phi_e = 4\pi Q$	$L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \mu^{\frac{1}{2}}$			
ε	Диэлектрическая постоянная	$\varepsilon = \frac{4\pi}{E} D$	$L^{-2} \cdot T^{2} \cdot \mu^{-1}$			
		$\varepsilon = 1$	ε			
C	Емкость	$C = \frac{q}{U}$	$L \cdot \varepsilon$	*см*	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ фарады	

5. Таблица соотношений различных единиц энергии

	Эрг	Межд. ватт-секунда (джоуль)	Граммкалория 20°	Литр атм.	Килограммометр	Лош. сила × × сек.
1 эрг lg	1 —	$0{,}99965 \cdot 10^{-7}$ $2{,}99993-10$	$2{,}3912 \cdot 10^{-8}$ $2{,}37862-10$	$9{,}869 \cdot 10^{-10}$ $0{,}99428-10$	$1{,}0197 \cdot 10^{-8}$ $2{,}00848-10$	$1{,}3596 \cdot 10^{-10}$ $0{,}13342-10$
1 ватт-секунда = = 1 джоуль lg	$1{,}000350 \cdot 10^{7}$ $7{,}00015$	1	0,23920 $9{,}37877-10$	$9{,}872 \cdot 10^{-3}$ $7{,}99441-10$	0,10201 $9{,}00863-10$	$1{,}3601 \cdot 10^{-3}$ $7{,}13357-10$
1 граммкалория 20° lg	$4{,}182 \cdot 10^{7}$ $7{,}62138$	4,1805 0,62123	1	0,04127 $8{,}61564-10$	0,4264 $9{,}62982-10$	$5{,}685 \cdot 10^{-3}$ $7{,}75476-10$
1 литр-атм lg	$1{,}0133 \cdot 10^{9}$ 9,00574	$1{,}0130 \cdot 10^{9}$ 2,00559	24,23 1,38436	1	10,333 1,01423	0,13776 9,13913—10
1 килограммометр lg	$9{,}80665 \cdot 10^{7}$ 7,99152	9,8031 0,99137	2,3452 0,37018	$9{,}678 \cdot 10^{-2}$ $8{,}98577-10$	1	$1{,}333 \cdot 10^{-2}$ $8{,}12494-10$
1 лош. сила × сек. lg	$7{,}355 \cdot 10^{9}$ 9,86658	$7{,}3523 \cdot 10^{9}$ 2,86643	175,89 2,24524	7,259 0,86086	75,00 1,87506	1
R моль lg	$8{,}313 \cdot 10^{7}$ 7,91976	$8{,}310 \cdot 10^{7}$ 0,91961	1,988 0,29838	$8{,}204 \cdot 10^{-2}$ $8{,}91403-10$	0,8481 $9{,}92843-10$	$1{,}1307 \cdot 10^{-2}$ $8{,}05335-10$

Примечания 1. Соотношение между абсолютным и международным эргами, принятое Бюро стандартов в Вашингтоне и положенное в основу при установлении в СССР калории, равной $4{,}182 - 10^{7}$ эргов.

2. Рекомендуется по возможности избегать применения единицы „лошадиная сила" и измерять мощность в киловаттах (ОСТ/ВКС-6052).

6. Основные константы

Знак	Величина	Значение	Возм. погрешн.
	I. Принятые константы		
c	Скорость света в пустоте	$2{,}9986 \cdot 10^{16}$ *см сек*$^{-1}$	0,0003
G	Гравитационная постоянная . . .	$6{,}66 \cdot 10^{-8}$ *см*^{3} *г*$^{-1}$ *сек*$^{-2}$	0,01
e	Заряд электрона $e = \frac{1}{2}\alpha$	$4{,}774 \cdot 10^{-10}$ *es*	0,005
e	То же	* $1{,}592 \cdot 10^{-20}$ *em*	
$\frac{e}{m_0}$	Отношение e к массе электрона	$5{,}305 \cdot 10^{17}$ *es г*$^{-1}$	0,010
$\frac{e}{m_0}$	То же e	* $1{,}769 \cdot 10^{7}$ *em г*$^{-1}$	
F	Фарадей	$9{,}6500 \cdot 10^{4}$ кулонов	0,0010
F	„	* $2{,}89365 \cdot 10^{14}$ *es*	
v_0	Объем 1 моля при 0° С Атм. . . .	$22{,}4115 \cdot 10^{3}$ *см*^{3} *моль*$^{-1}$	0,002
h	Постоянная Планка	$6{,}554 \cdot 10^{-27}$ *эрг сек*	0,001
T_0	Абс. температура замерзания воды	273,1 град. С	от +0,15 до −0,05
O	Атомный вес кислорода	16,000 (по определению)	
	II. Условленные константы		
A_n	Нормальная атмосфера	$1{,}013250 \cdot 10^{6}$ *дин см*$^{-2}$	
A_{45}	Атмосфера на широте 45°	$1{,}013200 \cdot 10^{6}$ *дин см*$^{-2}$	
Å	Величина, при которой длина волны красной линии Cd = ...	6438,4696 Å	
g_8	Стандартное ускорение силы тяжести	980,665 *см сек*$^{-2}$	
—	Постоянная аберрации	20,47″	

* Звездочкой отмечены значения, полученные из предыдущего.

Знак	Величина	Значение	Возм. погрешн.
	III. Экспериментальные константы		
—	Величина периода пространственной решетки в кальците . . .	3,028 Å	
H	Атомный вес водорода	1,0077	
l	Литр	1000,027 *см*³	
cal	Граммкалория (20° С)	4,181 джоуля	
cal	Граммкалория (15° С)	4,185 джоуля	
cal	Граммкалория средняя	4,186 джоуля	
Ω	Международный ом	1,00052 ома	
—	Международный ампер (по электролизу Вестона)	0,99990 ампера	
—	Международный ампер (по электролизу Ag) . .	0,99993 ампера	
	IV. Производные константы		
R	Газовая постоянная	$8{,}315 \cdot 10^{7}$ *эрг град*$^{-1}$ *моль*$^{-1}$	
R	То же	0,08206 *литр-атм град*$^{-1}$ *моль*$^{-1}$	
R	„	1,9806 *кал*$_{15°}$ *град*$^{-1}$ *моль*$^{-1}$	
N_0	Число Авогадро .	$6{,}061 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$	
n_0	„ Лошмидта .	$2{,}705 \cdot 10^{19}$ *см*$^{-3}$ (при 0°С и A_n)	
k_0	Молекулярная газовая постоянная	$1{,}372 \cdot 10^{-16}$ *эрг град*$^{-1}$	
E_0	Энергия движения молекулы при 0° С	$5{,}620 \cdot 10^{-14}$ *эрг*	
e_0	Отношение E_0 к T_0	$2{,}058 \cdot 10^{-14}$ *эрг град*$^{-1}$	
$\frac{m_p}{m_e}$	Отношение массы протона к массе электрона	спектр = 1838 по отклонению: 1847	

Знак	Величина	Значение	Возм. погрешн.
m_H	Масса водородного атома . . .	$1{,}663 \cdot 10^{-24}$ *г*	
—	Диаметр молекулы водорода . .	$2{,}9 \cdot 10^{-8}$ *см*	
m_e	Масса электрона	$8{,}999 \cdot 10^{-28}$ *г*	
m_p	„ протона	$1{,}669 \cdot 10^{-24}$ *г*	
m_α	„ частицы α	$6{,}598 \cdot 10^{-24}$ *г*	
r_1	Радиус первого водородного кольца (по Бору) . .	$0{,}5305 \cdot 10^{-8}$ *см*	
μ_e	Магнитный момент электрона .	$0{,}9175 \cdot 10^{-20}$ *эрг* гаусс$^{-1}$	
μ_p	То же протона .	$0{,}4967 \cdot 10^{-23}$ *эрг* гаусс$^{-1}$	
$\frac{h}{e}$	Фотоэлектрическая постоянная .	$1{,}373 \cdot 10^{-17}$ *эрг сек. es*$^{-1}$	
$\frac{h}{e}$	То же	* $4{,}117 \cdot 10^{-15}$ вольт сек.	
$\frac{h_c}{e}$	„	$4{,}117 \cdot 10^{-7}$ *эрг см es*$^{-1}$	
$\frac{h_c}{e}$	„	$1{,}2344 \cdot 10^{4}$ вольт Å	
β	Постоянная удельной теплоты . .	$4{,}778 \cdot 10^{-11}$ *сек град.*	
σ	То же Стефана .	$5{,}709 \cdot 10^{-5}$ *эрг см*$^{-2}$ *сек*$^{-1}$ *град*$^{-1}$	
c_1	Постоянная излучения первая . .	$3{,}703 \cdot 10^{-5}$ *эрг см*^{2} *сек*$^{-1}$	
c_2	То же вторая $\left(\frac{ch}{k}\right)$	1,433 *см град*	
$\frac{h}{2\pi}$	Единица углового момента (по Бору)	$1{,}0420 \cdot 10^{-27}$ *эрг сек*	
w	Постоянная смещения Вина . .	0,2885 *см град*	

* Звездочкой отмечены значения, полученные из предыдущего.

Знак	Величина	Значение
c_j	Коэфициент интенсивности	$1{,}301 \cdot 10^{-4}$ *эрг см*$^{-3}$ *сек*$^{-1}$ *град*$^{-1}$
$\frac{1}{\alpha}$	Обратное значение постоянной тонкой структуры	137,29
V_∞	Частота Рюдберга	$3{,}2775 \cdot 10^{15}$ сек.$^{-1}$
N_∞	Волновое число Рюдберга	$1{,}0930 \cdot 10^5$ *см*$^{-1}$
R_H	Постоянная Рюдберга для водорода	$1{,}0967776 \cdot 10^5$ *см*$^{-1}$
R_{He}	Постоянная Рюдберга для гелия	$1{,}0972240 \cdot 10^5$ *см*$^{-1}$
R_∞	То же бесконечной массы	$1{,}0973742 \cdot 10^5$ *см*$^{-1}$
$\frac{H}{4}$	Атомная единица массы .	$1{,}483 \cdot 10^{-3}$ эрг$=0{,}9321 \cdot 10^9$ *Ve*.
—	Эрг в атомной единице массы	$0{,}6743 \cdot 10^3$
Ve	Вольт-электрон в атомных единицах массы	$1{,}0729 \cdot 10^9$
	Средняя длина свободного пути молекулы *H* при A_n и 0° С	$1{,}123 \cdot 10^{-5}$ *см*
	Средняя квадратичная скорость молекулы *H* при A_n и 0° С	$1{,}8363 \cdot 10^5$ *см сек*$^{-1}$
	Средняя арифметическая скорость молекулы *H* при A_n и 0° С	$1{,}6920 \cdot 10^5$ *см сек*$^{-1}$
	Среднее расстояние молекул *H* при Атм и 0° С	$3 \cdot 10^{-6}$ *см*

Энергия светового кванта:

$$1\ см^{-1} = 1{,}963 \cdot 10^{-16}\ \text{эрг} = 1{,}234 \cdot 10^{-4}\ Ve = 2{,}844\ \frac{\text{cal}}{\text{моль}}.$$

$$1\ \text{эрг} = 0{,}6285 \cdot 10^{12}\ Ve = 1{,}440 \cdot 10^{16}\ \frac{\text{cal}}{\text{моль}} = 0{,}5095 \cdot 10^{16}\ см^{-1}.$$

$$1\ Ve = 23055\ \frac{\text{cal}}{\text{моль}} = 8106\ см^{-1} = 1{,}391 \cdot 10^{-12}\ \text{эрг}.$$

$$1\ \frac{\text{cal}}{\text{моль}} = 0{,}3516\ см^{-1} = 0{,}6991 \cdot 10^{-16}\ \text{эрг} = 4{,}338 \cdot 10^{-5}\ Ve.$$

Длина световой волны λ (в Å), квант которой имеет ту же энергию, как и электрон, прошедший падение потенциала *V* (вольт), определяется из соотношения:

$$\lambda Ve = 12{,}336.$$

7. *Длины волн:*

Волны Герца, самые длинные . .	2 000 000,0	*см*
„ „ , самые короткие . .	0,2	„
Инфракрасные, самые длинные .	0,03	„
„ , спектроскопические	0,002	„
Видимые, самые длинные	0,00008	„
„ , самые короткие	0,00004	„
Ультрафиолетовые, самые короткие	0,000006	„
Х-лучи, самые длинные	0,00000012	„
Х-лучи, самые короткие	0,000000001	„
γ-лучи, самые длинные	0,000000013	„
γ-лучи, самые короткие	0,0000000007	„

8. *Длины волн характерных спектральных линий некоторых элементов в ангстремах* (10^{-8} *см*)

H 3835	Cs 3877	Ba 5160	Ag 4055	Hg 3650	Sn 3861
3889	3889	5267	4212	3655	4525
3970	4555	5536	4669	4047	4586
4102	4593		5209,081	4358	5799
4340	5635	Sr 4607	5465,489	5460,742	6453
4861	5664		5472	5769,598	
6563	6011	Tl 3776	5623	5790,659	Mg 3829
	6213	5351		6124	3832
He 3888,646	6624		Zn 4680,138	6235	3838
4026,189	6973	Cu 4026	4722,164	6908	5167
4471,477		4063	4810,535	7082	5173
4713,143	Rb 4202	5105,543	4912		5184
4921,929	4216	5153,251	4925	Ni 402	5528
5015,675	5332	5218,202	6103	4715	4678
5875,618	5724	5700	6362,045	5036	Cd 4799,9147
6578,149	6207	5782,090		5477	5085,8240
7065,188	6299	5782,159			6438,4696
Na 5889,965		Li 3915	K 4044	Ca 5598	
5895,932		4132	4047	6162	
		4603	5802		
		6104	7665		
		6707,846	7699		

9. Законы лучеиспускания

Закон Стефана-Больцмана: $E = \sigma T^4$,

где E есть интегральное лучеиспускание абсолютно черного тела, T — абсолютная температура, σ — постоянная.

Для полусферы 1 *см*² и 1 сек. $\sigma = 5{,}77 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\ \text{сек}\ \text{град}^{-4}}$.

Закон Вина: $\lambda m T = A$,

где λm есть длина волны, соответствующая наибольшему лучеиспусканию, T — абсолютная температура. $A = 0{,}288$ *см град.*

10. Некоторые скорости движения

Наименование	Условия	Скорость в *км/сек*
Молекула хлора	При 0° С и 760 *мм* рт. ст. в катодной трубке Крукса	0,24
Скорость звука	В воздухе при 0°	0,3317
Скорость молекулы угольного ангидрида	В воздухе при 0°	0,36
Падающее тело	С высоты 20 *км* на землю в безвоздушном пространстве	0,60
Молекула водорода	Как 1 и 3; (скорость растет пропорционально $\sqrt{T}$	1,84
То же	В пламени водорода	7,04
Падающее тело	Из бесконечности к земной атмосфере	11,5
Метеорит	На высоте до 160 *км*	20—30
Электрон	В вакуумной трубке при разности потенциалов 0,4 *V*	100
Атом ртути	То же, при разности потенциалов 10000 *V*	100
Молекула водорода	На звездах. При T=2730000° С	269
Электрон	В вакуумной трубке при разности потенциалов в 1 *V*	295
Падающее тело	Из бесконечности на солнце	600
Электрон	В вакуумной трубке при разности потенциалов 5,5 *V*	1 400
Атом водорода	То же 10 000 *V*	1 400
Электрон	„ „ 25 *V*	3 000
„	„ „ 100 *V*	5 950
Гелий	„ „ 100 *V*	$(10—30) \cdot 10^3$
Радий	„ „ 100 *V*	$30 \cdot 10^3$
Электрон	„ „ 100 000 *V*	$58{,}3 \cdot 10^3$

11. Приведение веса к пустоте

Если вес тела в воздухе равен P, то для приведения его к пустоте к нему нужно прибавить поправку kP, знак которой зависит от знака k. В таблице даны значения коэфициента k для различных плотностей D взвешиваемого тела и для латунных разновесок. k вычислено по формуле: $k = \sigma \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d}\right)$, где σ есть средняя плотность воздуха, равная 0,0012, D — плотность тела и d — плотность гирь, принятая равной 8,4.

Плотность тела D	Коэфициент поправки	Плотность тела D	Коэфициент поправки	Плотность тела D	Коэфициент поправки
0,50	+ 0,00226	1,1	+ 0,00095	2,5	+ 0,00034
0,55	204	1,2	86	3,0	26
0,60	186	1,3	78	3,5	20
0,65	170	1,4	71	4,0	16
0,70	157	1,5	66	5,0	10
0,75	146				
		1,6	61	6,0	06
0,80	136	1,7	56	8,0	01
0,85	127	1,8	52	10,0	— 0,00002
0,90	119	1,9	49	15,0	06
0,95	112	2,0	46	20,0	08
1,00	106				

12. Удельный и абсолютный вес газов (по Д. Лидделю)

Газ	Формула	Молекулярный вес (O=16)	Вес 1 *л* в граммах	Удельный вес	
				воздух=1	водород=1
Азот	N_2	28,016	1,2505	0,96720	14,0
Аммиак	NH_3	17,032	0,7710	0,5964	—
Аргон	A	39,91	1,7832	1,3792	—
Ацетилен	C_2H_2	26,015	1,173	0,9093	—
Бензол	C_6H_6	78,046	3,5821	2,7708	—
Бром	Br_2	159,82	7,1437	5,5258	—

Продолжение

Газ	Формула	Молекулярный вес (O=16)	Вес 1 л в граммах	Удельный вес	
				воздух=1	водород=1
Бутан	C_4H_{10}	58,077	2,673	2,075	—
Вода	H_2O	18,015	0,8063	0,6237	9,0
Водород	H_2	2,0154	0,08988	0,06951	1,0
Воздух (сухой)	—	—	1,2929	1,0000	14,418
Гелий	He	4,00	0,1785	0,1381	—
Двуокись хлора	ClO_2	67,458	13,0192	2,3352	—
Закись азота	N_2O	44,016	1,977	1,529	—
Иод	J_2	253,864	1,271	8,7183	—
Кислород	O_2	32,000	1,4290	1,10527	16
Криптон	K_2	82,9	3,708	2,8682	—
Ксенон	Xe	130,2	5,851	3,7524	—
Метан	CH_4	16,031	0,7168	0,5544	—
Метил хлористый	CH_3Cl	50,481	2,3076	1,7848	—
Метиловый эфир	$(CH_3)_2O$	46,046	2,1098	1,6361	—
Неон	Ne	20,2	0,9002	0,69634	—
Окись азота	NO	30,008	1,3402	1,03669	—
„ углерода	CO	28,000	1,2504	0,9671	—
„ хлора	ClO	86,916	3,890	3,0079	—
Пропан	C_3H_8	44,062	2,020	1,5625	—
Пропилен	C_3H_6	42,046	1,8783	1,45293	—
Радия эманация	Nt	222,00	9,73	7,524	—
Ртуть	Hg	200,61	9,0210	6,9785	100,0
Сернистый газ	SO_2	64,065	2,9269	2,26382	—
Синильная кислота	HCN	27,016	1,226	0,9483	—
Спирт амиловый	$C_5H_{11}OH$	88,092	4,0696	3,1479	—
„ метиловый	CH_3OH	32,031	1,4483	1,1202	—
„ этиловый	C_2H_5OH	46,016	2,0862	1,6137	—
Углекислота	CO_2	44,000	1,9769	1,5290	22,0
Фосфор	P_4	124,096	5,6318	4,35639	—
Фтор	F_2	38,00	1,695	1,313	—
Хлор	Cl_2	70,916	3,214	2,4589	35,5
Хлористоводородная кислота	HCl	36,466	1,6392	1,2679	—
Хлорокись углерода	$COCl_2$	96,916	4,47	3,457	—
Циан	C_2N_2	52,016	2,335	1,7983	—
Этан	C_2H_6	30,046	1,3566	1,0492	—
Этилен	C_2H_4	28,031	1,2604	0,9749	—

13. Удельные веса жидкостей

Название жидкости	Удельный вес	При температуре в град. С
Азотная кислота 25%	1,15	15
„ „ 91%	1,50	15
Алкоголь	0,793	15
Альдегид	0,8010	0
Амилалкоголь	0,8104	20
Аммиак (жидкий)	0,875	—
Анилин	1,035	0
Аргон (жидкий — 185°)	1,4	—185
Ацетон	0,792	20
Бензин	0,68—0,74	15
Бензол	0,899	0
Бром	3,187	0
Белок яичный	1,041	15
Вино (рейнское)	1,002	—
„ (обыкновенное)	0,997	—
Виноградный сок	1,080	—
„ спирт 36°	0,848	—
Вода (дестиллированная)	1,000	4
„ (морская)	1,029	15
Глицерин безводный	1,260	0
Деготь	1,195	—
Деревянное масло	0,92	—
Камфарное „	0,910	—
Касторовое „	0,969	15
Керосин	0,79—0,82	15
Китовый жир	0,923	—
Креозот	1,037	15
Лавандное масло	0,877	16
Лимонное масло	0,844	16
Льняное „	0,935	15
Медный купорос 15% $CuSO_4 \cdot 5H_2O$	1,10	15
Медный купорос 28% $CuSO_4 \cdot 5H_2O$	1,15	15
Метилалкоголь	0,81	4
Молоко	1,028	15
Нефть	0,758	19
Оливковое масло	0,918	15
Пиво	1,02—1,035	—
Раствор поваренной соли, насыщенный	1,21	17
Ртуть	13,59	0
Рыбий жир	0,945	15
Соляная кислота 40%	1,192	15
Сероуглерод	1,293	15
Серная кислота (66° Б)	1,842	15
Соляная кислота с 10% HCl	1,05	15
Соляная кислота с 40% HCl	1,20	15
Сурепное масло	0,914	15
Терпентиновое масло	0,873	16
Тресковый жир	0,940	15
Хлороформ	1,480	18
Эфир	0,71	0

14. Объемные веса твердых тел в г/см³

(средние значения)

Агат	2,59—2,8
Алебастр	2,3 —2,8
Алмаз	3,52
Алюминий (99,75% Al)	2,703
„ прокованный	2,75
„ литой	2,56
„ расплавленный	2,38
Аметист	3,92
Антрацит	1,4—1,7
Апатит	3,16—3,22
Асбест (в среднем)	2,5
Асбестовый картон	1,2
Аспид. сланец	2,65—2,90
Асфальт	1,1 —1,8
Бабит	7,1
Базальт	2,8—3,2
Барий хлористый	3,7
Бериллий	1,93
Бетон	1,7—2,2
Бобы	0,85
Бор	2,45
Бром (жидкий)	2,97—3,187
Бронза	7,4 —8,8
„ фосфористая	8,8
Бузина	0,08
Бумага писчая	0,70—1,15
Бура	1,7 —1,8
Бурый железняк	3,4 —3,95
Бурый уголь	1,2 —1,5
Деревья хвойные, насыщенные водой	0,84
Динамит	1,65
Доломит	2,9
Древесные волокна	1,5
Древесный уголь в порошке:	
хвойных деревьев	0,28—0,44
дуба	1,92
Древесный уголь в кучах:	
хвойных деревьев	0,18
дуба	0,23
Дрова в сухих поленьях:	
буковые	0,45
дубовые	0,52
еловые	0,30
сосновые	0,32
Желтая медь (вальцованная)	8,52—8,62
„ „ литая	8,4 —8,7
„ „ тянутая	8,43—8,73
Железо (химически чистое)	7,86
„ полосовое	7,6 —7,8
„ проволочное	7,60—7,75
„ расплавленное (1355°)	6,88
Железный купорос	1,8 —1,98
„ шпат	3,7 —3,9

Ванадий	5,50
Вольфрам	19,15
Воск	0,97
Бисмут самород.	9,78
„ литой	9,82
„ расплавленный, 1355° С	10,4
Галлий	5,89
„ расплавленный	6,08
Галмей	4,1 —4,5
Германий	5,47
Гипс обожженный	1,81
„ сухой	0,97
Глауберова соль	1,4 —1,5
Глина лежалая	1,8 —2,6
„ свежевырытая	1,67—1,85
„ сухая	1,52
Глинистый сланец	2,76—2,88
Гнейс	2,4 —2,7
Горная смола (асфальт)	1,1 —1,5
Горный хрусталь	2,6
Горькая соль	1,7 —1,8
Гравий	1,37—1,48
Гранат	3,4 —4,3
Гранит	2,51—3,5
Графит	1,9 —2,3
Гуммигут	1,20
Гутталерча	0,981
Дерево листв. сухое (в среднем)	0,66
Дерево листв., насыщенное водой	1,11
Дерево хвойное (в среднем)	0,45
Железняк красный	4,5 —4,9
Жерновой камень	2,2 —2,48
Жиры	0,92—0,94
Земля свежая, глинистая, плотно утрамбованная	2,06
Земля сухая	1,93
„ садовая свежая	2,05
„ „ сухая	1,63
„ „ тощая	1,34
„ чернозем	0,83– 0,86
Зола (плотная)	0,72
Золото самородное	18,6—19,3
„ литое	19,25
„ прокованное	19,30—19,35
Известковый раствор сухой	1,65
„ „ свежий	1,78
Известковый камень (известняк)	2,7
Известковый шпат	2,6—2,8
Известь негашеная (комовая)	0,95
Известь обожженная	2,3—3,2
„ пушонка	0,85
Изумруд	3,95
Индий	7,12
Иод	4,95
Иридий	22,4
Иттрий	3,8
Кадмий	8,56
„ расплавленный	7,99
Калий	0,875
„ едкий	2,1
Калиевая селитра	2,08
Калиевые квасцы	1,7

14. Объемные веса твердых тел в г/см³

Продолжение

(средние значения)

Кальций	1,85
Каменная соль	2,28—2,41
Каменный уголь (в кусках)	1,2 —1,5
Камфора	0,99
Каолин	2,2
Канифоль	1,07
Картофель	1,06—1,13
Каучук	0,93
Кварц	2,5 —2,8
Кварц плавленный, прозрачный	2,10—2,21
Квасцы	1,75
Киноварь чистая	8,124
Кирпич обыкновенный	1,4 —1,6
„ клинкер	1,53—2,00
Кладка бутовая свежая	2,46
„ „ сухая	2,40
„ гранитная	2,6
„ известковая	2,5
„ песчаная	2,2
„ кирпичная	1,55—1,7
„ „ пустотелая	0,95
Кобальт	8,8
„ порошкообразный	9,5
Кобальтовый блеск	6,0 —6,1
Кокс	1,4
Кожа бычья	1,66
Колокольный металл	8,81
Коралл	2,07
Корунд	3,9—4,0
Кость (быка)	1,655—2,00
„ слоновая	2,00
Крахмал	1,53
Кремень (аморфный)	2,00
Кремнекислота	2,2—2,6
Кровяная соль, желтая	1,83
Лава базальтовая	2,8—3,0
Лантан	6,15
Латунь прокатная	8,52—8,62
„ литая	8,4 —8,7
Лед	0,88—0,92
Лен	1,79
Линолеум	1,15—1,3
Литий	0,594
Магнезия	3,20
Магнитный железняк	4,9 —5,2
„ колчедан	4,54—4,64
Магний	1,74
„ расплавленный	1,572
Малахит	3,7—4,1
Манганин	8,42
Марганец	7,15—7,39
Марганцовая руда, красная	3,46
„ „ черная	3,9—4,1
Масло	0,95
Мед	1,45
Медный блеск	5,5—5,8
„ колчедан	4,1—4,3
„ купорос	2,2—2,3
Медь литая	8,6—8,9
Медь прокованная, или проволочная	8,8—9,0
Мел (белый)	1,8 —2,6
Мельничный камень (кварц)	1,25—1,6
Мергель (рухляк) землистый	2,3
„ „ твердый	2,5
Молибден	10,2
Морская пенка	0,988—1,279
„ соль	2,21
Мрамор обыкновенный	2,52—2,85
„ каррарский	2,72
Мука пшеничная	0,8
Мыло	0,98
Мышьяк	5,7 —5,8
Мышьяковая кислота или бел. мышьяк	3,69—3,72
Навоз	0,65
Наждак	4,0
Натрий	0,972
Натриевая селитра	2,26
Нафталин	1,15
Нашатырь	1,5—1,6
Неодим	6,956
Никель	8,9—9,25
„ литой	8,3
Ниобий	12,7
Нитроглицерин	1,6
Овес	0,4 —0,47
Олово	7,29—7,5
„ расплавленное	7,02
Оловянный камень	6,4—7,0
Опал	2,09
Осмий	22,48
Отруби	0,22
Охра	3,5
Палладий	12,16
Пемза	0,4
Песок мелкозернистый сухой	1,4—1,65
„ „ сырой	1,9—2,05
„ крупнозернистый сухой	1,4—1,5
Песчаник	1,9—2,7
Платина	21,5
Плавиковый шпат	3,1—3,2
Поваренная соль	2,1—2,2
Порфир	2,6—2,9
Поташ (углекислый калий)	2,264
Полевые камни	2,5
Полевой шпат	2,53—2,58
Презеодим	6,475
Пробка	0,24
Пушечный металл	8,44
Пшеница	0,78—0,84
Резина вулканизированная	1,00
„ арабская	1,45
Рис	0,45—0,6
Рожь (насыпная)	0,65—0,8
Ртуть твердая при —40° С	15,632
Рубин	4,28
Сало	0,9—0,7
Самарий	7,75
Сапфир	4,8
Сахар	1,61
Свинец	11,3—11,4

14. Объемные веса твердых тел в г/см³

(средние значения)

Продолжение

Свинец жидкий (535° С)	10,64
Свинцовые белила	6,7
Свинцовый глет (искусств.)	9,3 —9,4
„ „ (натур.)	7,83—7,98
Свинцовый сахар	2,4
Селен (серый металл)	4,8
„ (красный)	4,47
Селитра	2,26
Сено и солома	0,12
Сера самородная	2,03
„ аморфная	2,00
„ кристаллическая	1,9— 2,1
„ колчедан	4,9— 5,2
Серебро литое	10,4—10,75
„ прокованное	10,5—10,6
„ расплавленное	9,51
Сланец (шифер)	2,67
Слюда	2,8—3,2
Смарагд (зеленый)	2,677—2,725
Снег (в среднем)	0,125
Сода	1,4 —1,5
Смола	1,07—1,1
Сталь цементная	7,66—7,8
„ катаная	7,5 —7,86
Сталь литая	7,5 —7,92
Стекло бутылочное	2,6
„ зеркальное	2,4 —2,72
„ оконное	2,5 —2,7
„ флинтглас	3,2 —3,9
„ хрустальное	2,89—3,0
Строевой лес:	
Акация	0,676
Амер. черное дерево	1,11—1,33
Бакаут	1,15
Береза	0,4
Бук	0,72—0,85
Виноградная лоза	1,2 —1,33
Вишневое дерево	0,72
Вяз	0,7—0,8
Граб	0,76
Груша	0,66—0,74
Дуб	0,85—1,05
Ель	0,49—0,55
Железное дерево	1,18
Ива	0,4 —0,59
Каштан	0,68—0,72
Кедровое дерево	0,61—0,65
Клен	0,62—0,75
Коричное дерево	0,8
Красное дерево	0,56—1,06
Лавр	0,7
Липа	0,55—0,6
Лиственница	0,65
Оливковое дерево	0,92
Ольха	0,65—0,85
Орех	0,66—0,85
Пихта	0,35—0,6
Пробковое дерево	0,24
Рябина	0,91
Самшит	0,91—1,16
Слива	0,68—0,9
Сосна	0,68
Тик	0,62—0,88
Тис	0,78
Тополь	0,38—0,48
Чинара	0,72
Черешня	0,71
Яблоня	0,74
Ясень	0,75
Строительные камни (в среднем)	2,5
Стронций	2,54
Сурик	6,14
Сурьма	6,71
Сурьмяный блеск	4,6—4,7
Тальк	2,7
Тантал	16,6
Теллур	6,25
Титан	4,87
Топаз	3,514—3,567
Торий	12,16
Торф сухой	0,51
„ землистый	0,64
„ смоляной	0,84
Трава	0,16
Трепел	2,1
Турмалин	2,94—3,24
Туф	1,27—1,3
Тяжелый шпат	4,482
Уран	16,69
Фарфор китайский	2,4—2,5
Фенол (при 0° С)	1,08
Фосфор белый	1,84
„ красный	2,106
„ кристаллический	2,34
Хлопок	1,95
Хром	6,52—6,73
Цезий	1,87
Целлюлоид	1,4
Цемент	0,82—1,95
Церий	6,68
Цинк литой	6,8—7,05
„ прокованный	7,125
„ расплавленный (660°С)	6,81
Цинковая обманка	3,9—4,2
Цинковый купорос	2,036
„ шпат	4,4—4,5
Цинковые белила	5,6
Циркон	6,25
Чугун белый	7,0 —7,8
„ серый	6,7 —7,6
„ половинчатый	7,0 —7,1
Шамотовые камни	1,85—2,2
Шелк	1,56
Шерсть	1,61
Шлак доменный	2,5—3,0
Шрифт типографский	10,1
Эбонит	1,15
Эрбий	4,97
Янтарь	1,08
Ячмень	0,6—0,7

15. Плотность ртути

Температура °C	г/см³	Температура °C	г/см³	Температура °C	г/см³
—20	13,6450	40	13,4973	100	13,3518
—10	13,6201	50	13,4729	150	13,233
0	13,5955	60	13,4486	200	13,068
10	13,5708	70	13,4243	250	12,998
20	13,9462	80	13,4001	300	12,881
30	13,5217	90	13,3759		

16. Поправка отсчета барометра на капиллярность

Поправка дана в *мм*, ее всегда нужно прибавлять к отсчитанной высоте

Диаметр трубки в *мм*	Высота мениска в *мм*							
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,9
4	0,83	1,22	1,54	1,98	2,37	—	—	—
5	0,47	0,65	0,86	1,19	1,45	1,80	—	—
6	0,27	0,41	0,56	0,78	0,98	1,21	1,43	—
7	0,18	0,28	0,40	0,53	0,67	0,82	0,97	1,13
8	—	0,20	0,29	0,38	0,46	0,56	0,65	0,77
9	—	0,15	0,21	0,28	0,33	0,40	0,46	0,52
10	—	—	0,15	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37
11	—	—	0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27
12	—	—	0,07	0,10	0,13	0,15	0,18	0,19
13	—	—	0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14

17. Поправка отсчета барометра на температуру

Для приведения отсчитанной при температуре t высоты барометра H к 0° от отсчета нужно отнять величину $(0{,}000182-\beta)\,Ht$, где 0,000182 есть коэфициент расширения ртути, β — коэфициент расширения шкалы, H — высота барометра, t — температура. Таблица составлена для латунной шкалы: коэфициент расширения латуни принят равным 0,000019. Для стеклянной шкалы числа необходимо увеличить на $0{,}008\,t$ (см. последний столбец).

Температура	Отсчитанная высота барометра в *мм*							Для стеклянной шкалы $0{,}008\,t$
	720	730	740	750	760	770	780	
1°	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,01
2°	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,02
3°	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,02
4°	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,51	0,03
5°	0,59	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,04
6°	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,05
7°	0,82	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88	0,89	0,06
8°	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	1,00	1,02	0,06
9°	1,06	1,07	1,09	1,10	1,11	1,13	1,14	0,07
10°	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,27	0,08
11°	1,29	1,31	1,33	1,34	1,36	1,38	1,40	0,09
12°	1,41	1,43	1,45	1,47	1,49	1,51	1,53	0,10
13°	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,63	1,65	0,10
14°	1,64	1,67	1,69	1,71	1,73	1,76	1,78	0,11
15°	1,76	1,78	1,81	1,83	1,86	1,88	1,91	0,12
16°	1,88	1,90	1,93	1,96	1,98	2,01	2,03	0,13
17°	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,13	2,16	0,14
18°	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	0,14
19°	2,23	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,42	0,15
20°	2,35	2,38	2,41	2,45	2,48	2,51	2,54	0,16
21°	2,46	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,67	0,17
22°	2,58	2,62	2,65	2,69	2,73	2,76	2,80	0,18
23°	2,70	2,74	2,77	2,81	2,85	2,89	2,92	0,18
24°	2,82	2,86	2,89	2,93	2,97	3,01	3,05	0,19
25°	2,93	2,97	3,02	3,06	3,10	3,14	3,18	0,20
26°	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,31	0,21
27°	3,17	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	3,43	0,22
28°	3,29	3,33	3,38	3 42	3,47	3,51	3.56	0,22
29°	3,40	3,45	3,50	3,55	3,59	3,64	3,69	0,23
30°	3,52	3,57	3,62	3,67	3,72	3,77	3,81	0,24

18. Измерение высот с помощью барометра

Плотность атмосферного воздуха убывает по направлению вертикали вверх.

На законе этого убывания плотности основывается определение разности высот двух мест в атмосфере. Пусть B и b — высоты барометра в этих двух местах, T и t — температуры

в °C, тогда вертикальное расстояние h этих мест при малых высотах по Пуассону равно:

$$h = 18\,395 \left(1 + \frac{T+t}{500}\right) \lg \frac{B}{b} \qquad \text{(в метрах)},$$

а при совсем небольших высотах по Бабине:

$$h = 15\,976 \frac{B-b}{B+b} \left(1 + \frac{T+t}{500}\right) \qquad \text{(в метрах)}.$$

Показания барометра b и высота h над уровнем моря

h в *м*	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
b в *мм* ртутного столба	760	751	742	733	724	716	707	699	687	682	674

h в *м*	1200	1400	1600	1800	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
b в *мм* ртутного столба	655	639	623	608	593	557	524	493	463	435	409

h в *м*	6000	7000	8000	9000	10 000	12 000	14 000	16 000	18 000
b в *мм* ртутного столба	361	319	282	249	220	172	134	105	82

h в *м*	20 000	29 000	30 000	35 000	40 000	45 000	50 000
b в *мм* ртутного столба	64	34	19	1	0,6	0,3	0,2

Давление воздуха на уровне моря и при 15° C $P_0 = 10\,332$ *кг/м²*
Плотность воздуха γ_0 . . . . . $= 1{,}2249$ *кг/м³*

1 *мм* водяного столба $(+4°C) = \frac{1}{13{,}596} = 0{,}07355$ *мм* ртутного столба (0°C);

1 *мм* ртутного столба = 13,596 *мм* водяного столба = 0,0013596 *ат*.

19. Составные части воздуха

	По весу	По объему	Объемный состав выдыхаемого воздуха
Кислород	23,024	20,941	15,4
Азот	75,539	78,122	79,2
Аргон и прочие редкие газы [1])	1,337	0,937	
CO_2	0,040	. . .	4,33

20. Формулы для пересчета показаний различных термометров

Термометры	Замерзание воды	Кипение воды
Цельсия . . .	0°	100°
Реомюра . . .	0°	80°
Фаренгейта . .	32°	212°

Нуль термометра Фаренгейта соответствует 17°,78 Цельсия или 14°,22 Реомюра.

В пирометре Ветвуда нуль соответствует 580° Цельсия и каждый градус 72° Цельсия.

$$C = \frac{5}{4} R \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; C = \frac{5}{9} (F - 32)$$

$$R = \frac{4}{5} C \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; R = \frac{4}{9} (F - 32)$$

$$F = \frac{9}{5} C + 32 \; . \; . \; . \; . \; F = \frac{9}{4} R + 32$$

$$W = \frac{C - 580}{72} \; . \; . \; . \; . \; . \; C = 72W + 580.$$

[1]) Содержание в процентах по весу: криптон — 0,028, ксенон — 0,005, неон — 0.00038, гелий — 0,000056.

Сравнительная таблица термометров

°C	°R	°F	°C	°R	°F
— 100	— 80	— 148	110	88	230
— 75	— 60	— 103	120	96	248
— 70	— 56	— 94	130	104	266
— 60	— 48	— 76	140	112	284
— 50	— 40	— 58	150	120	302
— 40	— 32	— 40			
— 35	— 28	— 31			
— 30	— 24	— 22	175	140	347
— 25	— 20	— 13	200	160	392
— 20	— 16	— 4	225	180	437
— 17,8	— 14,2	0	250	200	482
— 15	— 12	+ 5	300	240	572
— 10	— 8	14			
— 5	— 4	23			
0	0	32	350	280	662
+ 5	+ 4	41	400	320	752
10	8	50	450	360	842
15	12	59	500	400	932
20	16	68			
25	20	77	600	480	1112
30	24	86	700	560	1292
35	28	95	800	640	1472
40	32	104	900	720	1652
45	36	113	1000	800	1832
50	40	122			
55	44	131	1100	880	2012
60	48	140	1200	960	2192
65	52	149	1300	1040	2372
70	56	158	1400	1120	2552
75	60	167	1500	1200	2732
80	64	176			
85	68	185	1600	1280	2912
90	72	194	1700	1360	3092
95	76	203	1800	1440	3272
100	80	212	1900	1520	3452
			2000	1600	3632

21. Показатели преломления и дисперсии оптических стекол

Показателем преломления называется отношение синуса угла падения к синусу угла преломления.

В таблице даны три показателя преломления n_D, n_C и n_F

для линий *D*, *C* и *F*, а также показатель дисперсии $\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ для различных сортов оптического стекла.

Тип стекла	Обозначение	n_D	n_C	n_F	ν
Боросиликатный крон	516/641	1,5163	1,51390	1,52196	64,06
Крон	518/589	1,5181	1,51550	1,52429	58,94
Легкий флинт	548/459	1,5480	1,54455	1,55650	45,86
Баритовый крон . . .	569/560	1,5688	1,56580	1,57595	56,04
„ „ . . .	572/576	1,5726	1,56967	1,57962	57,55
Легкий флинт	575/413	1,5749	1,57090	1,58482	41,30
Баритовый легк. флинт	579/539	1,5795	1,57635	1,58711	53,86
Тяжелый крон	589/612	1,5891	1,58624	1,59586	61,24
„ „	612/586	1,6126	1,60951	1,61997	58,57
Флинт	612/369	1,6129	1,60814	1,62474	36,92
„	617/365	1,6169	1,61205	1,62896	36,48
„	619/363	1,6199	1,61502	1,63208	36,34
„	624/359	1,6242	1,61924	1,63662	35,91
Тяжелый баритовый флинт	626/391	1,6259	1,62133	1,63794	39,09
Тяжелый флинт . . .	647/339	1,6475	1,64208	1,66120	33,87
„ „ . . .	672/322	1,6725	1,66660	1,68741	32,22
„ „ . . .	755/275	1,7550	1,74732	1,77475	27,52

22. Показатели преломления для линии D

Сурмяной блеск .	5,12	Флинт тяжелый .	1,75
Алмаз	2,419	Иодистый метил .	1,74
Фосфор белый . .	2,144	Монобромонафталин	1,66
„ в сероуглероде	1,97	Сероуглерод . . .	1,63
Флинт самый тяжелый	1,9	Исландский шпат обыкн. луч . . .	1,659
Бромистый мышьяк	1,78		

Исландский шпат необыкн. луч	1,486	Сильвин	1,49
Крон тяжелый	1,615	Скипидар	1,48
Флинт легкий	1,609	Льняное масло	1,476—1,482
Кассиево масло	1,605	Плавиковый шпат	1,434
Натровая селитра:		Этиловый спирт	1,363
обыкн. луч	1,5854	Вода	1,333
необыкн. луч	1,3369	Хлор	1,000773
Кварц:		Сернистый газ	1,00067
необыкн. луч	1,5533	Сероводород	1,00064
обыкн. луч	1,5442	Углекислый газ	1,000450
Кварц плавленый	1,4584	Аммиак	1,000379
Каменная соль	1,544	Азот	1,000298
Канадский бальзам	1,54	Воздух	1,000292
Крон легкий	1,51	Кислород	1,000271
Кедровое масло	1,51-1,52	Водород	1,000139
		Гелий	1,000034

23. Оптические приборы

Лупа дает увеличение

$$k = \frac{D}{F} + 1,$$

где D есть расстояние наилучшего зрения (для нормального глаза 25 *см*), F — фокусное расстояние лупы.

Микроскоп дает увеличение

$$k = \frac{DL}{FF_1},$$

где D есть расстояние наилучшего зрения, L — оптическая длина трубы, F и F_1 — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Разрешающая способность микроскопа определяется наименьшим размером предмета, видимого в микроскоп; в лучших микроскопах эта величина равна 0,2 микрона.

Телескоп дает увеличение

$$k = \frac{F}{F_1},$$

где F есть фокусное расстояние объектива, F_1 — фокусное расстояние окуляра.

Освещенность поверхности I определяется по формуле:

$$I = \frac{S}{r^2} \cos \varphi,$$

где S есть сила источника света, r — расстояние, φ — угол падения.

24. Единицы силы источника света и освещенности

1 международная свеча = 1,115 единицы Гефнера.
1 единица Гефнера = 0,885 международной свечи.
1 свеча испускает $4\pi = 12{,}57$ люмена.

1 люкс — освещенность, производимая точечным источником, равным одной свече на расстоянии 1 *м*, или освещаемость, получающаяся на площади 1 $м^2$ при падении на нее равномерно распределенного светового потока в 1 люмен.

1 фот = 1 люмен на 1 $см^2$ = 10 000 люксов (1 ламберт = 1 люмен, испускаемый 1 $см^2$ идеально рассеивающей поверхности).

1 стильб — яркость равномерно во всех точках светящейся поверхности, дающей по нормали силу света в 1 международную свечу с 1 $см^2$ площади.

1 ватт соответствует 620 люменам монохроматического потока лучистой энергии при длине волны 556 *мμ*.

25. Содержание красных, зеленых и синих лучей в различных источниках света

Род света	В процентах от общего светового потока		
	красных	зеленых	синих
Солнечный свет — ясное небо	27,0	34,0	39,0
„ „ — тонкие облака	37,5	32,5	30,0
Дневной свет — облачное небо	33,3	33,3	33,3
Свет Мура — углекислотное наполнение	29,0	34,0	37,0
Свет Мура — азотное наполнение	85,0	13,0	2,0
„ „ неоновое „	95,5	4,2	0,3
Лампа ртутная	6,5	70,5	23,0
„ кварцевая	13,5	66,5	20,0
Керосиновая лампа	74,5	18,5	7,0
Стеариновая свеча	77,5	17,0	5,5
Электрическая лампа накаливания — с угольной нитью	69,5	21,0	9,5
Электрическая лампа накаливания — с металлической нитью	62,5	24,5	13,0
Газокалильная лампа высок. давления	57,5	28,0	14,5
Газокалильная лампа низк. давления	56,0	29,5	14,5
Нитро-лампа — 0,65 W/Hkh	55,5	27,5	17,0
Дуговой фонарь с чистыми углями	48,5	30,0	21,5
Дуг. ф. пламенный с белым светом	43,5	34,5	22,0
Дуг. ф. пламенный с желтым светом	43,3	43,7	13,0
Дуг ф. пламенный с красным светом	77,5	13,0	9,5

26. *Капиллярная постоянная*

Капиллярной постоянной называется сила напряжения поверхностной пленки жидкости, рассчитанная на единицу длины:

$$\alpha = \frac{f}{e}.$$

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке для вполне смачивающих жидкостей определяется по формуле Жюрена:

$$h = \frac{2\alpha}{r\gamma},$$

где r есть радиус трубки, γ — удельный вес жидкости.

Капиллярная постоянная некоторых веществ в динах на сантиметр

Вещество	t	α
Вода	15	73
Олово	240	352
Ртуть	18	491
Свинец	335	473
Платина	2000	1819
Бензол	15	29
Хлороформ	20	28,3
Серный эфир	20	16,8
Глицерин	17	65
Мыльная вода	—	30
Керосин	18	30

27. *Капиллярные постоянные для расплавленных металлов (по Д. Лидделю)*

Эти постоянные являются произведением подъема (или депрессии) металла на радиус трубки или подъемом (депрессией) в трубке радиусом в 1 *мм*.

Ландольт (Landolt) выражает это соотношение следующей формулой: $rh = \alpha^2$ (*мм*), где α^2 — постоянная.

Металлы	С. В. Смит (S. W. Smitt)	Кунке (Quincke)	Зидентопф (Siedentopf)	Грунмах (Grunmach)	
Селен	—	4,41	—	—	
Сурьма	8,65	9,90	—	—	
Висмут	6,91 7,53	9,76	8,755	—	
Свинец	8,16 8,12	9,98	9,778	9,060	
Ртуть	6,72 6,73	8,234	—	7,39 6,09	Стокл (Stockl) 6,946
Олово	14,57 14,55 14,97	19,43	17,87	10,27	
Кадмий	—	19,8	21,25	—	
Алюминий	45,09	—	—	—	
Цинк	25,05 24,54	28,6 30,6	—	—	
Серебро	18,57 18,47	15,94	—	—	
Медь	28,25 29,47	14,44	—	—	Граденвиц (Gradenwitz) 14,5
Золото	11,29	—	—	—	Хейденвейлер (Heidenweller) 6,90
Железо	—	25,61 27,14	—	—	

28. *Внутреннее трение в жидкостях и газах.*

Внутреннее трение в жидкостях и газах определяется равенством:

$$F = \eta \frac{dv}{dx} S,$$

где F — сила трения между двумя соседними слоями, $\frac{dv}{dx}$ — градиент скорости между слоями, S — площадь соприкосновения. Коэфициент пропорциональности η называется коэфициентом трения.

В газах η определяется из уравнения Больцмана:

$$\eta = 0{,}3502\ \rho \Omega L,$$

где Ω есть средняя скорость частиц $= 1{,}4551 \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, ρ — плотность газа, L — длина свободного пути, T — температура, μ — молекулярный вес.

29. Коэфициенты внутреннего трения и средняя длина свободного пути при нормальном давлении (10^6 *бар*).

Газ	$\eta \cdot 10^7$	C	$\eta_{20} \cdot 10^7$	$\rho_0 \cdot 10^6$	$L \cdot 10^6$ (20° C)	$L \cdot 10^6$ (0° C)	$\frac{\Omega \cdot 10^{-6}}{L}$ (20 °C)
Воздух	1 711 (*a*)*)	—	1 809	1 277	8,560	9,376	4 940
H_2	843 (*b*)	76,5 (*c*)	886	88,72	16,00	17,44	10 060
He	1 870 (*d*)	75,3 (*e*)	1 964	175,7	25,25	27,45	4 545
NH_3	919 (*f*)	352 (*g*)	999	760,8	5,916	6,600	9 152
H_2O	904 (*h*)	548 (*k*)	1 320*)	(606,0)*)	—	(9,40)*)	—
CO	1 660 (*n*)	102 (*p*)	1 752	1 284	8,459	9,232	5 101
N_2	1 670 (*q*)	111 (*r*)	1 764	1 234	8,500	9,287	5 072
O_2	1 905 (*s*)	130 (*t*)	2 018	1 414	9,046	9,931	4 432
A	2 107 (*u*)	162 (*v*)	2 239	1 758	8,982	9,879	3 998
CO_2	1 375 (*w*)	249 (*x*)	1 472	1 951	5,560	6,148	6 115
Hg	1 620 (*y*)	—	5 320*)	(4 200)*)	—	(14,67)*)	—

30. Расширение газов

Закон Гей-Люссака: при $v = \text{const}$:

$$p = p_0 (1 + \alpha t)$$

при $p = \text{const}$:

$$v = v_0 (1 + \alpha t).$$

Значение двучлена расширения $1 + \alpha t$ для различных t ($\alpha = 0{,}003670$)

t	$1 + \alpha t$	t	$1 + \alpha t$	t	$1 + \alpha t$	t	$1 + \alpha t$	Пропорц. части	
1°	1,00367	11°	1,04037	21°	1,07707	31°	1,11377	0,1°	36,7
2°	1,00734	12°	1,04404	22°	1,08074	32°	1,11744	0,2°	73,4
3°	1,01101	13°	1,04771	23°	1,08441	33°	1,12111	0,3°	110,1
4°	1,01468	14°	1,05138	24°	1,08808	34°	1,12478	0,4°	146,8
5°	1,01835	15°	1,05505	25°	1,09175	35°	1,12845	0,5°	183,5
6°	1,02202	16°	1,05872	26°	1,09542	36°	1,13212	0,6°	220,2
7°	1,02569	17°	1,06239	27°	1,09909	37°	1,13579	0,7°	256,9
8°	1,02936	18°	1,06606	28°	1,10276	38°	1,13946	0,8°	293,6
9°	1,03303	19°	1,06973	29°	1,10643	39°	1,14313	0,9°	330,3
10°	1,03670	20°	1,07340	30°	1,11010	40°	1,14680		

*) Средняя длина пути L' по Мейеру отличается от среднего пути по Больцману.

$$L_t = \frac{\eta}{0{,}3502\, \rho_t\, \Omega_t} \text{ по Больцману; } L' = 1{,}31\, L \text{ по Мейеру.}$$

31. Уравнение состояния газа

$$pV = GRT \text{ или } pV = mRT,$$

где p есть давление, V — объем, G — вес, m — масса газа, R — удельная газовая постоянная, T — абсолютная температура.

$$R = \frac{\overline{R}}{\mu},$$

где $\overline{R}$ — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярный вес газа.

Уравнение Клапейрона:

$$pV = \frac{G}{\mu}\overline{R}T \quad \text{или} \quad pV = \frac{m}{\mu}\overline{R}T.$$

32. Удельная газовая постоянная

Газы и газовые смеси	Химический знак	Число атомов в молекуле	Молекулярный вес: точный	Молекулярный вес: приближенный	Газовая постоянная $\overline{R}$	Удельный вес γ_0 при 0° C и 760 *мм*
Водород	H_2	2	2,016	2	420,9	0,090
Кислород	O_2	2	32,0	32	26,50	1,429
Азот	N_2	2	28,016	28	30,6	1,254
Окись углерода	CO	2	28,0	28	30,30	1,251
Воздух	—	—	28,95	29	29,27	1,293
Водяной пар (перегретый) . . .	H_2O	3	18,016	18	47,10	0,806
Углекислота . .	CO_2	3	44,0	44	19,8	1,965
Метан	CH_4	5	16,032	16	52,81	0,716
Аммиак	NH_3	4	17,032	17	49,78	0,760
Сернистый ангидрид	SO_2	3	64,07	64	13,24	2,926

33. Универсальная газовая постоянная

$$\overline{R} = 8\,313 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{град} \cdot \text{моль}}; \quad 848 \frac{\text{кгм}}{\text{град} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}};$$

$$0{,}08204 \frac{\text{литр} \cdot \text{атм}}{\text{град} \cdot \text{моль}}; \quad 1{,}9858 \frac{\text{кал}}{\text{град} \cdot \text{моль}}.$$

34. Уравнение ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT,$$

где a и b — постоянные коэфициенты.

35. *Постоянные уравнения ван-дер-Ваальса*

Газ	$a \cdot 10^5$	$b \cdot 10^6$	Газ	$a \cdot 10^5$	$b \cdot 10^6$
Воздух . . .	257	1 560	Метан . . .	357	1 625
Водород . .	42	880	Аргон . . .	259	1 348
Гелий . . .	5	700	Неон	—	—
Азот	259	1 650	Окись азота	257	1 160
Кислород . .	273	1 420	Бром	1 434	2 020
Хлор	1 157	2 259	Сернистый газ	1 316	2 486
Углекислый газ	717	1 908	Сероводород	888	1 926
Аммиак . . .	798	1 606			

36. *Упругость пара ртути, насыщающего пространство*

t — температура по Цельсию, p — упругость пара в *мм* ртутного столба.

t	p	t	p	t	p	t	p	t	p в атмосферах
0	0,0002	100	0,2793	200	17,22	300	245,85	450	4,25
10	0,0005	110	0,4655	210	23,63	310	304,69	500	7,00
20	0,0013	120	0,7557	220	32,01	320	374,82	600	22,0
30	0,0030	130	1,197	230	42,83	330	457,85	700	46,0
40	0,0065	140	1,854	240	56,64	340	555,54	800	86,0
50	0,0134	150	2,811	250	74,10	350	669,77	900	145,0
60	0,0265	160	4,179	260	95,94	360	802,62	1000	260,0
70	0,0503	170	6,102	270	123,02	370	956,23		
80	0,0920	180	8,758	280	156,29	380	1113,0		
90	0,1628	190	12,37	290	196,81	390	1335,4		
						400	1566,1		

37. *Коэфициент линейного расширения*

Под коэфициентом линейного расширения $\alpha = \frac{1}{l}\frac{dl}{dt}$ твердого тела понимают увеличение единицы длины тела при повышении его температуры на 1°.

Под коэфициентом объемного расширения $\beta = \frac{1}{v}\frac{dv}{dt}$ твердого, жидкого или газообразного тела понимают увеличение единицы объема тела при повышении его температуры на 1°. Для однородных твердых тел $\beta = 3\alpha$. Коэфициент расширения площади равен 2α.

Линейное расширение твердых тел в пределах от 0° до t° в *мм*, отнесенное к 1 *м* длины при 0°

Наименование тела	От 0 до 100°	От 0 до 200°	От 0 до 300°	От 0 до 400°	От 0 до 500°	От 0 до 600°	От 0 до 700°	От 0 до 800°	От 0 до 900°	От 0 до 1000°	От 0 до 1200°	От 0 до 1500°
Алюминий	2,38	4,94	7,68	10,60	13,70	16,67	—	—	—	—	—	—
Бронза	1,75	3,58	5,50	7,51	9,61	—	—	—	—	—	—	—
Железо сварочное . . .	1,22	2,53	3,93	5,43	7,02	8,71	10,49	—	—	—	—	—
Чугунное литье	1,20	2,51	3,92	5,44	7,06	8,79	10,63	—	—	—	—	—
„ „ машин.	1,04	2,19	3,45	4,82	6,31	7,91	—	—	—	—	—	—
„ „ высш. кач. . .	1,04	2,21	3,49	4,90	6,44	8,09	9,87	—	—	—	—	—
Золото	1,42	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Константан	1,52	3,12	4,81	6,57	8,41	—	—	—	—	—	—	—
Магний	2,59	5,39	8,36	11,53	14,88	—	—	—	—	—	—	—
Медь	1,65	3,38	5,18	7,07	9,04	11,09	—	—	—	—	—	—
„ желтая	1,84	3,85	6,03	8,39	—	—	—	—	—	—	—	—
Никель	—	—	4,34	5,91	7,56	9,27	11,05	12,89	14,80	16,78	—	—
Олово	2,67	2,42	3,70	5,02	6,38	7,79	9,24	10,74	12,27	13,86	—	—
Палладий	1,19	1,83	2,78	3,76	4,77	5,80	6,86	7,94	9,05	10,19	11,88	15,49
Платина	0,90	1,70	2,59	3,51	4,45	5,43	6,43	7,47	8,53	9,62	—	—
Платина-иридий 80 : 20 .	0,83	2,92	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Свинец	2,92	—	6,08	8,23	10,43	12,69	15,14	—	—	—	—	—
Серебро	1,97	4,00	6,08	5,31	6,91	8,60	10,40	—	—	—	—	—
Сталь литая	1,17	2,45	3,83	3,59	4,63	—	—	—	—	—	—	—
Стекло иенское 16 III . .	0,81	1,67	2,60	2,47	3,12	—	—	—	—	—	—	—
Стекло иенское 59 III . .	0,59	1,20	1,83	1,56	2,02	—	—	—	—	—	—	—
Стекло иенское 1565 III	0,345	0,72	1,12	0,25	0,31	0,36	0,40	0,45	0,50	0,54	—	—
Стекло кварцевое . . .	0,05	0,12	0,19	0,41	1,82	2,24	2,63	3,10	3,69	4,31	—	—
Фарфор берлинский . .	0,30	0,66	1,03	1,41	—	—	—	—	—	—	—	—
Цинк	1,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

38. Плотность металлов при высоких температурах

Температура °С	Олово	Магний	Алюминий	Медь	Бронза оловянистая		
					92—8	82—18	71—29
20	—	1,739	—	8,93	8,83	8,89	8,92
600	—	1,650	—	—	8,55	8,55	—
700	6,68	1,544	2,38	—	8,47	8,49	8,49
800	6,61	—	2,35	8,64	8,41	—	8,14
900	6,57	—	2,32	8,46	—	—	—
1000	—	—	—	8,31	—	7,95	7,90
1100	—	—	—	7,98	7,90	7,83	7,70
1200	—	—	—	7,83	7,79	7,71	7,68

39. Объемное расширение 1000 α при комнатной температуре

Эфир	1,60	Ртуть	0,181
Алкоголь	1,10	Репное масло	0,90
Бензол	1,25	Серная кислота	0,55
Глицерин	0,50	Терпентинное масло	1,00
Оливковое масло	0,72	Вода	0,18
Керосин от 1,00 до	0,92		

40. Линейная усадка некоторых металлов

Свинец	1 : 92	Желтая медь	1 : 65
Бронза	1 : 63	Пудлинговая сталь	1 : 72
Мелкозернистое железо	1 : 72	Полосовое железо, прокатное	1 : 55
Колокольный металл	1 : 65	Литая сталь	1 : 64
Чугун	1 : 96	Стальные отливки	1 : 50
Пушечный металл	1 : 134		

Висмут	1 : 265
Цинк литой	1 : 62
Олово	1 : 128
100 вес. ч. кр. меди 12,5 вес. ч. олова	1 : 134

41. Температура, плотность и объем воды

Температура	Плотность	Объем	Температура	Плотность	Объем
0°	0,99987	1,00013	60°	0,9832	1,0171
2°	0,99997	1,00003	65°	0,9806	1,0198
4°	1,00000	1,00000	70°	0,9778	1,0227
6°	0,99997	1,00003	75°	0,9749	1,0258
8°	0,99988	1,00012	80°	0,9718	1,0290
10°	0,99973	1,00027	85°	0,9687	1,0324
12°	0,99953	1,00048	90°	0,9653	1,0359
14°	0,99927	1,00073	95°	0,9619	1,0396
16°	0,99897	1,00103	100°	0,9584	1,0434
18°	0,99862	1,00138	110°	0,9510	1,0515
20°	0,99823	1,00177	120°	0,9435	1,0600
22°	0,99780	1,00221	130°	0,9351	1,0694
24°	0,99732	1,00268	140°	0,9263	1,0795
26°	0,99681	1,00320	150°	0,9172	1,0903
28°	0,99626	1,00375	160°	0,9076	1,1018
30°	0,99567	1,00435	180°	0,8866	1,1279
32°	0,99505	1,00497	200°	0,8628	1,1590
34°	0,99440	1,00563	220°	0,837	1,195
36°	0,99372	1,00632	240°	0,809	1,236
38°	0,99299	1,00706	260°	0,779	1,283
40°	0,9922	1,0078	280°	0,75	1,34
45°	0,9903	1,0099	300°	0,70	1,42
50°	0,9881	1,0121	320°	0,66	1,51
55°	0,9857	1,0145	—	—	—

Вода, отвердевая, расширяется на 0,0908.

42. Расширение газообразных тел

При расширении при постоянном давлении все газы имеют один и тот же коэфициент расширения $\alpha = \frac{1}{273}$, отнесенный к объему его при 0°, следовательно:

$$V_2 - V_1 = V_2 \frac{t_2 - t_1}{273} = V_1 \frac{t_2 - t_1}{273 + t_1}; \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1}.$$

43. Превращение газов в жидкое состояние

Газы могут быть превращены в жидкое состояние сжатием при температурах T_k ниже критической. Давление P_k, необходимое для газа при критической температуре, называется к р и т и ч е с к и м д а в л е н и е м. При температуре ниже критической T_k сжижение достигается давлением, меньшим, чем P_k, и чем ниже температура, тем меньше давление, при котором газ переходит в жидкое состояние.

44. *Критические величины и некоторые другие константы*

(по International Critical Tables)

Вещество	Точка плавления в °K	Теплота плавления в *кал* на моль	Точка кипения в °K	Теплота испарения в *кал* на моль	Критическая температура в °K	Критическое давление в *atm*	Критическая плотность в *г/см³*	Плотность *кг/л*	Удельный объем *л/кг*
Гелий He	—	—	4,3	23,89	5,3	2,26	0,0693	0,1222	8,18
Водород H_2	14,1	28,20	20,5	215	33,3	12,8	0,0310	0,0700	14,30
Неон Ne	24,53	47,80	27,3	406	44,5	25,9	0,484	—	—
Азот N_2	63,4	167,2	77,4	1 337	126,1	33,5	0,3110	0,804	1,244
Окись углерода CO	66,2	22,45	81,2	1 412	134,2	35	0,311	0,793	1,260
Аргон Ar	84,0	267,6	87,5	1 505	151,2	48	0,531	0,713	1,402
Кислород O_2	54,8	105,1	90,2	1 629	154,4	49,7	0,430	1,143	0,875
Окись азота NO	112,2	554,0	122,1	—	179,2	65	0,52	—	—
Метан CH_4	87,2	232,5	111,8	2 215	190,7	45,8	0,162	—	—
Углекислота CO_2	216,7	1995,0	194,7	6 063	304,3	73,0	0,460	—	—
Хлоро-водородная кисл. HCl	162,2	504,0	188,9	3 595	324,6	81,6	0,42	—	—
Бромо-водородная кисл. HB_r	187,2	621,2	203,3	3 938	363,2	84	—	—	—
Иодо-водородная кислота HJ	222,4	721,5	236,0	4 340	424,2	82	—	—	—
Аммиак NH_3	195,5	1839,0	239,8	5 565	405,6	111,5	0,235	—	—
Хлор Cl_2	171,6	1624,0	238,6	4 778	417,2	76,1	0,573	—	—
Сернистый газ SO_2	200,5	—	236,12	6 080	430,4	77,7	0,52	1,46	0,685
Вода H_2O	273,2	1435,0	373,2	9 720	647,2	217,7	0,4	—	—
Ртуть Hg	234,3	553,3	630,1	14 100	1823,2	200	4—5	—	—
Хлор Cl	240,2	—	306,8	—	417,2	76,1	0,573	1,560	0,641
Хлористый метил CH_3Cl	249,2	—	—	—	—	—	—	0,99	1,01
Хлористый этил C_2H_5Cl	286,2	—	—	—	—	—	—	0,921	1,085

45. *Критические температуры и давления*

(по ежегоднику „Bureau des Longitudes“ на 1914 г.)

Вещество	Критическая температура °C	Критическое давление в *atm*	Критическая плотность (высчитано) *кг/см²*
Азот	— 147,1	33,5	0,3110
Аргон	— 122	48	0,531
Бром	302	—	—
Водород	— 239,9	12,8	0,0310
Воздух	— 140,7	37,2	0,35
Гелий	— 267,9	2,26	0,0693
Иод	553	—	—
Кислород	— 118,8	49,7	0,430
Криптон	— 63	54	0,78
Ксенон	16,6	58,2	0,155
Неон	— 228,7	25,9	0,484
Ртуть	> 1550,0	> 200,00	4—5
Сера	1040	—	—
Хлор	144	76,1	0,573
Аммиак	132,4	111,5	0,235
Вода	374,0	217,7	0,4
Закись азота N_2O	36,5	71,7	0,45
Окись „ N_2O_3	— 94	65	0,52
Перекись азота N_2O_4	158	99	—
Сернистый водород	100,4	88,9	—
Сернистый газ SO_2	157	78	—
Фосфористый водород PH_3	51	64	0,30
Фтористый кремний SiF_4	— 1,5	50	—
Хлористоводородная кислота HCl	51,4	81,6	0,42
Хлористый германий	277	38	—
Хлористый нитрозил NOCl	167	—	—
Хлористый фосфор PCl_3	285,5	—	—
Четыреххлористое олово $SnCl_4$	318,7	37	0,742
Четыреххлористый кремний $SiCl_4$	221	—	—
Ацетилен C_2H_2	36	62	0,231
Ацетон C_3H_6O	235,0	47	0,268
Бензин C_6H_6	288,5	47,7	0,304
Бутан C_4H_{10}	153	36	—
Карбонилсульфид COS	105	61	—
Метан CH_4	— 82,5	45,8	0,162
Нафталин $C_{10}H_8$	468,2	39,2	—
Окись углерода CO	—139	35	0,311

Продолжение

Вещество		Критическая температура °C	Критическое давление в *атм*	Критическая плотность (высчитано) *кг/см²*
Пентан	C_5H_{12}	197,2	33,0	0,296
Пропан	C_3H_8	95,6	43	—
Пропилен	C_3H_6	92,3	45,0	—
Сероуглерод	CS_2	273	76	—
Синильная кислота	HCN	183,5	50	0,20
Толуол	C_7H_8	320,6	41,6	0,292
Углекислота	CO_2	31,1	73,0	0,460
Фенол	C_6H_5OH	419	60,5	—
Фосген	CCl_2O	182	56	0,52
Хлористый метил	CH_3Cl	143,1	65,8	0,37
Циан	C_2N_2	128	59	—
Четыреххлористый углерод	CCl_4	283,1	45,0	0,558
Этан	C_2H_6	32,1	48,8	0,21
Этилен	C_2H_4	9,7	50,9	0,22
Этиловый спирт	C_2HO_5H	243,1	63,1	0,275

46. Тепловые свойства пара при высоких давлениях и температурах (по Г. А. Гуднефу)

Температура °C	Давление *кг/см²*	Объем 1 *кг* в *м³*	Вес 1 *м³* в *кг*	Содержание тепла в калориях: жидкости	Содержание тепла в калориях: пара	Скрытая теплота
315,5	108,26	0,01700	58,88	152,3	293,3	141,0
326,6	114,61	0,01506	66,40	159,5	290,0	130,5
337,7	144,58	0,01169	85,60	167,1	286,3	121,2
348,8	165,96	0,00944	106,08	176,4	280,2	103,8
360,0	189,75	0,00737	157,76	187,7	272,2	84,5
371,1	216,14	0,00500	199,36	207,5	256,0	48,5
374,6	224,96	0,00300	334,72	232,1	232,1	0

47. Упругость (давление) паров металлов (по Д. Лидделю)

Металл	*мм* ртутного столба: 10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	50	100	760
	Температура °C							
Алюминий	730	830	950	1090	1280	1440	1520	1800
Висмут	540	620	720	840	990	1130	1200	1440
Железо	1130	1250	1400	1590	1820	2010	2110	2450
Кадмий	220	270	330	410	500	590	630	780
Магний	380	440	520	620	750	860	920	1120
Марганец	790	890	1020	1170	1360	1530	1610	1900
Медь	1080	1200	1340	1520	1740	1930	2030	2350
Мышьяк	220	260	310	360	430	490	510	610
Никель	1100	1220	1370	1550	1780	1970	2070	2400
Олово	1010	1130	1270	1440	1660	1850	1940	2260
Платина	1730	—	—	—	1755	—	—	—
Свинец	620	710	820	960	1130	1290	1360	1640
Серебро	920	1030	1160	1320	1520	1700	1780	2090
Сурьма	540	620	720	840	990	1130	1200	1440
Таллий	500	570	660	770	910	1030	1090	1300
Хром	980	1090	1230	1400	1610	1800	1890	2200
Цинк	290	350	420	500	610	700	750	920

48. Удельная теплота

Единицы теплоты. Большая калория = количеству тепла, необходимого для поднятия температуры 1 *кг* воды от 19,5° C до 20,5° C при нормальном атмосферном давлении.

Малая калория = 0,001 большой калории.

1 кило-калория на *м³* = числу килограммов (литров) воды, которые могут быть нагреты на 1° C, при полном сгорании 1 *м³* газа, приведенного к нормальным условиям температуры и давления.

B. T. U. (British Thermal Unit или британская единица тепла) = количеству тепла, необходимого для поднятия температуры 1 англ. фунта воды на 1° F.

1 B. T. U. = 0,252 калории.

B. T. U. на 1 куб. фут. = числу англ. фунтов воды, которые могут быть нагреты на 1° F, при полном сгорании 1 куб. фута газа, приведенного к нормальным условиям температуры и давления.

1 B. T. U. на 1 куб. фут = 8,9 калории на 1 *м³*.

Измерение количества тепла. $W = Gc(t_2 - t_1)$ или $W = Vc'(t_2 - t_1)$, где W — количество тепла в *кал*, G — вес нагретого тела, c — удельная теплота единицы веса; V — объем (в $м^3$), нагреваемый в час, c' — удельная теплота единицы объема; $(t_2 - t_1)$ — увеличение или уменьшение температуры. Для газовых смесей (дымовые газы) расчет по объему удобнее, ибо удельная теплота всех двухатомных газов приблизительно одинакова.

Удельная теплота воды по Барнесу

t	c	t	c	t	c
0	1,0091	35	0,9971	70	1,0001
5	1,0050	40	0,9971	75	1,0007
10	1,0020	45	0,9973	80	1,0014
15	1,0000	50	0,9977	85	1,0021
20	0,9987	55	0,9982	90	1,0028
25	0,9978	60	0,9988	95	1,0034
30	0,9973	65	0,9994	100	1,0043

Средняя удельная теплота воды c_m между 0° и t° по Дидерици

t	c_m	t	c_m	t	c_m
20	1,0010	120	1,0020	220	1,0203
40	0,9973	140	1,0046	240	1,0256
60	0,9976	160	1,0077	260	1,0315
80	0,9985	180	1,0113	280	1,0380
100	1,0000	200	1,0155	300	1,0449

$$c_m = 0{,}9983 - 0{,}005184\,\frac{t}{100} + 0{,}006912\left(\frac{t}{100}\right)^2.$$

Удельною теплотою c или теплоемкостью тела называется то количество (единиц) теплоты, которое необходимо для того, чтобы нагреть 1 *кг* этого тела на 1°. Удельная теплота c вообще зависит от температуры тела.

G *кг* тела удельной теплотой c требуют для повышения температуры от t_1 до t_2 количества теплоты: $Q = Gc(t_2 - t_1)$ *кал* при c постоянном.

Средняя удельная теплота для твердых и жидких тел между 0° и 100°

Тело	Удельная теплота	Тело	Удельная теплота
Алкоголь (абс.)	0,58	Красная медь	0,094
Алюминий	0,21	Лед (от —20° до 0°)	0,50
Гипс	0,20	Магний	0,25
Глицерин	0,58	Масло оливковое	0,40
Гранит	0,20	Мрамор	0,21
Графит	0,20	Никель	0,11
Древесный уголь	0,20	Окись свинца	0,05
„ спирт	0,57	Олово	0,056
Дуб	0,57	Песчаник	0,22
Ель	0,65	Платина	0,032
Желтая медь	0,092	Ртуть	0,033
Железо и сталь	0,115	Свинец	0,031
Зола	0,20	Серебро	0,056
Золото	0,031	Скипидар	0,50
Кадмий	0,056	Сосна	0,65
Кальций	0,18	Стекло	0,20
Каменная соль	0,22	Сурьма	0,05
Каменный уголь	0,31	Сера	0,18
Кварц	0,19	Серная кислота	0,33
Керосин	0,50	Цинк	0,094
Кирпич	0,22	Шлаки	0,18
Кокс	0,20	Эфир	0,54

49. *Число калорий, необходимых для плавления, испарения и ожижения*

Число калорий, необходимых для плавления 1 *кг*:

Серебра	21	Свинца	5,4
Цинка	28	Ртути	2,8
Олова	14,3	Льда	79,25

Для превращения 1 *кг* льда в жидкое состояние (воду) необходимо 79,25 калории. Смешивая 1 *кг* льда с 1 *кг* воды при 79,25°, получаем 2 *кг* воды в 0°.

Смешение воды различной температуры

Если смешать G *кг* воды при температуре $t°$ с G_1 *кг* воды при температуре $t_1°$, то температура смеси $T°$ будет:

$$T° = \frac{Gt° + G_1t_1°}{G + G_1};$$

отсюда определится и G_1 — количество *кг* воды температуры $t_1°$, которую надо примешать к G *кг* воды температуры $t°$, чтобы получить смесь с температурой $T°$;

$$G_1 = \frac{T° - t°}{t_1°} G.$$

Число калорий, необходимое для превращения воды в пар

Для превращения 1 *кг* воды при 100° в пар при 100° требуется 536,50 калории. Эти калории, поглощенные водой при превращении ее в пар, снова отдаются паром при конденсации. Чтобы повысить температуру t воды весом P до температуры T, необходим пар температурой 100° в количестве p, определяемом формулой:

$$p = 0{,}0019P\ (T° - t°).$$

Количество калорий выделяющихся при осаждении пара в воду

1 *кг* водяного пара при 0°, переходя в жидкое состояние, выделяет 606,5 калории. Число калорий K, содержащихся в 1 *кг* насыщенных водяных паров при температуре t (по Regnault), определяется формулой

$$K = 606{,}5 + 0{,}305t°.$$

Выражение $0{,}305t°$ представляет число калорий, необходимых для повышения температуры 1 *кг* пара от 0 до $t°$. Если нужно G *кг* пара температуры $t°$ сгустить в воду температуры $t°$, то по Regnault, для этого нужно

$$G_1 = \frac{(606{,}5 + 0{,}305t_1°)}{t_1° - t_2°} G\,кг$$

воды, температура которой $t_2°$, отсюда получим:

$$t_1° = \frac{(606{,}5 + 0{,}305t°)\ G + G_1t_2°}{G + G_1},$$

т. е. температуру воды, полученной от сгущения пара.

50. Температура смесей

Правило Рихмана. Смесь в $G + G_1$ *кг*, составленная из G *кг* тела температурой $t°$ и удельной теплотой c и G_1 *кг* тела температурой $t_1°$ и удельной теплотой c_1, имеет температуру:

$$t_m = \frac{cGt + c_1G_1t_1}{cG + c_1G_1},$$

и вообще

$$t_m = \frac{\sum (cGt)}{\sum (cG)}.$$

Для того чтобы поднять температуру t тела весом G и удельной теплотой c до температуры $t_m°$, необходимо:

$$G' = \frac{c}{c'}\ G\ \frac{t_m - t}{t_1 - t_m}\ кг$$

тела удельной теплотой c' и температурой $t_1°$.

51. Охладительные смеси

Наинизшая температура, которая может быть достигнута данной охладительной смесью, соответствует температуре замерзания этой смеси, см. нижеследующую таблицу:

Смеси	Весовые части	Термометр падает	
		с	до
Фосфорнокислый натр	9	12,5°	— 6°
Нашатырь	6		
Раствор азотной кислоты	4		
Сернокислый натрий	6	10°	—25°
Азотнокислый аммоний	5		
Раствор азотной кислоты	4		
Нашатырь	5	10°	—12°
Селитра	5		
Вода	16		
Углекислый натр	1	10°	—14°
Азотнокислый аммоний	1		
Вода	1		
Сернокислый натрий	3	10°	—19°
Раствор азотной кислоты	2		
Сернокислый натрий	8	10°	—15°
Селитра	5		
Нашатырь	5		
Вода	16		

Продолжение

Смеси	Весовые части	Термометр падает с	Термометр падает до
Сернокислый натрий Соляная кислота	8 5	10°	—18°
Раствор азотной кислоты Снег	1 1	—5°	—41°
Хлористый кальций Снег	3 2	0°	—33°
Сернокислый натрий Раствор серной кислоты	5 4	10°	—16°
Поваренная соль Снег	1 1	0°	—18°
Азотнокислый аммоний Вода	1 1	10°	—16°
Фосфорнокислый натрий Раствор азотной кислоты	9 4	15°	— 9°
Сернокислый натрий Нашатырь Селитра Раствор азотной кислоты	6 4 2 4	10°	—23°
Поваренная соль Снег	1 3	0°	—17,7°
Селитра Нашатырь Вода	1 1 1	8°	—24°
Раствор азотной кислоты Снег	1 1	—14°	—35°
Кали (гидрат) Снег	4 3	0°	—37°
Раствор серной кислоты Раствор азотной кислоты Снег	1 1 2	—19°	—40°
Хлористый кальций Снег	2 1	0°	—42°

52. *Температура плавления или затвердевания различных тел под давлением 760 мм ртутного столба*

Тело	Градусы	Тело	Градусы
Вольфрам	3000	Каучук	125
Тантал	2900	Сера	115
Осмий	2500	Натрий	96
Иридий	2400	Нафталин	80
Платина	1760	Желтый воск	64
Палладий	1550	Калий	62
Сварочное железо	1500—1600	Парафин	54
Фарфор	1550	Спермацет	49
Железо чистое	1510	Стеарин	50
Никель	1450—1500	Фосфор	44
Литое железо	1350—1450	Бензол	5
Сталь	1300—1400	Вода	0
Шлаки доменных печей	1300—1430	Морская вода	—2,5
Чугун серый	1200	Репное масло	—3,5
„ белый	1130	Анилин	— 6
Стекло без свинца	1200—1400	Скипидар	— 10
„ с содержанием свинца	1000	Раствор поваренной соли, насыщенный	— 18
Красная медь	1084	Глицерин	— 20
Золото	1064	Льняное масло	— 20
Желтая медь	900	Ртуть	— 39
Эмалевые краски	960	Раствор хлористого кальция, насыщенный	— 40
Серебро	961	Хлороформ	— 64
Дельта-металл	950	Сернистая кислота	— 76
Бронза	900	Аммиак	— 78
Алюминий	657	Жидкая углекислота	— 79
Сурьма	630	Алкоголь (абс.)	— 100
Цинк	419	Толуол	— 100
Свинец	327	Сероуглерод	— 113
Кадмий	321	Эфир	— 118
Висмут	269		
Олово	232		
Мягкий припой	135—200		
Висмут припой	94—128		

53. *Температура плавления солей*

(по Intern. Critical Tables)

Соли	°C	Соли	°C
Фтористый кальций	1360	Хлористый кальций	772
„ барий	1280	„ магний	712
„ аллюминий	1040	„ свинец	501
Хлористый барий	925	„ серебро	455
Углекислый калий (поташ)	891	„ цинк	365
Углекислый натрий (сода)	851	Азотнокислый калий	337
Поваренная соль	804	Едкий натр	318,4
Хлористый калий	776	Азотнокислый натрий (селитра)	308
		Едкий калий	260

54. *Температура замерзания*

Водного раствора глицерина (по Bolley)			Водного раствора алкоголя (по F. Beilstein)			
Весовой процент глицерина	Удельный вес	Температура замерзания °C	Весовой процент алкоголя	Температура замерзания °C	Весовой процент алкоголя	Температура замерзания °C
10	1,0245	— 1,0	2,58	— 1	21,7	—12
20	1,0498	— 2,5	5,22	— 2	23,8	—14
30	1,0771	— 6,2	7,36	— 3	26,0	—16
40	1,1045	—17,2	9,58	— 4	28,0	—18
45	1,1183	—26,2	11,50	— 5	30,0	—20
50	1,1320	—32,0	13,27	— 6	33,5	—24
60	1,1582	ниже —35,0	16,53	— 8	37,3	—28
			19,09	—10	41,2	—32

55. *Температура кипения разных тел при 760 мм рт. ст. (Вибе)*

Тело	Градусы	Тело	Градусы
Цинк	915	Вода	100
Сера	445	Бензол	80
Ртуть	357	Алкоголь абсолютный	78,5
Льняное масло	316	Хлороформ	61
Парафин	300	Сероуглерод	46
Глицерин	290	Эфир	35
Фосфор	290	Сернистая кислота	— 10
Нафталин	218	Аммиак	— 33
Анилин	184	Углекислота	— 78
Раствор хлористого кальция, насыщенн.	180	Кислород	—183
Терпентинное масло	160	Окись углерода	—190
Толуол	110	Азот	—196
Раствор повар. соли, насыщенный	108	Водород	—253
		Гелий	—268

По Виолле углерод испаряется при 3500° (температура вольтовой дуги)

56. *Точки кипения металлов*

(в °C) (по Д. Лидделю)

Металл	Видимое кипение	Начало улетучивания	Металл	Начало парообразования в пустоте	Точка кипения в пустоте	Точка кипения при 760 мм рт. ст.
Вольфрам	3700	2450	Хром	2200	1290	—
Золото	2100	970	Висмут	270	993	1440
Кремний	3800	1350	Кадмий	156	450	749
Марганец	1900	1290	Калий	63	365	667
Медь [1])	2310	960	Натрий	98	418	742
Олово	2275	880	Ртуть	—40	155	357
Серебро	1955	850	Сера	—	—	444,5
Сурьма	1420	—	Серебро	680	1360	1955
Таллий	1280	—	Цинк	184	550	920
Тантал	—	2200				

[1]) Для температуры кипения меди некоторые авторы указывают 2000° C.

57. Температурные постоянные (°C) (по Д. Лидделю)

Таяние льда	0,0	Затвердевание цинка	419,4
Кипение воды	100,0	Кипение серы	444,6
„ анилина	184,4	Затвердевание сурьмы	630,5
„ нафталина	217,9	„ хлористого натрия	884,0
Затвердевание олова	231,0	Затвердевание серебра	960,5
Кипение бензофенола	306,0	„ меди	1083,0
Затвердевание свинца	327,5		

58. Температуры накала железа (°C) (по Д. Лидделю)

Темнокрасный (едва видимый)	520	Оранжевый	1090
Слабокрасный	700	Желтый	1175
Темновишневый	790	Раскаленный белый	1200
Вишнево-красный	900	Сварочный белый	1425
Светловишневый	980	Ослепительно белый	1540

59. Точки кипения некоторых простых соединений (°C)

Аммиак NH_3	—33,9	Сероуглерод CS_2	92,5
Камфара $C_{10}H_{16}O$	209,1	Бромистый этилен	195,5
Углекислота CO_2	—80	Сернистый газ SO_2	—10,0

60. Теплота плавления

Теплотой плавления твердого тела называется то количество *кал*, которое расходуется (скрывается) на то, чтобы 1 *кг* этого тела привести из твердого состояния в жидкое без повышения температуры тела. Это же количество теплоты делается свободным при затвердевании жидкого тела.

Таблица теплоты плавления различных тел

Бензол	30	Ртуть	2,8
Свинец	6	Чугун серый	23
Кадмий	14	„ белый	33
Хлористый кальций	40,7	Азотнокислый калий	47,4
Лед (вода)	80,0	„ натрий	63,0
Глицерин	42,5	Сера	9
Доменные шлаки	50	Серебро	21
Никель	4,6	Висмут	13
Парафин	35	Цинк	28
Фосфор	5	Олово	13
Платина	27		

61. Теплота испарения

Теплотой испарения r жидкости называется то количество *кал*, которое расходуется (делается скрытым) для превращения 1 *кг* этой жидкости под постоянным наружным давлением в пар той же температуры. То же количество теплоты снова выделяется при сгущении (конденсации) пара в жидкость.

Теплота испарения r зависит от температуры, при которой происходит испарение.

Формулы для теплоты испарения

Бензол: $r = 107{,}05 - 0{,}158\ t$ (Гриффит и Маршалль)

Кислород: $r = 69{,}67 - 0{,}208\ T\ (Alt)$

Азот: $r = 68{,}85 - 0{,}2736\ T\ (Alt)$

$(T = t + 273°)$.

Теплота испарения при температуре кипения

Азот	48	Сернистая кислота	95
Аммиак (при 0°)	300	„ „ (при 0°)	91
Анилин	110	Скипидар	70
Бензол	94	Спирт	210
Вода	539	Толуол	85
Водород	123	Углекислота (при 0°)	56
Кислород	51	Хлор	62
Ртуть	68	Хлористый метил (при 0°)	97
Сера	362	Хлороформ	58
Сероуглерод	85	Эфир	90

62. Растворы газов в воде

1 $м^3$ воды при давлении в 1 *ат* и различных температурах может растворять нижеследующее количество газов в $м^3$ при 15° и 1 *ат*

$t =$	0°	20°	100°
Воздух	0,027	0,0185	—
Азот	0,026	0,017	0,0105
Кислород	0,053	0,034	0,0185
Водород	0,023	0,020	0,018
Углекислота	1,960	0,980	0,26
Окись углерода	0,037	0,025	—
Хлор	—	2,35	—
Сероводород	4,75	3,17	—
Сернистая кислота	87	43	—
Аммиак	1250	700	—

63. Передача теплоты

Переход тепла может происходить:

через теплопроводность, т. е. переход энергии внутри тела непосредственно от одной частицы к другой;

через конвекцию, т. е. переход энергии вместе с материальными частицами;

через лучеиспускание, т. е. превращение тепла в другую форму энергии (излучение).

Все три возможности передачи тепла почти всегда происходят одновременно.

64. Теплопроводность

Количество тепла q, измеренное в *ккал*, протекающее через S *м*² поверхности слоя, при толщине слоя l *м* в t часов при температурах поверхностей u_1 и u_2

$$q = \lambda \frac{S(u_1 - u_2)}{l} t,$$

где λ—коэфициент теплопроводности.

Материалы	Вес 1 *м*³ в *кг*	Пределы температуры	Коэфициент теплопроводности
Пемза мелкая	292	20—65	0,200
Доменные шлаки (пенистые)	360	25—128	0,095
Торфяная мука	195	23—36	0,070
„ „	160	20—40	0,055
Пробковый камень (асфальтированный) .	200	10—57	0,061
Древесные опилки . . .	215	20—136	0,055
Древесный уголь в плитках	190	20—80	0,056

65. Коэфициенты теплопередачи изолирующих материалов при низких температурах (по Греберу)

Материалы	Вес 1 *м*³ в *кг*	Коэфициент теплопроводности при температуре				
		0°	—50°	—100°	—150°	—200°
Асбест	702	0,201	0,196	0,190	0,183	0,134
„	470	0,133	0,127	0,117	0,100	0,071
Хлопчатая бумага	81	0,0484	0,0432	0,0380	0,0328	0,0276
Шелк	100	0,0432	0,0377	0,0323	0,0269	0,0215

66. Значение коэфициента теплопроводности λ для разных материалов (в *ккал/м². час* °C)

т. е. количество тепла, проходящее в 1 час через 1 *м*² поверхности материала к другой поверхности того же материала, удаленной от первой на 1 *м*, при 1° разницы температур обеих поверхностей

Алкоголь	0,18	Мрамор	0,43—0,65
Алюминий	175	Медь красная . .	330
Асбест	0,19	„ „ с фосфором . . .	260
Бронза	55,0	Медь желтая . . .	72—108
Вода	0,5	Мел	0,80
Водород	0,14	Накипь котельная	1,0—3,0
Воздух	0,02	Никель	50
Войлок	0,03	Оливковое масло	0,142
Глина	0,70	Олово	54
Глицерин	0,25	Платина	60
Железо	50—60	Пробка	0,26
Золото	250	Ртуть	6
Изолир. материал	0,05—0,15	Свинец	30
Каменный уголь .	0,11	Серебро	360
Картон	0,16	Сосна вдоль волокон	0,108
Каучук	0,17	Сосна поперек волокон	0,032
Кварц	0,03	Сталь	22—45
Керосин	0,13	Стекло	0,35—0,70
Кладка бутовая . .	1,3—2,1	Хлопчатая бумага	0,012—0,016
„ кирпичн. сырая	0,6—0,8	Цемент	0,06
„ „ сухая	0,35—0,45	Цинк	95
„ из пустотелого кирпича	0,27	Чугун	40
Константан	20		
Лед	1,5		
Масло машинное .	0,1		

Значение λ для воздуха $= 0{,}01894\ (1 + 0{,}00228\ t)$

„ λ для вод. пара $= 0{,}01406\ (1 + 0{,}00369\ t)$

67. *Таблица значений λ для воздуха и водяного пара*

	0°	50°	100°	150°	200°	250°	300°	350°	400°
$t =$									
λ воздуха =	0,0189	0,0211	0,0233	0,0254	0,0276	0,0297	0,0319	0,0341	0,0362
λ вод. пара =	0,0141	0,0166	0,0192	0,0218	0,0244	0,0270	0,0296	0,0322	0,0348

68. *Коэфициенты теплопроводности изолирующих материалов (по Нуссельту)*

Материалы	Вес 1 $м^3$ в кг	Коэфициент теплопроводности при температуре 0°	50°	100°	150°	200°	300°	400°
Асбест	576	0,130	0,153	0,167	0,175	0,180	0,186	0,192
Обожженные камни из кизельгура для трубопров. перегрет. пара	200	0,064	0,071	0,078	0,085	0,092	0,106	0,120
Изоляционный состав	405	0,060	0,070	0,076	0,079	0,081	—	—
То же, смешанный с водой и просушенный	690	—	—	—	0,100	0,120 (при 220°)	—	—
Кизельгур (сухой)	350	0,052	0,060	0,066	0,070	0,074	0,078	—
То же, смешанный с водой и просушенный	580	—	—	—	0,083	—	0,123 (при 350°)	—
Хлопчатая бумага	81	0,047	0,054	0,059	—	—	—	—
Шелковая плетенка	147	0,039	0,047	0,052	—	—	—	—
Шелк	101	0,038	0,045	0,051	—	—	—	—
Шерсть (баранья)	136	0,033	0,042	0,050	—	—	—	—
Пробковая мука	161	0,031	0,041	0,048	0,052	0,055	—	—

69. *Коэфициенты теплопроводности (по Д. Лидделю)*

Пластина материала толщиной в 1 *см* с параллельными сторонами, имеющими разность температур в 1° С, проводит в 1 сек. на 1 *см* количество теплоты, достаточное для нагревания *g* граммов воды от 0 до 1° С.

Вещество	Температура в ° С	λ
Алюминий	18	0,504
„	100	0,492
„	160	0,514
„ твердотянут.	79—193	0,47
„ сплав (Cu 7,50%)	90—250	0,335
Алюминиевая бронза (Cu 89,87%, Al 9,09%, Sn 0,47%)	130—350	0,174
Висмут	0	0,0177
„	100	0,0161
„	186	0,025
Вольфрам	18	0,36
Железо	160	0,152
„ ковкое (1% C)	18	0,144
„ „ „	50	0,1772
„ „ „	100	0,1567
„ „ „	150	0,1447
„ „ „	200	0,1357
„ „ „	275	0,1240
„ чистое	18	0,161
Железо (бессемер. сталь)	15	0,0964
„ пудлинговое	15	0,1375
Золото	18	0,700
Кадмий	0	0,02213
„	100	0,02045
„	160	0,239
Латунь (Zn 30,8%)	20	0,290
„ (Zn 30,8%)	200	0,349
„ (Zn 9,9%)	20	0,446
„ (Zn 9,9%)	200	0,538
Магний	0—100	0,377
Медь электрол. твердотянутая	90—210	0,88
„ „ отожженная	90—210	0,90
„ „ литая	90—220	0,77
Фосф. бронза	0	0,7198
„ „	100	0,7226
Монель-металл	15	0,06

Продолжение

Вещество	Температура в °С	λ
Молибден	15	0,346
Нейзильбер	31	0,081
„	100	0,0887
Никель	0	0,14
Олово	0—30	0,151
Палладий	18	0,17
Платина	10—97	0,17
Ртуть	0	0,01479
„	50	0,01893
„	100	0,024
Свинец	18	0,083
„	100	0,076
Серебро	10—97	1,096
Сталь	18	0,115
Сурьма	0—30	0,044
„	100	0,040
Тантал	15	0,130
Цинк	0—30	0,303
Анилин	—160	0,000112
Асбестовая бумага	—	0,006
Бетон, шлак	—	0,00081
„ камень	—	0,0022
Бумага	—	0,0003
Вазелин	20	0,00022
Вода	0	0,001203
„	40—8	0,001555
Воздух	0	0,00057
Войлок	—	0,00009
Вулканит	—	0,00087
Гипс	—	0,0013
Глицерин	—160	0,00077
Гранит	100	0,0045—0,0050
„	200	0,0043—0,0097
„	500	0,0040
Графит (ретортн. пыль)	20—100	0,00040
Дерево (ель, орех)	—	0,0004
Диатомовая земля	17—98	0,00013
Земная кора	—	0,004
Земля	—	0,0037
Известь	—	0,00029
Известняк	40	0,0046—0,0057
„	100	0,0039—0,0049
„	350	0,0032—0,0045

Продолжение

Вещество	Температура в °С	λ
Инфузорная земля	17—98	0,00013
„ „	0—650	0,00038
Исландский шпат	—190	0,038
„ „	0	0,0103
Каменная (глиняная) посуда	70—1000	0,0020—0,0053
Каменная соль	0	0,0167
„ „	30	0,0150
Карборунд	—	0,00050
Картон	—	0,0005
Кварц, перпендикулярн. к оси	—190	0,0586
„ „ „ „	0	0,0173
„ „ „ „	100	0,133
„ параллельный к оси	0	0,0325
Кварцевый песок	18—93	0,00060
Кварцитный плитняк	—	0,0044
Кирпич-окись алюминия	0—700	0,00204
„ газо-ретортный	100—1125	0,0038
„ графитный	300—700	0,024
„ карборундовый	150—1200	0,0032—0,0027
Кирпич кремнеземный огнеупорный	100—1000	0,002—0,0033
Кирпич магнезитовый	50—1130	0,0027—0,0072
„ огнеупорный	125—1220	0,0032—0,0054
„ пыль	20—98	0,00028
„ строительный	15—1100	0,0018—0,0038
Лед	—160	0,0066
„	0	0,0050
Магнезит, кирпичная пыль	20—100	0,00050
Магнезит кальцинированный гранулированный	20—100	0,00045
Магнезия кальцинированная пористая	20—100	0,00016
Мрамор (доломит)	—	0,0056
Нафталин, т. пл. 79° С	—160	0,0013
Нафталин, т. пл. 79° С	0	0,00081
Нафтол β, т. пл. 122° С	—160	0,00068
Нафтол β, т. пл. 122° С	0	0,00062
Нитрофенол, т. пл. 114° С	—160	0,00106
Нитрофенол, т. пл. 114° С	0	0,00065
Опилки	—	0,00012
Парафин, т. пл. 54° С	0	0,0006
Песок белый, сухой	—	0,00093
Песчаник	—	0,0055

Продолжение

Вещество	Температура в °C	λ
Пробка	—	0,00013
Резина, пара	—	0,00045
„ вулканиз.	—160	0,00037
Сера ромбическая	0	0,00070
Серная кислота	9—15	0,000765
Сланец, параллельной слоистости	—	0,0060
Сланец перпендикулярной слоистости	—	0,0034
Слюда параллельной слоистости	—	0,0018
Слюда перпендикулярной слоистости	—	0,018
Снег свежий	—	0,00026
„ старый	—	0,0012
Стекло, кронглас	—190	0,00118
„ „	0	0,00280
„ „	100	0,00324
„ оконное	—	0,0025
„ флинтглас	—190	0,00081
„ „	0	0,00170
„ „	200	0,00181
Уголь	0	0,00041
„ графит, искусств.	100—390	0,338
„ „ „	100—546	0,324
„ „ „	100—720	0,306
„ „ „	100—915	0,291
„ „ „	30—2930	0,162
„ „ натуральн.	—	0,012
„ кокс в порошке	0—100	0,00044
„ аморфный	37—163	0,028—0,003
Уголь аморфный	170—330	0,027—0,004
„ „	240—523	0,020—0,003
„ „	100—750	0,124
„ „	100—842	0,120
Фарфор	—	0,0025
Фланель	0	0,000355
Флюорит	—190	0,093
„	0	0,025
Хлопок, прессованный	0	0,00055
„ пряжа	—	0,0004
Цемент	0	0,00016
Шлаковая шерсть	—	0,00019

70. *Данные и формулы для подсчетов процессов при горении*

а) Один объем кислорода дает:

При горении C (углерода) . . . . . 2 объема CO
„ „ C „ . . . . . 1 объем CO_2
„ „ H (водорода) (2 объема) . . 2 объема H_2O
„ „ S (серы) . . . . . 1 объем SO_2
„ „ CO (окиси углерода) (2 объема) 2 объема CO_2
„ „ CH_4 ($^1/_2$ объема) . . . . . $^1/_2$ объема CO_2 + +1 объем H_2O

б) На образование 1 объема:

CO необходимо $^1/_2$ объема кислорода
CO_2 „ 1 объем „
H_2O „ $^1/_2$ объема „
SO_2 „ 1 объем „
H_2O „ 1 „ водорода

в) При сгорании 1 *кг*

C в CO выделяется 2 440 *кал*
C „ CO_2 „ 8 140 „
H „ H_2O „ 34 200 „ или полезных 28 700 *кал*
S „ SO_2 „ 2 220 „
CO „ CO_2 „ 2 440 „
CH_4 „ CO_2+H_2O „ 13 250 „ или полезных 11 980 *кал*

г) При сгорании 1 $м^3$ при 0° C

H в H_2O выделяется 3 050 *кал* или полезных 2 579 *кал*
CO „ CO_2 „ 3 050 „
CH_4 „ CO_2 и H_2O „ 9 500 „ или полезных 8 500 *кал*

д) Один кубический метр:

CO содержит
CO_2 „ } 0,536 *кг* углерода C
CH_4 „

е) Один кубический метр весит при 0° C и 760 *мм*:

Водорода	0,090 *кг*
Кислорода	1,429 „
Азота	1,251 „
Воздуха	1,293 „
CO_2	1,965 „
CO	1,251 „
CH_4	0,716 „
H_2O (водяной пар)	0,805 „

ж) Рабочая теплопроизводительность топлива (по Менделееву):

$$Q_{раб} = 81 \cdot C + 300 \cdot H - 26\,(O - S) - 6\,(9H + W)\ кал/кг.$$

з) Теоретически необходимое количество воздуха для полного сгорания 1 *кг* топлива (по проф. Л. К. Рамзину)

$$v_0 = 0{,}0889\left[C\% + 3\left(H\% - \frac{O\% - S\%}{8}\right)\right],$$

или приближенно: $v_0 = \frac{Q_{раб}}{\alpha}$ *м*³

при 0° С и 760 *мм*, где коэфициент α равен:

для углей . . . . . 902 для дерева 895
„ нефти . . . . . 901 „ торфа 880

удельный вес воздуха γ при 0° и 760 *мм* равен 1,293.

и) Испарительные способности топлива $\frac{D}{B}$ (по Л. Рамзину) (в *кг* в час; пар считается при 100°, а вода при 0°)

	D кг	*B кг*		*D кг*	*B кг*
Нефть	10	12	Торф	1,5	3,0
Каменный уголь .	5,5	10	Дерево	2 5	3,5
Бурый уголь . . .	2	4,5	Солома	1,5	2,0

к) Часовой расход топлива $B = \frac{D(\lambda - t)}{Q_{раб}\eta_{к.\ у.}}$,

где λ — теплосодержание пара, t — температура питательной воды в °С, $\eta_{к.\ у.}$ — к. п. д. котельной установки (до 0,7 без перегрева; с перегревателем и экономайзером до 0,8 и выше), D — количество пара в час, $Q_{раб}$ — теплопроизводительность топлива.

71. Теплопроизводительность H различных топлив и потребное количество воздуха для горения.

1 *кг* топлива	*H* (в ккал)	Потребное количество воздуха			
		теоретически		практически	
		кг	*м*³	*кг*	*м*³
Дерево	2000-3700	3,6-5,0	3,0-4,4	6-9	5-7,5
Торф	2000-4000	2,9-5,7	2,5-4,8	5-10	4,2-8,5
„ в средн. . .	3000	4,3	3,6	7,5	6,3
Бурый уголь засоренный	2500	3,6	3	6,5	5,5
кусковой	5000	7,2	6	12	1,0
брикеты	4300	6,2	5,2	10,5	9,3
Кокс	5500-7200	7,8-10,2	6,5-8,7	14-18	12-15
Древесный уголь (сухой)	8000	11,4	9,5	20	17
Нефть	10000	13,8	11,9	18	15

1 *кг* топлива или 1 *м*³ газа при 15°С и 760 *мм* рт. ст.	*H* (в ккал)	Потребное количество воздуха			
		Теоретически		Практически	
		кг	*м*³	*кг*	*м*³
Керосин	10500	14,9	12,6	19,4	16,4
Бензин	11000	15,2	12,8	19,8	16,6
Газойль	9800	13,5	11,4	17,5	14,8
Солярка	10000	13,8	11,6	18	15
Парафин	9800	13,5	11,4	17,5	14,8
Бензол	10000	13,8	11,6	18	15
Нафталин	9640	13,2	11,1	17,2	14,4
Смола	9500	13,1	11	17	14,3
Смола каменноугольная	8200-8500	11,3-11,7	9,5-9,9	14,7-15,2	12,3-12,9
Алкоголь 95% . .	6700	9,3	7,8	12,1	10,1
Блаугаз	13500	17,2	14,5	21,0	17,5
Ацетилен	13000	13,7	11,5	16,0	13,8
Светильный газ .	5000	6,3	5,3	7,3	6,3
Природный газ . .	8000	10,7	9,0	12,4	10,7
Генераторный газ из антрицита . .	1050	1,25	1,05	1,44	1,25
То же из кокса .	800	0,83	0,7	0,98	0,85
Колошниковый газ	850	0,83	0,7	0,98	0,85
Доменный газ . .	4200	5,25	4,4	6,1	5,3
Водяной газ карбюрированный .	4300	5,95	5,0	5,95	6,0
То же не карбюрир.	2400	2,8	2,35	3,25	2,8

72. Теплотворная способность различных веществ

Вещество	*кал*	Вещество	*кал*
Эфир	8900	Нафталин	9640
Спирт	7100	Керосин	11000
Бензол	10000	Фосфорная кислота (P_2O_5)	5950
Свинец	260	Сахарный тростник .	4000
Буроугольная смола .	10000	Льняное масло	9300
Железо при сгорании в FeO	1260	Порох	750
То же Fe_3O_4	1680	Серный ангидрид (SO_3)	2220
„ Fe_2O_3	1890	Сероуглерод	3400
Глицерин	4300	Сероводород	2740
Древесный спирт . .	5300	Силиций (SiO_2)	7830
Углерод при сгорании в CO_2 (углекисл.) . .	8140	Сало	8370
То же в CO (окись углерода)	2440	Скипидар	10850
Медь CuO	590	Воск	9000
Мазут	10500	Целлюлоза	4200
		Цинк (ZnO)	1300

73. *Хрупкость или вязкость металлов* (формула Мартена)

Вязкость испытуемого бруска равняется:

$$\frac{\text{временное сопротивление}}{\text{предел текучести}} \times \frac{\%\ \text{удлинения}}{100}$$

и тогда металлы располагаются в следующем порядке:

Pb, Pt, Fe, Al, Ni, Zn, Sn, Cu, Au, Ag.

74. *Текучесть*

W, Au, Ag, Pt, Fe, Ni, Cu, Al, Zn, Sn, Sb.

Часто алюминий ставят на четвертое место; его волочение доводят до такой тонкости, что 10 000 *м* весят лишь 27 *г*. Унция (28,35 *г*) нити из вольфрама, диаметром 0,0125 *мм*, соответствует 14,6 *м*.

75. *Упругость*

Сталь, Ni, Fe, Cu, Al, Au, Zn, Sn, Pb.

76. *Ковкость*

Au, Ag, Al, Cu, Sn, Pt, Pb, Zn, Fe, Ni.

Самые тонкие металлические листы:

Au — 0,000008 *см*	Pt — 0,000025 *см*
Al — 0,000020 „	Cu — 0,000034 „
Ag — 0,000021 „	

77. *Относительная твердость некоторых металлов*

Сталь	100	Платина и медь	38
Железо	88	Цинк	34
Золото	73	Олово	11
Серебро	58	Свинец	4

78. *Тягучесть некоторых металлов*

Железо	1000	Золото	272
Медь	548	Цинк	200
Платина	500	Олово	64
Серебро	340	Свинец	48

79. *Ковкость некоторых металлов*

На волочильном стане	На прокатном стане	Под молотом
1) Серебро	1) Золото	1) Свинец
2) Алюминий	2) Серебро	2) Олово
3) Платина	3) Алюминий	3) Золото
4) Железо	4) Медь	4) Цинк
5) Медь	5) Олово	5) Серебро
6) Золото	6) Платина	6) Алюминий
7) Цинк	7) Свинец	7) Медь
8) Оло о	8) Цинк	8) Платина
9) Свинец	9) Железо	9) Железо

80. *Относительная твердость минералов*

Шкала твердости Мооса (Mohs)

1) Тальк	6) Полевой шпат
2) Гипс	7) Кварц
3) Известковый шпат	8) Топаз
4) Плавиковый шпат	9) Корунд
5) Апатит	10) Алмаз

Желая определить твердость данного минерала, чертят им два смежных минерала (на одном чертит, а другим — чертится) и по таблице определяют степень его твердости.

Шкала твердости Боттона (Botton)

Алмаз	3010	Золото	979
Марганец	1456	Алюминий	821
Кобальт	1450	Кадмий	760
Никель	1410	Магний	726
Железо	1375	Олово	651
Медь	1360	Свинец	570
Палладий	1200	Таллий	565
Платина	1107	Кальций	405
Цинк	1077	Натрий	400
Серебро	990	Калий	238
Иридий	984		

81. Термоэлектродвижущие силы

А. В таблице даны выраженные в 10^{-5} вольта термоэлектродвижущие силы пар: платина — родий и платина — иридий для различных температур одного из спаев, другой спай находится при 0° С.

Пара	Темп. °С	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450
Pt и (90%Pt, 10%Rh)	0	0	23	51	83	119	158	199	242	286	331
	500	377	423	470	518	567	617	668	720	773	826
	1000	880	935	991	1048	1106	1225	1165	1286	1348	—
Pt и (90%Pt, 10%Ir)	0	0	58	125	195	268	343	420	498	577	657
	500	737	818	899	981	1064	1147	1231	1315	1400	1485
	1500	1571	1657	1744	1831	1919	2007	2096	2185	2275	—

Б. В таблице даны выраженные в 10^{-6} вольта (в микровольтах) термоэлектродвижущие силы пар, составленных из платины и одного из приведенных в таблице металлов. Один из спаев находится при 0° С, а другой при указанной в таблице температуре.

Ток течет через нагретый спай от металла, имеющего (алгебраически) меньший потенциал.

Металл	—190°	+100°	Металл	—190°	+100°
Алюминий	+ 390	+380	Нейзильбер [3]	—	ок. —1000
Бронза	—	ок. +400	Никель	+2220	—1640
Висмут	+12300	—6500	Олово	+ 200	+ 410
Железо	— 2900	ок. +1600	Палладий	+ 790	— 560
Золото	— 120	+730	Ртуть	—	0
Кадмий	— 60	+900	Свинец	+ 210	+ 410
Кобальт	—	—1520	Серебро	— 140	+ 710
Константан [1]	—	—3440	Сурьма	—	+4700
Магний	+ 330	+ 410	Тантал	—	+ 330
Манганин [2]	—	+570	Цинк	— 120	+ 750
Медь	— 200	+740			

[1] 60% меди, 40% никеля.
[2] 84% меди, 4% никеля, 12% марганца.
[3] 60% меди, 15% никеля, 25% цинка.

82. Диэлектрическая постоянная при 18°

Асфальт	2,7	Рутил	170
Анилин	7,2	Сильвин	4,9
Ацетон	21	Соль каменная	5,6
Бакелит	3,9	Слюда	6—9
Бензол	2,3	Спирт метиловый	33
Бумага	2—2,5	„ этиловый	26
Вода	81	Стекло обыкнов.	5—7
Гуттаперча	4,4	Оптическое стекло	до 10
Дерево (сухое)	2—8	Сера	3,6—4,3
Исландский шпат параллельн. оси	8,0	Сероуглерод	2,6
		Скипидар	2,3
перпендикулярный оси	8,5	Толуол	2,3
Касторовое масло	4,67	Фарфор	6
Каучук	2,2—3	Целлулоид	3,9
		Шеллак	3—3,7
Кварц параллельн. оси	4,7	Шифер	12—50
		Эбонит	2,7
перпендикулярный оси	4,4	Эфир серный	4,4
Кварц плавленый	3,7	Янтарь	2,8
Керосин	2	Сернистый газ	1,010
Ксилол	2,2—2,6	Аммиак	1,0084
Мрамор	8,3	Углекислый газ	1,00097
Муравьиная к-та	58	Азот	1,000606
Нитробензол	36	Воздух	1,000590
Парафин	2	Кислород	1,000547
Парафиновое масло	2,2	Водород	1,000264
Плавиковый шпат	6,8	Гелий	1,000074

83. *Магнитные свойства тел.*

Магнитная восприимчивость $\varkappa \times 10^6$ при 18°.

Висмут	−14	Олово	+ 0,35
Графит	− 8	Алюминий	+ 1,8
Сурьма	− 5	Иридий	+ 5
Золото	− 3	Платина	+ 29
Ртуть	− 2	Палладий	+ 55
Серебро	− 1,5	Fe_2Cl_6 в воде при плотности 1,5	+ 60
Свинец	− 1,0	Марганец	+ 300
Цинк	− 0,9		
Сера	− 0,8		
Вода	− 0,72		
Медь	− 0,7		
Гелий	− 0,011	Никель	Магнитн. проник. до 296
Хлор	− 0,0006	Кобальт	„ 177
Водород	− 0,0005	Сплавы Fe—Si	„ 4300
Углекислый газ	+ 0,0002	„ Fe—Si—Ni	„ 1920
Азот	+ 0,001	„ Гейслера Cu—61,5%, Mn—23,5%, Al—15%	„ 4250
Воздух	+ 0,029		
Кислород	+ 0,142		

ОТДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

ХИМИЯ

I. ХИМИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

1. Периодическая система элементов

Период	Группа I	Группа II	Группа III	Группа IV	Группа V	Группа VI	Группа VII	Группа VIII
I							1. H	2. He
II	3. Li	4. Be	5. B	6. C	7. N	8. O	9. F	10. Ne
III	11. Na	12. Mg	13. Al	14. Si	15. P	16. S	17. Cl	18. Ar
IV	19. K 29. Cu	20. Ca 30. Zn	21. Sc 31. Ga	22. Ti 32. Ge	23. V 33. As	24. Cr 34. Se	25. Mn 35. Br	26. Fe 27. Co 28. Ni 36. Kr
V	37. Rb 47. Ag	38. Sr 48. Cd	39. Y 49. In	40. Zr 50. Sn	41. Nb 51. Sb	42. Mo 52. Te	43. Ma 53. I	44. Ru 45. Rh 46. Pd 54. X
VI	55. Cs 79. Au	56. Ba 80. Hg	57—71 [1] 81. Tl	72. Hf 82. Pb	73. Ta 83. Bi	74. W 84. Po	75. Re 85. —	76. Os 77. Ir 78. Pt 86. Em
VII	87. —	88. Ra	89. Ac	90. Th	91. Pa	92. U		

[1]) Редкие земли:

	57.	58.	59.	60.	61.	62.	63.	64.	65.	66.	67.	68.	69.	70.	71.
VI	La	Ce	Pr	Nd	—	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tu	Yb	Cp

2. *Важнейшие свойства элементов*

Пояснения к таблице

Кристаллические системы: I — правильная (кубическая), II — квадратная (тетрагональная), III — гексагональная, IIIa — ромбоэдрическая, IV — ромбическая, V — моноклиническая, VI — триклиническая.

Сокращения: ам. — аморфный, ж. — жидкий, т. пр. — температура превращения, возг. — возгоняется.

Порядковый номер и название	Символ	Атом. веса изотопов (в порядке их частоты)	Среднехим. атом. вес по отн. к O = 16	Цвет и кристаллическая система	Температура пл. $t°$ C	Температура кип. $t°$ C	Уд. вес и плотность паров (D)	Распространение в земной коре (в весовых %)
7. Азот	N	14, 15	14,008	Бесцв. газ	—210,52	—195,67	ж. 0,897	0,04
89. Актиний	Ac		227	—	—			—
13. Алюминий	Al	27	26,97	Синев.-бел. I	658	~ 2000	2,70	7,45
18. Аргон	Ar	40, 36	39,94	Бесцв. газ	—190	— 185,8	ж. 1,38 (-183°)	$4 \cdot 10^{-4}$
56. Барий	Ba	138;137; 136;135	137,36	Бел.	658	1537	3,6	0,05
4. Бериллий	Be	9; (8)	9,02	Бел., III	1280	—	1,85	0,003
5. Бор	B	11;10	10,82	Бур., ам.	2300	—	1,73	0,01
35. Бром	Br	79;81	79,916	Темнобур., ж.	—7,3	58,7	3,14	0,001
23. Ванадий	V	51	50,95	Серебр.-бел., I	1715	—	5,69	0,02
83. Висмут	Bi	209	209,00	Красно-бел., IIIa	271,0	~ 1500	9,80	$1 \cdot 10^{-5}$
1. Водород	H	1, 2	1,0078	Бесцв. газ	—259,14	—252,79	ж. 0,070	1,00
74. Вольфрам	W	184;186; 182;183	184,0	Сер., I	3370±50	Рассчит. 4830	19,1	$9 \cdot 10^{-4}$
64. Гадолиний	Gd		157,3	—	—	—	—	$7,5 \cdot 10^{-4}$
31. Галлий	Ga	69;71	69,72	Сер.-бел., II	29,75	2300	5,9	$1 \cdot 10^{-4}$
72. Гафний	Hf		178,6	—	2207	—	13,3	0,0004
2. Гелий	He	4	4,002	Бесцв. газ	—272	—268,8	ж. 0,122 (т. кип.)	$1 \cdot 10^{-6}$
32. Германий	Ge	74;72;70; 73;76	72,60	Сер.-бел., I	958 ± 5	—	5,40	$1 \cdot 10^{-4}$
67. Гольмий	Ho	165	163,5	—	—	—	—	$1 \cdot 10^{-4}$
66. Диспрозий	Dy		162,46	—	—	—	—	$7,5 \cdot 10^{-4}$
63. Европий	Eu		152,0	—	—	—	—	$2 \cdot 10^{-5}$
26. Железо	Fe	56;54	55,84	Сер. [1])	1530	2450	7,86	4,20
79. Золото	Au		197,2	Желт., I	1063	2677	19,3	$5 \cdot 10^{-6}$
49. Индий	In	115	114,8	Серебр.-бел., I	154	—	7,25	$1 \cdot 10^{-5}$
53. Иод	J	127	126,93	Черно-сер., диформн., IV, V	113,5	184,35	4,942	$1 \cdot 10^{-4}$
44. Иридий	Ir		193,1	Белый, диформн., I, IIIa	2350	—	22,4	$1 \cdot 10^{-6}$
70. Иттербий	Yb		173,5	—	—	—	—	$8 \cdot 10^{-4}$
39. Иттрий	Y	89	88,93	Сер.	—	—	4,6	0,005
48. Кадмий	Cd	114;112; 110;113 111;116	112,41	Сер., III	321	770	8,64	$5 \cdot 10^{-4}$
19. Калий	K	39;41	39,104	Серебр.-бел., II	63,5	762,2	0,86	2,35
20. Кальций	Ca	40;44	40,07	Бел., IIIa	851	1240	1,55	3,25
71. Кассиопей	Cp	175	175,0	—	—	—	—	$1,75 \cdot 10^{-4}$
8. Кислород	O	16;18;17	16,000	Бесцв. газ	т. пр. — 229 т. пл. — 218,8	—183	ж. 1,20 (т. кип.)	49,13
27. Кобальт	Co	59	58,94	Сер., III, I	1490	~ 2375	8,8	0,002
14. Кремний	Si	28;29;30	28,06	Сер., I или кор.	~1414	2400	2,35	26,00
36. Криптон	Kr	84;86;83; 82;80;78	82,9	Бесцв. газ	— 157	— 151,7	D: 2,87 ж. 2,155	$2 \cdot 10^{-8}$

[1]) α = Fe : I, центр. куб.; β = Fe : I, как α; γ = Fe : I куб., с центр. гр.; δ = Fe : I, центр куб.

Продолжение

Порядковый номер и название	Символ	Атом. веса изотопов (в порядке их частоты	Средний атом. вес по отн. к O = 16	Цвет и кристаллическая система	Температура пл. t° C	Температура кип. t° C	Уд. вес и плотность паров (D)	Распространение в земной коре (в весовых %)
54. Ксенон	X	129;132; 131;134; 136;130; 128;126; 124	130,2	Бесцв. газ	— 111,5	— 106,9	ж. 3,06	$3 \cdot 10^{-9}$
57. Лантан	La	139	138,90	Желтоват.	810	—	6,1	$6,5 \cdot 10^{-4}$
3. Литий	Li	7;6	6,940	Серебр.-бел., I	180	1336	0,534	0,005
12. Магний	Mg	24,25;26	24,32	Серебр.-бел., III	650	1120	1,74	2,35
43. Мазурий	Ma		?	—	—	—	—	
25. Марганец	Mn	55	54,93	Св.-сер., I, II	~ 1250	1900	7,3	$1 \cdot 10^{-7}$
29. Медь	Cu	63;65	63,57	Красн., I	1083	2360	8,93	0,10
42. Молибден	Mo	98;96;95; 92;94;100	96,0	Серебр.-бел., I	2500	~ 3560	10,2	0,01
33. Мышьяк	As	75	74,96	Сер. (мет.), IIIa, желт., I	817 (давл.)	т. возг. 630	5,72	$1 \cdot 10^{-5}$
11. Натрий	Na	23	22,997	Серебр.-бел., I	97,7	880	0,97	$5 \cdot 10^{-4}$
60. Неодимий	Nd	142;144; 146;145	144,27	Желтоват.	840	—	7,0	2,40
10. Неон	Ne	20;22;21	20,18	Бесцв. газ	— 248,6	— 245,9	D : 0,095	$1,75 \cdot 10^{-3}$
28. Никель	Ni	58;60	58,69	Сер., I, III	т. пр. ~ 350	2340	8,8	$5 \cdot 10^{-7}$
41. Ниобий	Nb	93	93,5	Бесцв. сер., IV	т. пл. 1455 1950	—	8,56	0,02 $3,2 \cdot 10^{-5}$
50. Олово	Sn	120;118; 116;119; 117;124; 122;121; 112;114; 115	118,70	Серебр.-бел., II; Сер., крист.	т. пр. 18° т. пл. 231,84	2275	бел. 7,28 сер. 5,7	$6 \cdot 10^{-4}$
76. Осмий	Os	192;190; 189;188; 186;187	190,8	Бел.-сер., I	2500	—	22,48	$5 \cdot 10^{-6}$
46. Палладий	Pd		106,7	Бел., I (III, II)	1553	—	11,5	$5 \cdot 10^{-6}$
78. Платина	Pt		195,23	Бел.-сер., I	1771	3880	21,4	$5 \cdot 10^{-6}$
84. Полоний	Po		(210,0)	—	—	—	—	$5 \cdot 10^{-6}$
59. Празеодимий	Pr	141	140,92	Слабо-желт.	940	—	6,5	$4,5 \cdot 10^{-4}$
91. Протактиний	Pa		(231)	—	—	—	—	$7 \cdot 10^{-11}$
88. Радий	Ra		225,97	Серебр.-бел,	700	—	—	$2 \cdot 10^{-10}$
75. Рений	Re	187;185	186,31	бел., III	3167 ± 60	—	21,2	$1 \cdot 10^{-7}$
45. Родий	Rh	103	162,9	Серебр.-бел., I	1970	—	12,3	$1 \cdot 10^{-6}$
80. Ртуть	Hg	202;200; 199;201; 198;204; 196;197; 203	200,61	Серебр.-бел., ж.	— 38,89	357	13,546	$1 \cdot 10^{-4}$
37. Рубидий	Rb	85;87	85,45	Серебр.-бел., крист.	39,0	696	1,52	0,008
44. Рутений	Ru	102;101; 104;106; 99; 96	101,7	Сер., I	> 1950	—	12,26	$5 \cdot 10^{-6}$
62. Самарий	Sm		150,43	Свет.-сер.	—	—	7,7	$7 \cdot 10^{-4}$

Продолжение

Порядковый номер и название	Символ	Атом. веса изотопов (в порядке их частоты)	Среднехимич. атом. вес по отн. к O = 16	Цвет и кристаллическая система	Температура пл. $t°$ C	Температура кип. $t°$ C	Уд. вес и плотность паров (D)	Распространение в земной коре (в весовых %)
82. Свинец	Pb	208;206; 207;204; (203);(205) (209);(210)	207,21	Св.-сер.-белый, I	327	1540	11,34	$1,6 \cdot 10^{-3}$
34. Селен	Se	80;78;76; 82;77;74	78,962	Мет. сер. IIIa Красн., V Сер. или кр., ам.	220,2 144 (нестойк.)	668 — —	4,80 4,47 4,26—4,28	$8 \cdot 10^{-5}$
16. Сера	S	32;34;33	32,06	Желт., IV	112,8	—	2,07	0,10
47. Серебро	Ag	107;109	107,880	Бел., I	960,5	~ 2000	10,50	$1 \cdot 10^{-5}$
21. Скандий	Sc	45	45,10	—	—	—	—	$6 \cdot 10^{-4}$
38. Стронций	Sr	88;86;87	87,63	Сер.-бел., крист.	797	1366	2,60	0,035
51. Сурьма	Sb	121;123	121,76	Сер., IIIa, желт., I	630	1440	6,69	$5 \cdot 10^{-5}$
81. Таллий	Tl	205;203	204,39	Сер. дим., крист.	302	1306	11,85	$1 \cdot 10^{-5}$
73. Тантал	Ta	181	181,5	Сер., I	3030	—	16,6	$2,4 \cdot 10^{-5}$
52. Теллур	Te	130;128; 126;125; 124;122; 123;(127)	127,5	Олов.-бел., IIIa	452,5	1390	6,24	$1 \cdot 10^{-6}$
65. Тербий	Tb		159,2	—	—	—	—	$1 \cdot 10^{-4}$
22. Титан	Ti	48;(50)	47,90	Сер., ам., III	~1800	—	4,50	0,61
90. Торий	Th		232,12	Темносер., I	1842	—	11,5	$1 \cdot 10^{-3}$
69. Туллий	Tu		169,4	—	—	—	—	$1 \cdot 10^{-4}$
6. Углерод	C	12;13	12,00	Бесцв., I	—	—	3,51	0,35
92. Уран	U	238	238,14	Серебр.-бел., I	~1300	—	18,7	$4 \cdot 10^{-4}$
15. Фосфор	P	31	31,02	Бел., I (IV?)	44	280,5	1,83	0,12
9. Фтор	F	19	19,00	Желт.-зел. газ	—223	— 188	ж. : 1,11	0,08
17. Хлор	Cl	35;37;39	35,457	Желт.-зел. газ	—100,5	—33,9	D : 2,49 ж. : 1,57	0,20
24. Хром	Cr	52;53;50; 54	52,01	Сер., I	1765	~2200	7,1	0,03
55. Цезий	Cs	133	132,81	Бел.	28,5	670	1,87	$5 \cdot 10^{-4}$
58. Церий	Ce	140;142	140,13	Сер., I	630	—	6,8	$2,9 \cdot 10^{-3}$
30. Цинк	Zn	64;66;68; 67;70	65,38	Голуб.-бел., III	419,44	907	7,14	0,02
40. Цирконий	Zr	90;94;92; 96	91,22	Серебр.-бел., III	1860	—	6,53	0,025
86. Эманация	Em		222	—	—	—	—	—
68. Эрбий	Er		167,64	—	—	—	4,77(?)	$6,5 \cdot 10^{-4}$

II. ВАЖНЕЙШИЕ СВОЙСТВА ХИМИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

1. *Неорганические соединения*

Пояснения к таблице

Кристаллические системы: I—правильная (кубическая), II—квадратная (тетрагональная), III—гексагональная, IIIa—ромбоэдрическая, IV—ромбическая, V—моноклиническая, VI—триклиническая

Сокращения: ам. — аморфный, дим. — диморфный, ж. — жидкий, т. — температура, т. пр. — температура превращения, возг. — возгоняется, разл. — разлагается, хол — холодный, гор. — горячий.

Сокращения в столбце 8: р. — растворяется, нер. — не растворяется, х. р. — хорошо растворяется, тр. р. — трудно растворяется, оч. тр. р. — очень трудно растворяется; в. — вода; сп. — спирт, эф. — эфир, см. — смотри. Запись р. 10 : 25,0 означает: при температуре 10° 25,0 *г* безводного вещества растворяются в 100 *г* растворителя.

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (*D*)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (*г* безводн. вещ. в 100 *г* растворителя). Реакции
Азот							
— закись, веселящ. газ	N_2O	44,02	Бесцв. газ	ж. : 1,226	— 90,7	— 88,7	1 об. в. раств. при 5° 1,048 об.
— окись	NO	30,01	Бесцв. газ	ж. : 1,27	— 163,7	— 151,8	1 об. в. раств. при 0° 0,0738 об. NO; р.: в растворе $FeSO_4$; тр. р.: H_2SO_4
— двуокись	$N_2O_4 \rightleftarrows 2NO_2$	92,02	Бурый (NO_2); Бесцв. ж. (N_2O_4)	ж. (0°) : 1,48	— 10	21,2	разл. водой; р.: конц. H_2SO_4
— трехокись	N_2O_3	76,02	Синий ж.	1,45	— 102	разл. — 10°	р. хол. в. (с син. окр.); раствор разл.
— пятиокись	N_2O_5	108,02	Бесцв., IV	1,63	30	45—50	см. HNO_3
— азотная кислота ($1{,}3H_2O$)	HNO_3	63,02	Бесцв., ж.	1,53	— 41,3	86 разл.	∞ р : в; р : эф; разл сп.
Алюминий							
— гидроокись	$Al(OH)_3$	77,99	Бел. ам., V	2,423	—	—	р. 20 : $1{,}5 \cdot 10^{-4}$; р : с. кисл., щел.
— сернокислый	$Al_2(SO_4)_3$	342,15	Бел.	2,71	—	—	р. : в.
— сернокисл. гидрат	$Al_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$	666,42	Бесцв., V	1,62	—	—	р. 10 : 25,1; р. 80 :42,2
— сернокислый дв. соль	$AlNH_4(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$	453,40	Бесцв., I	1,64	—	—	р. 20 : 6,19
— сернокислый (квасцы)	$AlK(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$	474,45	Бесцв., I	1,751	—	—	р. 15 : 4,80
— фтористый	AlF_3	83,97	Бесцв., IIIa	2,88	1291	—	тр. р. : в., с. кисл., щел.
— фтористый дв. соль	$AlNa_3F_6$	209,97	Белый, V	2,95	~ 1000	—	не р. : в.; разл : щел.
— хлористый	$AlCl_3$	133,35	Бесцв., III	2,41	190 (2,5 *атм*)	183	х. р. : в.
Аммиак	NH_3	17,032	Бесцв. газ	ж. 0° : 0,638	— 77,7	— 33,4	х. р. : CH_3OH, сп. и т. п.
Аммоний							
— азотнокислый	NH_4NO_3	80,05	Бесцв., IV, IIIa, I	1,73	т. пр. 32; 84; 125; т. пл. 165	разл. 200	р. 12 : 60; р. сп. 20,5 : 3,7
— сернокисл. кислый	$(NH_4)HSO_4$	115,13	Бесцв., IV	1,81	147	490	р.? : 50; тр. р. : сп.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безводн. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Аммоний							
— сернокислый средний	$(NH_4)_2SO_4$	132,15	Бесцв., IV	1,77	513	разл.	р. 10 : 42,2; р. 100 : 50,8; тр. р. : сп.
— углекислый средний	$(NH_4)_2CO_3 \cdot H_2O$	114,1	Бесцв.	—	—	т. разл. 58	р. 15 : ~ 50; разл. : сп.
— углекислый продажный (содерж. карбаминовокислый аммоний 50%)	$(NH_4)HCO_3 + NH_4CO_2NH_2$	157,11	Бел. крист.	—	—	т. возг. 60	р. 15 : ~ 20; р. 65 : ~ 40 сп. раств. карбаминовокислый аммоний
— фтористый средний	NH_4F	37,04	Бесцв., III	—	—	возг.	р. 0 : 50; тр. р. : сп.
— фтористый кислый	NH_4HF_2	57,05	Бесцв., IV	1,21	—	—	р. : хол. в.; х. р. : гор. в.
— хлористый	NH_4Cl	53,50	Бесцв., I, дим.	1,53; D 350°: 1,01	т. пр. 184	т. возг. 335	р. 10 : 25,0; р. 100 : 43,6; р. сп. 17 : 0,67
Барий							
— азотнокислый	$Ba(NO_3)_2$	261,4	Бесцв., I	3,24	592	—	р. 10 : 6,5; р. 100 : 25,5; не р. : сп.
— едкий	$Ba(OH)_2 \cdot 8H_2O$	315,5	Бел., II	1,66	Непост. 78	—	р. 10 : 2,17; р. 78 : 48,65; тр. р. : сп.
— окись	BaO	153,4	Бел., I, III	(I) 5,72	Оч. выс.	—	При раств. пол. $Ba(OH)_2$
— перекись	BaO_2	169,4	Бел., ам.	(III) 5,32	Разл. при кр.	—	разл. водой
— сернокислый	$BaSO_4$	233,5	Бел., IV, V	4,96	калении	—	
— углекислый	$BaCO_3$	197,4	Бел., IV, III, I	4,5	т. пр. 1150; т. пл. 1580	—	р. 18 : $2,3 \cdot 10^{-4}$; р. 100 : $3,9 \cdot 10^{-4}$
— хлористый	$BaCl_2 \cdot 2H_2O$	244,4	Бесцв., IV	4,3	т. пр. 811; 982; т. пл. ~ 1740	—	р. 13 : $1,62 \cdot 10^{-3}$; р. 25 : $3,5 \cdot 10^{-3}$; не р. : сп.
Бериллий				3,10	(безв.) 960	—	р. 10 : 25,0; р. 100 : 37,0; не р. : сп.
— окись	BeO	25,02	Бел., III	3,06	~ 2500	—	не. р.: в.; р. : с. кисл., щел.
— хлористый	$BeCl_2 \cdot 4H_2O$	152,0	Бел., V	(безв.) 1,90	(безв.) 404	возг.	х. р. : в., сп., эф.
Бор							
— окись	B_2O_3	69,64	Бесцв., ам.	1,84	577	—	С водой переходит в борную кислоту; р. : сп.
— борная кислота (орто) (OH_2O)	H_3BO_3	61,84	Бесцв., VI	1,46	Разл. при нагревании	—	р. 0 : 2,59; р. 100 : 28,1; р. : сп., глицер.

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (*D*)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (*г* безвод. вещ. в 100 *г* растворителя). Реакции
Бром							
— бромистый водород	HBr	80,93	Бесцв. газ	2,16	— 86,0	— 68,7	1 об. в. раств. 580 об. (10°),— 345 об. (100°); р. : сп.
Ванадий							
— (5) пятиокись	V_2O_5	182,0	Желт.-кр., IV	3,32	658	—	р. ср. : 0,5 · 10^{-2}; р. : щел.
Водород							
Вода	H_2O	18,016	Бесцв., III, полим.	тв. (0°) : 0,9168 ж. (0°) : 1,465	0	100	∞ р. : сп.
— перекись	H_2O_2	34,016	Бесцв., ж.	— 0,89		(47 *мм*) 80,2	∞ р. : в.; р : эф.
Вольфрам							
— (4) окись	WO_2	216,0	Бур., I	12,11	—	—	не р. : в., с. кисл., щел.
— (6) окись — вольфрамовая кислота	WO_3	232,0	Желт., ам. или IV	6,84	1473	—	не р. : в., с. кисл.; р. : щел., HF
Германий							
— (4) окись	GeO_2	104,60	Бел., IV (?) (полим.?)	3,64	1115	—	р. 20 : 0,40; р. 100 : 1,04; р. различна, в зависимости от способа получения
— (4) хлористый	$GeCl_4$	214,44	Бесцв., ж.	1,88	— 50	83	разл. водой с образ. GeO_2
Гидразин (диамид)	N_2H_4	32,05	Бесцв., ж.	1,011	+ 1,4	113,5	оч. р. : в., сп.
Гидроксиламин	NH_3OH	33,03	Бесцв., крист.	1,204	33,05 (разл.)	(60 *мм*) : : 70	оч. р. : в., метил и этил. сп.; оч. тр. р. : эф., хлороф., CS_2, бензине
— хлористый	$NH_3OH \cdot HCl$	69,50	Бесцв., V	1,67	151	разл. при нагреван.	р. 17 : ~ 45; р. : метил. сп.; тр. р. : этил. сп.; не р. : эф.
Железо							
— (2) закись	FeO	71,84	Черн.	5,7	1377	—	р. : с. кисл.
— (2,3) закись-окись (магнетит)	Fe_3O_4	231,52	Черн., I	5,16	1527	—	не р. : в.; тр. р. : с. кисл.
— квасцы (NH_4)	$Fe(NH_4)(SO_4)_2 \times 12H_2O$	482,21	Св.-фиолет., I	1,71	—	—	р. ср. : 14; не р. : сп.
— (3) окись (гематит)	Fe_2O_3	159,68	Кр., ам., IIIa	5,1—5,2	1565	—	не р. : в.; после прокал. не р. : с. кисл.
— сернистое	FeS	87,91	Черн., III	4,84	1170—97	—	не р. : в.; р. : с. кисл.
— сернистое (пирит, марказит)	FeS_2	119,98	Желт. пирит., I (с таб.), марказит, IV (не стаб.)	4,86 (м) 5,03 (п)	—	—	не р. : в. и разб. с. кисл.

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (*D*)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (*г* безвод. вещ. в 100 *г* растворителя). Реакции
Железо							
— (3) серно-кислое (соль окиси) (10, 9, 3 H_2O)	$Fe_2(SO_4)_3$	399,89	Желт., IV	3,10	—	—	р. : в. (гидр.); не р. : конц. H_2SO_4
— (2) сернокислое, дв. соль (NH_4) (соль Мора)	$Fe(NH_4)_2(SO_4)_2 \times 6H_2O$	392,16	Св.-зел., V	1,87	—	—	р. 0 : 10,8; р. 75 : 36; не р. : сп.
— (2) хлористое (4—2 H_2O)	$FeCl_2$	126,76	Бесцв., III	2,99	—	—	оч. р. : в., сп.
— (3) хлорное (6—$3^1/_2$—$2^1/_2$—2 H_2O)	$FeCl_3$	162,22	Сер.-черн., III	2,80	302	—	р. : сп., эф.; р. : ацетон 18 : 38,6
— (2) цианистое (дв. соль K) (желтая кровяная соль)	$K_4[Fe(CN)_6]\cdot 3H_2O$	422,34	Желт., V	1,93	—	—	р. 20 : 19,7; р. 75 : 39,0; тр. р. : сп.
— (3) цианистое (дв. соль K) (красная кровяная соль)	$K_3[Fe(CN)_6]$	329,19	Кр., V	1,85	—	—	р. 13 : 27,5; р. 100 : 43,7; тр. р. : сп.
— (3) цианистое (дв. соль) (нитро-прусид натрия)	$Na_2[Fe(CN)_5\cdot NO] \times 2H_2O$	297,92	Кр., IV	1,71	—	—	р. ср. : 25; р. : сп.
Золото							
— (3) золото-хлористо-водородная кислота	$AuHCl_4\cdot 4H_2O$	412,11	Св.-желтые иглы	—	—	—	оч. р. : в., сп.
Иод							
— иодноватый водород	HJ	127,93	Бесцв. газ	*D* : 4,38 ж. : 2,799 4,629	— 50,8	— 35,7	1 об. воды раств. при 10° ~ 425 об. HJ; р. : сп.
— иодноватая кислота	HJO_3	175,93	Бесцв., IV дим.	прибл. при 200° J_2O_5	—		р. 0 : 70,3; р. 100 : 80,8; тр. р.: HNO_3, безв. HF, сп.
Кадмий							
— азотнокислый гидрат (4H_2O)	$Cd(NO_3)_2\cdot 4H_2O$	308,5	Бесцв.; пирам.	2,46	60; анг. ~ 350	—	р. 0 : 52,3; р. 60 : 76,6; р. : сп.
— окись	CdO	128,4	Бурый, I	8,15	дисс. ~ 900	1390	тр. р. : в.
— сернистый	CdS	144,5	Желт., III	4,8	(Давл.) ~ 1750	—	р. 18 : 1,3 $\cdot 10^{-4}$; р. : с. кисл.; не р. : сп.
— сернокислый (7—8/3 — 1H_2O)	$CdSO_4$	208,5	Бесцв., IV	4,69	1000	—	не р. : сп.
— хлористый (4, $2^1/_2$, 1H_2O)	$CdCl_2$	183,3	Бесцв., лист.	4,05	568	~ 900	оч. р. : в.; р. сп. 15,5 : 1,5

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (*D*)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (*г* безвод. вещ. в 100 *г* растворителя). Реакции
Калий							
— азотнокислый	KNO_3	101,11	Бесцв., дим., IIIa IV	2,10	т. пр. : 127,8; т. пл. : 336	—	р. 0 : 11,6; р. 20 : 24; р. 100 : 71,1; оч. тр. р. : сп.
— бромистый	KBr	119,02	Бесцв., I	2,756	728	1380	р. 20 : 30,4; тр. р. : сп.; р. : глиц.
— едкий (4—2—1—0 H_2O)	KOH	56,11	Бел., крист.	2,12	(безв.): + 360,4	1324	($2H_2O$) : р. 8,8 : 50,47; р. 32,8 : 56,72; ($1H_2O$) : р. 49 : : 58,52; р. : сп.
— иодистый	KJ	166,02	Бесцв., I	3,115	~ 680	От 1319 до 1330	р. 20 : 59,1; р. сп. 25 : 1,92; р. мет. сп. 0 : 12,95
— марганцевокислый	$KMnO_4$	158,03	Черн.-кр., IV	2,703	разл. > 200	—	р. 0 : 2,75; р. 25 : 7,6; оч. р. : мет. сп., лед, укс. кисл., ацетоне
— сернокислый средн.	K_2SO_4	174,27	Бесцв., дим., III, IV	2,67	т. пр. 582 т. пл. 1067	—	р. 0 : 6,9; р. 20 : 10; р. 100 : 19,4; не р. : сп.
— сернокислый кислый (бисульфат) (11—1 H_2O)	$KHSO_4$	136,18	Бесцв., дим., IV, V	2,36	210	разл. с образ. $K_2S_2O_7$	р. 0 : 25,3; р. 100 : 53,2
— сернокислый пиро-	$K_2S_2O_7$	254,34	Бесцв., крист.	2,28	> 300	—	р. : в.
— углекислый поташ (OH_2O)	K_2CO_3	138,20	—	$0H_2O$: 2,29	—	—	р. 25 : 53,2; р. 100 : 60,9; не р. : : конц. NH_3, сп.
— углекислый кисл.	$KHCO_3$	100,11	Бесцв., V	2,17	разл. при 200°	—	р. 20 : 24,9; р. 60 : 37,5
— фтористый средн. ($2H_2O$)	KF	58,10	Бесцв., I	2,369	846	1505	($2H_2O$) : р. 18 : 48,0; не р. : сп.
— фтористый кисл.	KHF_2	78,11	Бесцв., II	—	—	—	р. : в.; оч. тр. р: раств. HF, сп.
— хлористый (сильвин)	KCl	74,56	Бесцв., I	1,989	~ 768	1415	р. 20 : 25,6; тр. р. : сп.; р. : глиц.
— хлорноватокислый	$KClO_3$	122,56	Бесцв., V	2,344	370	разл.	р. 20 : 6,78; р. 100 : 35,9
— хромовокислый средн.	K_2CrO_4	194,21	Желт., IV (дим.)	2,74	т. пр. : 670; т. пл. : 975	—	р. 20 : 38,6; р. 100 : 44,2; не р. : сп.
— хромовокислый пиро-	$K_2Cr_2O_7$	294,22	Кр.-желт., V, VI, VI	2,70	т. пр. 236; т. пл. 395	—	р. 20 : 11,6; р. 100 : 50,5; не р. : сп.
— цианистый	KCN	65,11	Бесцв., I	1,56	623,5	—	оч. р. : в. (гидролиз); не р. : сп.; тр. р. : метил. сп.
Кальций							
— азотнокислый ($4H_2O$)	$Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$	236,13	Бесцв., V	1,82; (анг.) 2,4	42,5 (анг.) 561	—	р. 18 : 54,8; р. 42,5 : 69,5
— едкий ($0H_2O$)	$Ca(OH)_2$	74,09	Бел., III, ам.	2,08; кр. 2,24	разл. при нагр.	—	р. 15 : 0,13; р. 95 : 0,058; р. : с. кисл., глиц. + H_2O

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Кальций							
— кремнекислый (мета)	$CaSiO_3$	116,13	Белый, V, диморф.	2,92	1510	—	не р. : в., с. кисл.
— окись	CaO	56,07	Бесцв., I, ам.	3,2—3,4	2572	—	см. едкий
— перекись	CaO_2	72,07	Бел.,	—	разл. при нагр.	—	тр. р. : в.; р. : с. кисл.
— сернокислый (ангидрит)	$CaSO_4$	136,14	Бесцв., IV, V	2,97	т. пр. 1193; т. пл. 1450	—	См. гидрат
— сернокислый гидрат (гипс)	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	172,16	Бесцв., V	2,32	—	—	р. 10 : 0,19; не р. : сп.
— углекислый	$CaCO_3$	100,07	Бел., IIIa, IV	(IIIa) : 2,71	1339 (1025 атм.)	—	(IIIa) р. 18 : $1,3 \cdot 10^{-3}$; (IV) р. 18 : $1,5 \cdot 10^{-3}$
— углеродистый (карбид)	CaC_2	64,07	Бесцв. крист.	2,22	2300	—	С водой дает C_2H_2
— фтористый (флюорит)	CaF_2	78,07	Бесцв., I	3,16	1378	—	р. 15,5 : $3,7 \cdot 10^{-3}$; р. : с. кисл.
— хлористый (6, 4, 2, 1 H_2O)	$CaCl_2$	110,99	Бел., крист.	2,15	774	—	см. гидрат; р. сп. 20 : 19,7; р. : мет. сп.
Кислород							
— озон	O_3	48	Бесцв. газ, син. жидк.	—	— 251,5	— 112	1 об. в. при 0° раств. 0,49 об. O_3 (разл.); р. : CCl_4, $CHCl_3$
Кобальт							
— (2) азотнокислый гидрат	$Co(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	291,08	Кр., V	1,87	т. пр. $3H_2O$: 55°	—	р. 18 : 49,7
— (2) закись	CoO	74,97	Сер.-зел. или кор., I	6,3	1935	—	не р. : в.; р. : с. кисл.
— (3) окись	Co_2O_3	165,94	Кор.	5,18	разл. при нагр.	—	р. : с. кисл. (с образ. закиси солей)
— (2) хлористый-закисная соль (6—4—2—1½—1H_2O)	$CoCl_2$	129,89	Син., крист.	3,348	возг.	—	р. ср. сп. : 36,0; р. ср. эф. : : 0,021; р. в ацетоне 18 : 2,67
Кремний							
— карбид, карборунд	SiC	40,06	Бесцв., IIIa, III	3,12	—	—	не р. : в., с. кисл., царск. водке, щел.
— окись (ангидрид кремневой кислоты)	SiO_2	60,06	Бесцв., ам.	2,20	—	2590	р. : щел., HF, не р. : в., с. кисл.
— окись, кварц	SiO_2	60,06	Бесцв., III, III, гем.	2,65	т. пр. 573 т. пл. 1470	2590	не р. : щел.; р. : HF
— окись, кристобалит	SiO_2	60,06	Бесцв., II, I	2,32	1710	2590	Как у кварца
— окись, тридимит	SiO_2	60,06	Бесцв., IV, III	2,31	1670	2590	Как у кварца

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (*D*)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (*г* безвод. вещ. в 100 *г* растворителя). Реакции
Литий							
— хлористый (1, 2, $3H_2O$)	$LiCl$	42,40	Бесцв., I	2,038	606	1382	р. 25 : 45,0; р. сп. 25 : 2,48; р. метил. сп.; 1 : 5,2; р. ацет. 25 : 3,94
Магний							
— едкий	$Mg(OH)_2$	58,34	Бесцв., IIIa	2,36	—	—	р. 18 : $8,4 \cdot 10^{-4}$; р. 100 : 4×10^{-3}; р. : с. кисл.
Марганец							
— (4) двуокись (перекись, пиролюзит)	MnO_2	86,93	Сер.-черн., дим., IV, II	5,03	дисс. выше 530°	—	не р. : в.; HCl разл. с. образ. Cl_2
— (2) закись	MnO	70,93	Сер., ам. или I	5,4	—	—	не р. : в.; р. : с. кисл.
— (3) окись	Mn_2O_3	157,86	Черн., II	4,3—4,8	< 940 Mn_3O_4	—	не р. : в.; разл. с. кисл. при нагр.
— (2,3) окись (гаусманит)	Mn_3O_4	228,79	Кр.-кор. или черн., ам. или II	4,3—4,9	1705	—	не р. : в.; р. : с. кисл.
— (2) сернокислый гидрат	$MnSO_4 \cdot 7H_2O$	277,11	Роз., дим. { V IV	$4H_2O$: 2,1 $0H_2O$: 3,2	(безв.) : 700 т. пр. ($2H_2O$) : 58	—	($7H_2O$) : р. 0 : 34,7; ($5H_2O$) : р. 25 : 39,3, не р. : сп.
— (2) хлористый гидрат	$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	197,91	Роз., V (дим.)	2,0	(безв.) : 650	—	р. 8 : 38,3; р. 50 : 49,5; оч. р. : сп.
Медь							
— (2) азотнокислая гидрат (9—6—3 H_2O)	$Cu(NO_3)_2 \cdot 3H_2O$	241,63	Гол., крист.	2,05	—	—	($6H_2O$) : р. 0 : 45,0; ($3H_2O$) : р. 40 : 61,5; р. 80 : 67,5
— (1) закись	Cu_2O	143,14	Кр., I	5,88	> 1200, т. пр. 56	—	не р. : в.; р. : с. кисл., NH_3, NH_4 — сол. раств.
— (2) окись	CuO	79,57	Черн., VI	6,40	1148	—	не р. : в., сп.; р. : с. кисл., NH_3; раств. NH_4-солей
— (1) сернистая (соль закиси)	Cu_2S	159,21	Гол., дим., I и IV	5,78	1130	—	р. 18 : $4,94 \cdot 10^{-5}$; оч. тр. р. : HCl, щел.
— (2) сернистая (соль окиси)	CuS	95,64	Чер., ам.	4,65	дисс. при т. красн. кал.	—	р. 18 : $3,36 \cdot 10^{-5}$; не р. : щел. р. : раств. KCN
— (2) сернокислая гидрат	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	249,72	Гол., VI или V	2,29	при 258° стан. безв.	—	р. 25 : 18,7; р. 50 : 25,10; р. сп. 3 : 2,4; р. метил. сп. 18 : 13,5
— углекислая осн. (малахит)	$CuCO_3 \cdot Cu(OH)_2$	221,16	Сер., V или ам.	3,85	разл. при 200°	—	не р. : в., пиридине; р. : раств. NH_4 — солей, NH_3
— (2) хлорная	$CuCl_2$	134,49	Желт., крист.	3,39	620	—	р. сп. 0 : 31,9; р. : метил. сп.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Молибден							
— (6) окись (молибденовый ангидрид)	MoO_3	144,00	Бел., IV	4,5—4,7	795	—	р. ср. : 0,002; р. : с. кисл., щел.
— (4) сернистый (молибденовый блеск)	MoS_2	160,14	Черн., III	4,6—4,8	1185	—	не р. : в., с. кисл., щел.; р. : в царск. водке, гор. конц. H_2SO_4
Мышьяк							
— двусернистый (реальгар)	As_2S_2	214,05	{Кр., V; Черн. } дим. энант.	3,51 3,20	т. пр. 267 т. пл. 320	565	не р. : в., разб. с. кисл.; р. : серн. соед., щел.
— трехсернистый (аурипигмент)	As_2S_3	246,13	Желт., V; Желт., ам.	3,46	310	707	р. 18 : 5,17 · 10^{-5}; р. : щел.
— пятисернистый	As_2S_5	310,27	Желт.	—	легко пл.	дисс. 500	р. 0 : 1,4 · 10^{-5}; не р. : в., разб. с. кисл.; р. : щел.
— (3) треххлористый	$AsCl_3$	181,34	Бесцв. ж.	2,16	— 13	130	разл. : в.; р. : HCl
— мышьяковая кислота (орто)	$H_3AsO_4 \cdot \frac{1}{2} H_2O$	151,0	Бесцв., крист.	—	не пост.	—	р. 0 : 81,0; р. 100 : 94,4
— мышьяковая кислота (мета)	$HAsO_3$	123,97	Бел., крист.	—	разл. при т. красн. кал.	—	при раств. в воде образует H_3AsO_4
— мышьяковая кислота (пиро)	$H_4As_2O_7$	265,96	Бесцв., крист.	—	—	—	при раств. в воде образует H_3AsO_4
— мышьяковистый водород	AsH_3	77,98	Бесцв. газ	D 2,695	— 114	— 55	1 об. раств. в 5 об. хол. воды
Натрий							
— азотнокислый	$NaNO_3$	85,01	Бесцв., IIIa	2,25	308	—	р. 0 : 42,2; р. 100 : 64,4; оч. тр. р. : сп.
— борнокислый тетрагидрат (бура)	$Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$	381,43	Бесцв., V	1,72 безв. 2,37	безв. 741	—	р. 10 : 1,58; ($5H_2O$) : р. 65 : 18,0; не р. : сп.
— бромистый (0, 2, 5 H_2O)	$NaBr \cdot 2H_2O$	138,95	Бесцв., V	2,18; безв. : 3,2	т. пр. 51; (безв.) т. пл.: 740	1395	р. 0 : 44,3; ($0H_2O$) : р. 100 : 54,8; тр. р. : сп.
— едкий (1, 2, $3^1/_2$ H_2O)	NaOH	40,01	Бел., дим.	2,02 $1H_2O$: 1,83 $0H_2O$: 4,25	(безв.) : 318	1388	($3\frac{1}{2} H_2O$) : р. 7 : 32,97; ($1H_2O$) : р. 18 : 51,7; ($0H_2O$) : р. 80 : 75,83
— иодистый гидрат	$NaJ \cdot 2H_2O$	185,95	Бесцв., V	2,45 : $0H_2O$: : 3,7	безв. : 661,4	1300	р. 0 : 61,3; р. 60 : 72; ($0H_2O$) : р. 100 : 75,3
— кремнекислый ($9H_2O$)	Na_2SiO_3	122,06	Бесцв., крист. или ам.	2,4	1088	—	оч. р. : в. (гидролиз); не р. : сп.
— перекись ($8H_2O$)	Na_2O_2	78,0	Желтов.	—	—	—	оч. р. : в. (разл.); не р. : сп.
— сернистый (норм.)	$Na_2S \cdot 9H_2O$	240,21	Бесцв., II	(безв.) : 1,86	—	—	р. 10 : 13,36; р. 45 : 24,19; ($6H_2O$) : р. 90 : 36,42; р. : сп.

продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Натрий							
— серноватистокислый ($5H_2O$)	$Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$	248,22	Бесцв., V (триморф.)	1,73	т. пр. ($2H_2O$) 48	—	р. 20 : 41,17; ($2H_2O$) : р. 100 : 72,68
— сернокислый гидрат	$Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$	322,23	Бесцв., V	1,46	т. пр. 32,4	—	р. 0 : 4,2; р. 30 : 29,1
— сернокислый перв. гидрат	$NaHSO_4 \cdot H_2O$	138,09	Бесцв. (безв.) VI	$0H_2O$: 2,74	—	—	оч. р. : в.
— углекислый (кисл.) перв.	$NaHCO_3$	84,01	Бесцв., V	2,21	разл. при нагр.	—	р. 0 : 6,45; р. 60 : 14,09
— углекислый втор. ($10,1\ H_2O$)	Na_2CO_3	106,00	Бесцв.	2,5	852	—	См. гидрат
— углекислый втор. гидрат (сода)	$Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$	286,16	Бесцв., V	1,5	т. пр. → $7H_2O$	—	р. 0: 6,63; р. 20 : 17,6; ($7H_2O$) : р. 31,85 : 31,5
— хлористый ($2H_2O$)	NaCl	58,46	Бесцв., I	2,17	800	14 0	р. 20 : 26,39; р. 100 : 28,15
— хлорноватокислый	$NaClO_3$	106,46	Бесцв., I, IIIa, IV	2,50	248	—	р. 0 : 45,1; р. 100 : 67,1
— хромовокислый норм. ($10, 6, 4\ H_2O$)	$Na_2CrO_4 \cdot 10H_2O$	342,17	Желт., V	1,5 $0H_2O$: 2,72	$10H_2O$: 21 т. пр. ($4H_2O$) : 70	—	р. 0 : 24,1; ($4H_2O$) : р. 50 : : 51,2; ($0H_2O$) : р. 100 : 55,8.
— хромовокислый дву- (пиро)	$Na_2Cr_2O_7 \cdot 2H_2O$	298,05	Кр.-желт., V	2,5	безв. : 320	—	р. 0 : 62; р. 80 : 79,4
Никель							
— (2) азотнокислый гидрат	$Ni(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	290,79	Зел., V	2,05	($3H_2O$) : 95	—	р. 0 : 44,3; р.: сп.
— (2) сернокислый гидрат	$NiSO_4 \cdot 7H_2O$	280,86	Зел., IV, V	1,98	т. пр. → → $6H_2O$: 31,5	—	р. 0 : 21,4; ($6H_2O$) : р. 99 : 43,4; р. : NH_3
— (2) хлористый ($6, 4\ H_2O$)	$NiCl_2$	129,160	Желт., крист.	2,56	возг. при нагр.	—	См. гидрат; р. : NH_3, сп.
— (2) хлористый гидрат	$NiCl_2 \cdot 6H_2O$	237,70	Зел., V	—	—	—	р. 10 : 37,5
Олово							
— (4) окись (оловянный камень)	SnO_2	150,7	Бел., II, III, IV	6,75	1127 (?) [Т. субл. ~ 1000]	—	не р. : в.; с. кисл.
— (4) четырехсернистое (сусальное золото)	SnS_2	182,84	Золото-желт., III	4,51	—	—	р. 18 : $1,46 \cdot 10^{-5}$; (ам.) р. : с. кисл., щел., желт. $(NH_4)_2S$
— (2) хлористое гидрат (оловянная соль)	$SnCl_2 \cdot 2H_2O$	225,64	Бесцв., V	2,70	безв. : 241	безв. : : 603,25	р. 0 : 45,6; р. 15 : 73,0; р. : сп., эф.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Олово							
— (4) хлорное двойная соль (NH_4) (розапинкзальц)	$Sn(NH_4)_2Cl_6$	367,52	Белый, I	2,51	возг.	—	р. 14.5 : 25; конц. раств. кипит, не разл.
Палладий							
— (2) хлористый	$PdCl_2 \cdot 2H_2O$	213,65	Кр.-бур. крист.	—	—	—	оч. р. : в., с. кисл.
Платина							
— (4) хлороводородная кислота	$(PtCl_6)H_2 + 6H_2O$	518,07	Желт.-кор., крист.	—	—	—	р. : в., сп. эф.
Радий							
— бромистый	$RaBr_2$	385,84	Бесцв., V	5,79	—	—	р. 20 : 44
Ртуть							
— (1) азотнокислая (соль закиси)	$HgNO \cdot 1H_2O$	280,62	Бесцв., V	4,79	—	—	р. : в. (гидролиз); р. : разб. HNO_3
— (2) азотнокислая (соль окиси)	$Hg(NO_3)_2 \cdot \frac{1}{2} H_2O$	333,62	Бесцв., крист.	$0H_2O$: 4,3	(безв.) : 79	—	оч. хор. р. : в. (гидролиз)
— (1) однохлористая (каломель)	Hg_2Cl_2	472,12	Бел., II	7,15	543	383,2	р. 18 : $2,1 \cdot 10^{-4}$; р. 43 : $7,0 \times 10^{-4}$; р. : бенз., пирид.
— (2) двухлористая (сулема)	$HgCl_2$	271,52	Бесцв., IV (дим.)	5,42	275	301	р. 20 : 6,89; р. : сп., эф., ацет.
Рутений							
— (3) хлористый	$RuCl_3$	208,03	Кор.-желт. крист.	—	дисс. при нагр.	—	оч. хор. р. : в.; р. : сп., разл. щел.
Свинец							
— (2) азотнокислый	$Pb(NO_3)_2$	331,2	Бесцв., I, V	4,5	разл. начиная с ~ 200°	—	р. 10 : 30,8; р. 100 : 56; р. сп. (45%) 22 : 8,1
— (2) гидроокись	$Pb(OH)_2$	241,2	Бел., ам.	—	разл. при нагр.	—	оч. тр. р. : в.; р.; с. кисл., щел.
— (2) окись (свинцовый глет)	PbO	223,2	Желт., IV; Кр., III	Желт., 9,5 Кр., 9,3	880; т. пр. в желт. : 590	1470	р. 20 : $1,7 \cdot 10^{-2}$; р. : с. кисл., щел.
— (2, 4) окись (сурик)	Pb_3O_4	685,6	Кр. призм.	9,07	дисс. при нагр.	—	не р. : в.; разл.: HNO_3 и щел.
— (4) окись (ангидрид)	PbO_2	239,2	Бур., крист.	(крист.): 9,5	дисс. при нагр.	—	оч. тр. р. : в.; тр. р. : с. кисл.
— (2) сернистый	PbS	239,3	Черн., I	7,1 : (крист. 7,5)	1110	—	(осажд.) : р. 18 : $8,6 \cdot 10^{-5}$; (крист.) р. 18 : $2,8 \cdot 10^{-5}$
— (2) сернокислый	$PbSO_4$	303,3	Бел., IV, V	6,06	т. пр. : 850; т. пл.: ~ 1100	—	р. 17 : $4,0 \cdot 10^{-3}$; р. 33 : $4,4 \times 10^{-3}$; р. : щел.; не р. : сп.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность пароз (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Свинец							
• — (2) углекислый норм.	$PbCO_3$	267,2	Бесцв., IV	6,4—6,6	дисс. при 200°	—	р. 20 : 1,5 · 10^{-4}; не р. : сп.
— (2) углекислый, основная соль	$2PbCO_3 \cdot Pb(OH)_2$	775,6	Бел., ам.	—	дисс. ~ 180°	—	не р. : в., сп.
• — (2) хлористый	$PbCl_2$	278,1	Бесцв., IV	5,91 [1])	500	~ 900°	р. 15 : 0,91; р. 100 : 3,2
• — (4) четыреххлористый	$PbCl_4$	349	Желт., ж.	ж., 3,18	— 15	105 (разл.)	разл. : в.; р. : конц. HCl
Сера							
• — (4) двуокись (сернистый ангидрид)	SO_2	64,07	Бесцв. газ	ж., 1,46 ж., 1,92	— 72,7	— 10,0	оч. хор. р. : в. сп.
• — (6) трехокись (серный ангидрид)	SO_3	80,07	Бесцв., трим. [2]	(β) : (1,79)	(α) : + 16,8	44,6	∞ р. : в.
• — (2) хлористая	S_2Cl_2	135,06	Тем.-желт. ж.	ж., 1,68	— 80	138	медленно разл. : в.; р. : CS_2
Кислоты							
• — Серная кислота	H_2SO_4	98,09	Бесцв., III	ж., : 1,85	+ 10,49	338 (дисс.)	∞ р. : в.; органич. раствор.
• — серная кислота (пиро)	$H_2S_2O_7$	178,16	Бесцв., крист.	—	35	—	∞ р. : в.
— серная кислота гидрат	$H_2SO_4 \cdot H_2O$	116,10	Бесцв., V	ж. : 1,79	+ 8,62	[illegible]	∞ р. : в.
• — сернистый водород	H_2S	34,09	Бесцв. газ	ж. : 0,96	— 83	— 60,2	р. : в., сп.
Серебро							
• — азотнокислое	$AgNO_3$	169,89	Бесцв., IV, IIIa	4,35	т. пр. : 150,6 208,5	—	р. 0 : 53,5; р. 100 : 90,1; р. : сп.
• — бромистое	AgBr	187,80	Светложелт., ам. или I	6,47 (распл.)	422	—	р. 25 : 1,35 · 10^{-5}; р. 100 : 3,7 · 10^{-4}; тр. р. : NH_3 р. раств. $Na_2S_2O_3$
• — иодистое	AgJ	234,80	Желт., тримор., IIIa, I	5,68	т. пр. : 145,8 т. пл. : 552	—	р. 25 : 2,5 · 10^{-7}; р. ср. 10% NH_3 : 0,04; р. : раств. $Na_2S_2O_3$
• — сернистое (серебряный блеск)	Ag_2S	247,83	Черн., ам. или I	6,85 кр. 7,28	т. пр. : 178 т. пл. : ~ 840	—	р. 18 : 1,37 · 10^{-5}; не р. : NH_3; р. : раств. KCN
• — хлористое	AgCl	143,34	Бел., ам. или I	5,56	455	—	р. 21 : 1,54 · 10^{-4}; р. 100 : 2,17 · 10^{-3}; р. NH_3 (0,89) ср. : 7,15

[1]) Урановый хлористый свинец имеет удельный вес равный 5,88.
[2]) Кроме призматической формы (α) существуют две формы (β), плавящиеся при 32,5° и 62,2°.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Стронций							
— азотнокислый ($4H_2O$)	$Sr(NO_3)_2$	211,62	Бесцв., I	2,93	645	—	($4H_2O$) : р. 0 : 28,3; ($0H_2O$) ; р. 100 : 50,03; оч. тр. р. : сп.
— гидроокись (гидрат)	$Sr(OH_2)\cdot 8H_2O$	265,74	Бесцв., II	1,40; $0H_2O$: 3,63	—	—	р. 0 : 0,41; р. 100 : 22,68
— окись	SrO	103,6	Бел., ам. или I	4,5	2430	—	р. : в. (см. гидроокись), с. кисл.; не р. : ацет.
— перекись гидрат	$SrO_2\cdot 8H_2O$	263,73	Бесцв., крист.	—	$0H_2O$: темп. красн. кал.	—	оч. тр. р. : в., щел.; р. : с. кисл.
— сернокислый (целестин)	$SrSO_4$	183,67	Бесцв., IV, V(?)	3,7—3,9	т. пр. : 1182	—	р. 18 : $11,4\cdot 10^{-3}$; р. 97 : $17,9\cdot 10^{-3}$; не р. : сп.
— углекислый	$SrCO_3$	147,6	Бесцв., IV, III	3,62	т. пл. : ~ 1600 1497	—	р. с. : $1,0\cdot 10^{-3}$; р. : раств NH_4-солей
— хлористый гидрат	$SrCl_2\cdot 6H_2O$	266,62	Бесцв., IIIa	1,96 $0H_2O$: 3,05	(безв.) : 870	—	р. 0 : 30,6; ($2H_2O$); р. 100 : 50,5; р. сп. 6 : 3,7
Сурьма							
— винно-каменнокислая (рвотный камень)	$SbO\cdot(C_4H_4O_6K)\times\times\frac{1}{2}H_2O$	333,8	Бесцв., IV	2,60	разл. при нагр.	—	р. 21 : 7,3; р. 100 : 26,3; не р. : сп.
— сурьмяная кислота (орто)	$Sb(OH)_3$	172,8	Бел., ам.	—	—	—	не р. : в., сп.; р.: кисл., щел.
— сурьмяная кислота [1])	$Sb(OH)_5\cdot xH_2O$	—	Бел., ам.	—	—	—	р. или тр. р. в воде в зависим. от способа приготовления; р. : щел.
— (3) трехсернистая	Sb_2S_3	339,8	Оран. или кр. ам. фиол. черн., IV	4,12 4,28 4,65	548	Перег. без разл.	р. 18 : $1,7\cdot 10^{-4}$; р. : HCl, NH_4HS
— (5) пятисернистая	Sb_2S_5	404,0	Оран., ам.	—	—	—	не р. в.; р. : щел., NH_4SH
— (3) трехфтористая	SbF_3	178,8	Бесцв., IV; дим.	4,38	292	—	р. 20 : 81,6; р. 30 : 84,9
— (3) трехлористая	$SbCl_3$	228,2	Бесцв., IV	3,06	73,2	219	р. : немного в., конц. HCl; много в. — разл.
— (5) пятихлористая	$SbCl_5$	299,1	Бесцв., ж.	2,33	4,0	(68) : 10^2	разл. в.; р. : конц. HCl, винн. кисл.
Титан							
— (4) гидроокись (титановая кислота)	TiO_3H_2	98,12	Бел., ам. или крист.	—	—	—	не р. : в.; оч. тр. р. : с. кисл.; р. : гор. конц. H_2SO_4, щел.

[1]) Соли сульфо- и оксикислот, см. K и Na.

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность паров (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100г растворителя). Реакции
Титан							
— (4) окись (рутил. анатас, брукит)	TiO_2	79,9	Бел., II, III, IV	рутил: 4,26 анатас: 3,84	1560	—	не р.: в., с. кисл.
— (4) четыреххлорист.	$TiCl_4$	189,94	Бесцв., ж.	1,76	— 23	136,5	р.: HCl, сп.; разл.: в.
Уран							
— (4, 6) закись-окись	U_3O_8	842,6	От зел. до черн.	8,2	—	—	не р.: в.; р.: с. кисл.
Фосфор							
— фосфористая кислота	H_3PO_3	82,03	Бесцв., крист.	1,65	73,6	—	оч. р.: в., сп.
— фосфорноватистая кислота	H_3PO_2	66,03	Бесцв. крист.	1,49	+ 17,4	разл. при нагр.	оч. р.: в., сп., эф.
— фосфорная кислота (мета)	$(HPO_3)x$	80,05x	Бесцв., ам.	—	—	—	оч. р.: в.
— фосфорная кислота (орто)	H_3PO_4	98,03	Бел. или бесцв. дим., IV	1,88	бел. 41,75; бесцв. ~ 37	—	оч. р.: в.; р.: сп.
— фосфорная кислота (пиро)	$H_4P_2O_7$	178,11	Бесцв., стеклообр. или крист.	—	(крист.) 61	—	оч. р.: в.
— фосфорноватая кислота ($\frac{1}{2}$, 1 H_2O)	$H_2PO_3 \cdot H_2O$	99,07	Бесцв., IV	—	(безв.): 35	—	оч. р.: в
— (3) треххлористый	PCl_3	137,42	Бесцв., ж.	1,57	— 92	+ 76,6	разл.: в., с. кисл. и сп.; р.: эф., $CHCl_3$, CS_2
— (5) пятихлористый	PCl_5	203,34	Желтов., II	—	163 (давл.)	т. возг.: :140	разл.: в. и с. кисл., р.: CCl_4
Фтор							
— фтористый водород	HF	20,01	Бесцв., ж.	ж.: 0,987	— 92,3	+ 19,5	неогранич. раств.
Хлор							
— хлорноватая кислота (1 H_2O)	$HClO_3$	84,47	Только в раств.	—	—	—	—

Продолжение

Название	Формула	Молек. вес	Цвет и кристаллич. система	Уд. вес и плотность пароз (D)	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость (г безвод. вещ. в 100 г растворителя). Реакции
Хлор							
— хлорная кислота $(3, 2\frac{1}{2}, 2, 1\ H_2O)$	$HClO_4$	100,47	Бесцв., ж.	1,77	— 112	(56) + 39	($1H_2O$): р. 12 : 95,4; р. 45 : 89,2; р. : хлороф.
— хлористый водород	HCl	36,47	Бесцв. газ	D : 1,269; ж. 1,185	— 114 т. пр. — 175	— 85	1 об. в. р. при 0° : 507, при 60° 339 об.
Хром							
— квасцы (K)	$CrK(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$	499,4	Фиол., I	1,84	89 (не совпад.?)	—	р. 25 : 11,1; не р. : сп.
Цезий							
— хлористый	$CsCl$	168,3	Бесцв., I, диморфн.	3,99	645	3100	р. 10 : 63,5; р. 100 : 73,0; р. : сп.
Циан (дициан)							
— цианистый водород (синильная кислота)	HCN	27,02	Бесцв., ж.	(ж.) : 0,691	— 13	+ 26,5	∞ р. : в., сп., эф.
Цинк							
— окись	ZnO	81,37	Бел., ам. или III	ам. : 5,42, III : 5,78	—	т. возг. 1800	оч. тр. р. : в.; р. : с. кисл., щел.
— сернистый (цинковая обманка)	ZnS	97,44	Бел., ам., I, III	4,03	(т. пл. под давл. ~ 1800	т. возг. 1182	(осажд.) р. 18 : $6,88 \cdot 10^{-4}$ (1) р. 18 : $6,44 \cdot 10^{-5}$;
— сернокислый гидрат	$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	287,55	Бесцв., IV (V)	1,96, $0H_2O$: 3,49	т. пр. ($7H_2O \rightarrow 6H_2O$) : 39,0	—	р. 0,1 : 29,55; ($1H_2O$) : р. 100 : 44,0, оч. тр. р. : в.; р. : с.
— углекислый $(\frac{1}{2}, 1H_2O)$	$ZnCO_3$	125,37	Бел., IIIa	4,44	дисс. 140°	—	кисл.; не р.: ацет., пирид.
— хлористый $(1, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3, 4H_2O)$	$ZnCl_2$	136,29	Бел., I (?)	2,92	365	730	($3H_2O$) : р. 0 : 67,5; ($0H_2O$) : р. 100 : 86,0; р. : сп., эф., ацет.
Цирконий							
— двуокись	ZrO_2	123,2	Бел., V (II?)	V 5,75	2680	—	не р. : в., с. кисл.; р. : конц. H_2SO_4, HF

2. *Органические соединения*

Сокращения и пояснения к таблице: ж—жидкий, разл. — разлагается, возг. — возгоняется, перег. — перегоняется.

К столбцу „удельный вес": цифры в квадратных скобках указывают температуру.

К столбцам „растворимость": ⊘—нерастворимо, +—растворимо, дов. х. — довольно хорошо, х. — хорошо, оч. х. — очень хорошо, тр. — трудно (мало), ∞ — смешивается, — — нет данных, сп. — спирт, эф. — эфир.

Данные для растворимости на холоду и при нагревании отделены точкой с запятой.

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Азобензол	$C_6H{\cdot}N:N{\cdot}C_6H_5$	182,10	1,03	68	296	⊘	9,3; +	+
Акролеин	$CH_2:CH{\cdot}CHO$	56,03	0,841	ж.	52	50—33	+	+
Ализарин	$C_6H_4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle C_6H_2(OH)_2$ [1·2]	240,03		289	430	⊘; 0,034	+	+
Ализаринсульфокислота 1.2.7	$C_6H_3(SO_3H)\langle{}^{CO}_{CO}\rangle C_6H_2(OH)_2$	320,13				+	+	⊘
Амигдалин	$C_{20}H_{27}O_{11}N(+3H_2O)$	457,22				8; —	—; +	⊘
Амиловый спирт брожения (изоамилозый алкоголь)	$(CH_3)_2{\cdot}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2OH$	88,10	0,830	214—216 ж.	130	2,58	+	+
Анилин	$C_6H_5{\cdot}NH_2$	93,06	1,022	—6	184	3,6, —	∞	∞
Анилинсульфат (сернокислый анилин)	$(C_6H_5{\cdot}NH_2)_2H_2SO_4$	284,21	1,377			5,2; —	тр.	⊘
Антрахинон	$C_6H_4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle C_6H_4$	208,06	1,425	286	381	⊘	0,05; 2,25	оч. тр.
Антрацен	$C_6H_4\langle{}^{CH}_{CH}\rangle C_6H_4$	178,08	1,242	217	351	⊘	тр.; 0,83	тр.
Атропин	$C_{17}H_{23}O_3N$	289,19		115		0,13; 0,33	оч. х.	+
Ацеталдегид	$CH_3{\cdot}CHO$	44,03	0,782	—123	20	∞	∞	∞
Ацетамид	$CH_3{\cdot}CONH_2$	59,05	1,159	80	222	оч. х.	оч. х.	почти ⊘
Ацетанилид (антифебрин)	$C_6H_5NH{\cdot}C_2N_3O$	135,03	1,211	115	304	0,5; 3,5	+	8; +
Ацетилацетон	$CH_3{\cdot}CO{\cdot}CH_2{\cdot}CO{\cdot}CH_3$	100,06	0,972	— 30	137	12,5		
• Ацетилен	$CH\vdots CH$	26,02		— 81	— 84	0,118		
Ацетилендихлорид	$CHCl:CHCl$	96,94	1,278	ж.	ок. 58			
Ацетил хлористый	CH_3COCl	78,48	1,105	ж.	51	разл.	разл.	
• Ацетон	$CH_3{\cdot}CO{\cdot}CH_3$	58,05	0,792	— 94	56	∞	∞	∞
• Ацетоуксусная кислота	$CH_3{\cdot}CO{\cdot}CH_2{\cdot}CO_2H$	102,05	ж.	ж.		∞		

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Ацетоуксусный эфир	$CH_3 \cdot CO \cdot CH_2 \cdot CO_2 \cdot C_2H_5$	130,08	1,023	< — 80	180	тр.	∞	∞
Бензалдегид	$C_6H_5 \cdot CHO$	106,05	1,046	— 26	179	< 0,33	+	∞
Бензидин	$H_2N \cdot C_6H_4 \cdot C_6H_4NH_2$	184,11		128	401	тр.; 1,1	+	2,2
Бензиловый спирт	$C_6H_5 \cdot CH_2 \cdot OH$	108,06	1,045	ж.	205	4; —	+	+
Бензойная кислота	$C_6H_5 \cdot CO_2H$	122,05	1,266	121	249	0,27; х.	58,4; —	46,7
Бензойной кислоты ангидрид	$(C_6H_5CO)_2O$	226,03	1,23	42	360	⊖	+	+
Бензол	C_6H_6	78,05	0,879	6	80	⊖	∞	∞
Борнеол (d-)	$CH_2 \cdot CH — CH_2$; $C(CH_3)_2$; $CH_2 — C(CH_3) — CHOH$	154,14	1,011	204	212	⊖	+	+
Бромоформ	$CHBr_3$	252,77	2,890	9	151	оч. тр.	оч. х.	оч. х.
Бруцин	$C_{23}H_{26}O_4N_2 + 4H_2O$	466,29		178		0,06; —		⊖
Бутан н.	C_4H_{10}	58,03	0,600	—135	+1	⊖	0,581	
Бутиловый спирт норм. перв.	$CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH$	74,08	0,804	— 80	117	7,36; —		
Бутиловый эфир (н)	$(C_4H_9)_2O$	130,14	0,769	ж.	141			
Ванилин	$[3]CH_3O$, $[4]HO$ $C_6H_3 \cdot CHO$ [1]	152,06		81	285	1; 5	х.	х.
Веронал см. диэтилбарбитуровая кислота								
Винил хлористый	$CH_2 : CHCl$	62,48			—18			
Винная кислота d (обыкновенная)	$CH \cdot OH \cdot CO_2H$; $CH \cdot OH \cdot CO_2H$	150,05	1,760	170		138; 343	25; —	0,61
Винная кислота, I	$CH \cdot OH \cdot CO_2H$; $CH \cdot OH \cdot CO_2H$	150,05	1,760	170		138; 343	25; —	0,61
Винная кислота рац. (виноградная)	$CH \cdot OH \cdot CO_2H$; $CH \cdot OH \cdot CO_2H$; $CH \cdot OH \cdot CO_2H + H_2O$	168,06	1,687	204—206		20; 184	2,1; —	1,1; —
Виноградный сахар	$C_6H_{12}O_6 + H_2O$	198,11	1,56	82		98; —	—; +	
Виноградный сахар	$C_6H_{12}O_6$	180,10	1,544	146		81,7; —	1,9; 21,7	
Галактоза d-	$C_6H_{12}O_6$ (+ $1H_2O$)	180,10		166		—; х.	оч. тр.	
Галловая кислота 3-4-5-1	$C_6H_2(OH)_3CO_2H + H_2O$	188,03	1,70	239	разл.	1,16; 33	28; —	2,5; —

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Гваякол 1·2	$C_6H_4\langle^{OH}_{OCH_3}$	124,06	1,128	32	205	1,86; —	х.	х.
Гексаметилентетрамин (уротропин)	$(CH_2)_6N_4$	140,13				х.	14,3; 7,15	○
Гематоксилин	$C_{16}H_9O(OH)_5(+3H_2O)$	302,11				тр.; +	+	+
Гераниол	$(CH_3)_2C:CH\cdot CH_2\cdot CH_2\cdot C(=CH)\cdot CH_3$ $HO\cdot CH_2$	154,14	0,889	<—15	121 [17]	○	∞	∞
Гидрохинон 1·4	$C_6H_4(OH)_2$	110,05	1,36	172	285	5,9; х.	оч. х.	оч. х.
Гликоколл	$H_2N\cdot CH_2\cdot CO_2H$	75,05	1,601	232—236	разл.	23	0,2	○
Гликол	$CH_2OH\cdot CH_2OH$	62,05	1,109	—12	197	∞	∞	1,1
Глицерин	$C_3H_5(OH)_3$	92,06	1,260	19	290	∞	∞	○
Гремучая кислота	$C:NOH$	43,02						
Гремучее серебро	$C:NOAg$	149,89				0,008; 2,78 распл.		
Гуанидин	$C:NH(NH_2)_2$	59,06				оч. х	○	
Декстрин	$(C_6H_{10}O_5)x$	162,08x	1,038				кристаллизуется	
Диметиламиноазобензол (п)	$(CH_3)_2N\cdot C_6H_4\cdot N:N\cdot C_6H_5$	225,14		117				
Диметиланилин	$C_6H_5N(CH_3)_2$	121,10	0,955	2	194		+	
Динитробензол о	$C_6H_4(NO_2)_2$	168,05	1,59	117	319	0,01; 0,38	3,8; 33;	
„ м	$C_6H_4(NO_2)_2$	168,05	1,361 [95]	91	291	0,05; 0,32	3,3; оч. х.	
„ п	$C_6H_4(NO_2)_2$	168,05	1,625	172	299	0,01; 0,18	0,4; +	
Динитротолуол 2.4.1	$C_6H_3(NO_2)_2CH_3$	182,06	1,82 [70]	70		○	тр.	тр.
Динитротолуол 3.4.1	$C_6H_3(NO_2)_2CH_3$	182,06		60		○	+	
Динитротолуол 1.3.5	$C_6H_3(NO_2)_2CH_3$	182,06		92	возг.	тр.	дов. х.; х.	+
Динитрофенол 2.4.1	$C_6H_3(NO_2)_2OH$	184,05		114		0,5; 4,75	4; —	—; х.
Динитрофенол 2.3.1	$C_6H_3(NO_2)_2OH$	184,05		144		тр.	—; оч. х.	оч. х.
Дифенил	$(C_6H_5)_2$	154,08	1,16	70	255	○	10; +	+
Дифениламин	$(C_6H_5)_2NH$	169,10	1,158	54	302	○; оч. тр.	56; +	оч. х.
Дифенилмочевина сим. (карбанилид)	$C_6H_5\cdot NH\cdot CO\cdot NH\cdot C_6H_5$	212,11	1,24	235	260	оч. тр.	+; тр.	+
Диэтиланилин	$C_6H_5N(C_2H_5)_2$	149,13	0,934	—38	216	○	+	+
Диэтилбарбитуровая кислота (веронал)	$CO\langle^{NH\cdot CO}_{NH\cdot CO}\rangle C(C_2H_5)_2$	184,11		191	—	0,69; —		

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Дульцит	$C_6H_8(OH)_6$	182,11	1,466	188	разл.	2,9; 59	0,07; —	○
Изопрен	$CH_2:C(CH_3)\cdot CH:CH_2$	68,06	0,682	ж.	34			
Индиго (тин.)	$C_6H_4<^{CO}_{NH}>C:C<^{CO}_{NH}>C_6H_4$	262,10	1,35	390—392	возг.	○	○	○
Иодоформ	CHJ_3	393,77	4,008	119	возг.	○	1,5; 1,11	18,5
Какодил	$(CH_3)_2As\cdot As(CH_3)_2$	210,02	> 1	—6	170	тр.	+	+
Камфен	$CH_2\cdot CH—C(CH_3)_2$ $\quad CH_2$ $CH_2:CH—C:CH_2$	136,13	0,879	51	160	○	оч. х.	оч. х.
Камфора *d*	$CH_2\cdot CH——CH_2$ $\quad C(CH_3)_2$ $CH_2\cdot C(CH_3)—CO$	152,13	0,811	180	209		+	оч. х.
Кантаридин	$C_{10}H_{12}O_4$	196,10		218		○	0,03; —	0,11
Карбанилид см. дифенилмочевина сим.								
Карминовая кислота	$C_{22}H_{23}O_{13}$	494,18				оч. х.	+	тр.
Кодеин	$C_{17}H_{17}ON<^{OCH_3}_{OH} + H_2O$	317,19	1,31	155		0,83; —	оч. х.	
Кокаин	$CH_2\cdot CH—CH\cdot CO_2\cdot CH_3$ $N(CH_3)$ $CH\cdot OCO\cdot C_6H_5$ $CH_2\cdot CH—CH_2$	303,18		98		0,028; —	оч. х.	оч. х.
Коричная кислота	$C_6H_5—CH:CH$ CO_2H	148,06	1,249	133	300	0,05; +	23,8; —	оч. х.
Коффеин (теин) 1.3.7-триметилксантин	$CH_3\cdot N\cdot CO\cdot C\cdot N\cdot CH_3$ $CO\cdot N\cdot C\cdot N=CH$ CH_3	194,11	1,23	236	возг.	2,13; —	2,3; —	
Креозол о	$CH_3\cdot C_6H_4\cdot OH$	108,06	1,046	30	190	2,5; —	+	+
„ м	$CH_3\cdot C_6H_4\cdot OH$	108,06	1,035	4	201	0,53 —	+	+
„ п	$CH_3\cdot C_6H_4\cdot OH$	108,06	1,031	37	200	1,8; —	+	+

Продолжение

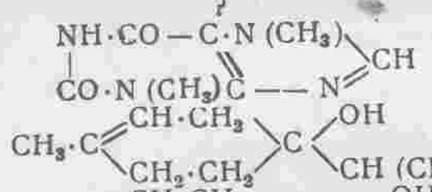
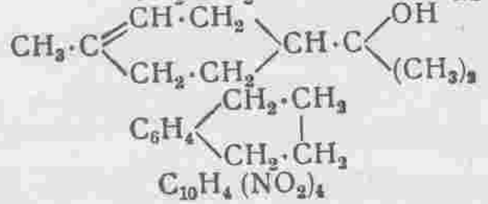
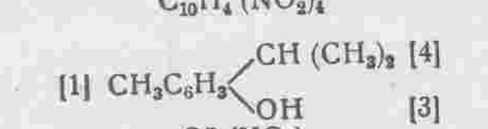
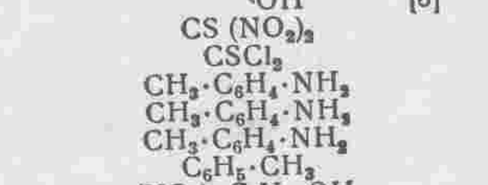
Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Ксантогеновая кислота	$C_2H_5O \cdot CS \cdot SH$	122,19	>1	ж.	разл.	○		
Ксилидин $(CH_3)_2 \cdot NH_2$=1.2.3	$(CH_3)_2\ C_6H_3 \cdot NH_2$	121,10	0,991	<−15	223			
Ксилол о	$(CH_3)_2\ C_6H_4$	106,08	0,863	−27	141	○	оч. х.	оч. х.
„ м	$(CH_3)_2\ C_6H_4$	106,08	0,862	−54	139	○	оч. х.	оч. х.
„ п	$(CH_3)_2\ C_6H_4$	106,08	0,861	15	136	○	оч. х.	оч. х.
Куркумин	$C_{21} \cdot H_{20}O_6$	368,16		177			тр.	оч. тр.
Лимонная кислота	$C_3H_4\ (OH)\ (CO_2H)_3 + H_2O$	210,08	1,542	153	разл.	217,7	62,2; −	1,06
Мальтоза	$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O$	360,19	1,540			+	+	○
Маннит *d*-	$C_6H_8\ (OH)_6$	182,11	1,521	166	290 [3]	15,4; −	0,07; +	○
Маргариновая кислота	$C_{16}H_{33} \cdot CO_2H$	270,27		60	227 [100]		тр.; −	х.
Масляная кислота (н)	$CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CO_2H$	88,06	0,964	−8	162	∞	∞	∞
Масляной кислоты ангидрид	$(C_4H_7O)_2O$	158,11	0,966	ж.	198			
Ментол п 1	$CH_3 \cdot CH\langle CH_2 \cdot CH_2 / CH_2 \cdot CH(OH)\rangle CH \cdot CH \cdot (CH_3)_2$	156,16	0,879	43	212	тр.	оч. х.	оч. х.
Метан	CH_4	16,03	0,415	−184	−161,4	○	тр.	
Метаниловая кислота 1.3	$C_6H_4\langle NH_4 / SO_3H$	173,13		разл.		1,47; −	○	○
Метиловый красный	[4] $C_6H_4\langle N(CH_3)_2\ COOH$ [2'] / [1] $N{=}N{-}C_6H_4$ [1']	269,14				почти ○	2	
Метиловый эфир	$CH_3 \cdot O \cdot CH_3$	46,05		−138	−25	7,6; − хор.	+ ○	
Метилоранж	$(CH_3)_2N \cdot C_6H_4 \cdot N = N \cdot C_6H_4SO_3Na$	327,05	1,36	118	разл.	15,9; −	+	+
Миндальная кислота	$C_6H_5 \cdot CHOH \cdot CO_2H$	152,06	1,240	18	122 [15]	∞	∞	тр.
Молочная кислота рац.	$CH_3 \cdot CHOH \cdot CO_2H$	90,05		26	разл.	∞	∞	тр.
Молочная кислота акт.	$CH_3 \cdot CHOH \cdot CO_2H$	90,05	1,32	230	191	0,025; 0,25	−; 750	○
Морфин	$C_{17}H_{19}O_3N + H_2O$	303,18	1,855	разл.		оч. тр.	○	○
Мочевая кислота	$NH \cdot CO$ / $COC \cdot NH$ / $NH \cdot C \cdot NH\rangle CO$	168,06						

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Мочевина	$NH_2 \cdot CO \cdot NH_2$	60,05	1,335	133		100; ∞	20	оч. тр.
Муравьиная кислота	$H \cdot COOH$	46,02	1,220	8	101	∞	+	+
Мурексид	$C_8H_8O_6N_6 + H_2O$	302,13				—; +	○	
Нафталин	$C_6H_4 \langle CH:CH, CH:CH \rangle$	128,06	1,145	80	218	○	5,3; ∞	оч. х.
Нафтол α	$C_{10}H_7 \cdot OH$	144,06	1,224	96	280	○; тр.	+	+
„ β	$C_{10}H_7 \cdot OH$	144,06	1,217	122	286	—; тр.	+	+
Никотин	$C_5H_4N \cdot C_4H_7N \cdot CH_3$	162,13	1,009	ж.	247	∞	∞	∞
Нитробензол	$C_6H_5 \cdot NO_2$	123,05	1,203	9	211	○	+	+
Нитроглицерин три-	$C_3H_5(ONO_2)_3$	227,06	1,596	13	257	0,13	31,2	∞
Нитроглицерин ди-α	$C_3H_5(OH)(ONO_2)_2$	182,06	1,47	ж.	145/15	7,7		
Нитроглицерин ди-β	$C_3H_5(OH)(ONO_2)_2$	182,06		ж.	145/15	х.	х.	х.
Нитроглицерин моно-α	$C_3H_5(OH_2)(ONO_2)$	137,06	1,40	58	155-160 [15]	70	оч. х.	тр.
Нитроглицерин моно-β	$C_3H_5(OH)_2(ONO_2)$	137,06		54	155-160 [15]	> 1892		> 1892
Нитротолуол о	$CH_3C_6H_4 \cdot NO_2$	137,06	1,163	—4	222	○	+	
„ м	$CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot NO_2$	137,06	1,157	15	231		+	
„ п	$CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot NO_2$	137,06	1,112 [69]	57	238		+	
Нитрофенол о	$HO \cdot C_6H_4 \cdot NO_2$	139,05	1,451	45	214	тр.; х.	х.	х.
„ м	$HO \cdot C_6H_4 \cdot NO_2$	139,05	1,280 [100]	96	194 [70]	тр.; д. х.	оч. х.	оч. х.
„ п	$HO \cdot C_6H_4 \cdot NO_2$	139,05	1,468	113	перег.	д. х.; оч. х.	оч. х.	оч. х.
Оксихинолин *о*	$HO \cdot C_6H_3 \langle CH:CH, N:CH \rangle$	145,06		75	267	тр.	+	тр.
Олеиновая кислота	$C_{17}H_{33}CO_2H$	282,27	0,898	14	233 [15]	○	∞	∞
Пальмитиновая кислота	$C_{15}H_{31}CO_2H$	256,26	0,853 [62]	62	215 [15]	○	9,2; +	+
Паральдегид	$(CH_3 \cdot CHO)_3$	132,10	0,994	12	124	12,5	∞	∞
Пентан норм.	$CH_3(CH_2)_3 \cdot CH_3$	72,10	0,626	—130	36			
„ трет.	$C(CH_3)_4$	72,10		—20	10			
Пикриновая кислота 1.2.4.6	$HO \cdot C_6H_2(NO_2)_3$	229,05	1,767	122		1,2; 7,2	6,2; 66,2	2; —
Пирамидон	$(C_{11}H_{11}ON_2)N(CH_3)_3$	231,16		108		10	+	тр.
Пиридин	C_5H_5N	79,05	0,981	—42	116	∞	∞	+
Пирогаллол 1.2.3	$C_6H_3(OH)_3$	126,05	1,453	132	293	44; —	+	+
Пирокатехин	$C_6H_4(OH)_2o$	110,05	1,37	105	245	45; —	+	+

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Пиррол	$CH:CH \diagup NH$ $CH:CH \diagup$	67,05	0,948	ж.	131		+	+
Пропан	C_3H_8	44,06		—190	—45		+	
Пропиловый спирт	$C_2H_5 \cdot CH_2OH$	60,06	0,804	—127	97	∞	∞	∞
Пурпурин 1.2.4	$C_6H_4 \langle CO \rangle C_6H(OH)_3$ $\langle CO$	256,06		256	возг.	дов. х.	кристаллизуется	—; +
Резорцин (м)	$C_6H_4(OH)_2$	110,05	1,283	111	277	200; —	+	+
Роданистоводородная кислота	HSCN	59,09		5		∞	оч. х.	оч. х.
Салициловая кислота (о)	$HO \cdot C_6H_4 \cdot CO_2H$	138,05	1,484	155	возг.	0,225; 9,4	50; —	44,8
Салициловой кислоты метиловый эфир	$HO \cdot C_6H_4 \cdot CO_2CH_3$	152,06	1,185	—9	222	0,07; —	+	+
Салициловой кислоты фениловый эфир (салол)	$HO \cdot C_6H_4 \cdot CO_2C_6H_5$	214,08		42	173/12	0,01	—; оч. х.	оч. х.
Сальварсан	$As \cdot C_6H_3(OH)NH_2 \cdot HCl$ $\parallel$ $As \cdot C_6H_3(OH)NH_2 \cdot HCl$ (As·OH·NH_2=1.4.3)	338,97				оч. х.	тр.	оч. х.
Сантонин	$C_{15}H_{18}O_3$	246,14	1,187	169	возг.	тр.	+	+
Сахар виноградный	$C_6H_{12}O_6(+H_2O)$	198,11	1,56	82		98; —	—; +	
Сахар тростниковый	$C_{12}H_{14}O_3(OH)_3$	342,18	1,588	ок. 160	разл.	190; —	тр.	
Сахар фруктовый	$CH_2OH(CHOH)_3CO \cdot CH_2OH$	180,10	1,669	95		х.	8,5; —	+
Сахарин (лактон сахариновой кислоты)	$CH_3 \cdot C(OH) \cdot CHOH$ $\vert \qquad \vert$ $CO \cdot O \cdot CH \cdot CH_2OH$	162,08		160	возг.	13; х.		— тр.
Сахарин (о-бензойной кислоты сульфамид)	$CH_4 \langle CO \rangle NH$ $\langle SO_2$	183,12		223		0,29; —	3,33; —	1,05; —
Сахарин-натрий (кристаллический сахарин)	$C_7H_4O_3SNNa$	205,11				х.	+	○
Сахарная кислота d-	$HO_2C \cdot (CHOH)_4 \cdot CO_2H$	210,08		сироп.		оч. х.	х.	х.
Сероуглерод	CS_2	76,14	1,262	—112	46	0,20; —	∞	∞
Стеариновая кислота	$C_{17}H_{35} \cdot CO_2H$	284,29	0,941	69	232 [15]	0,03	2,0; +	25,06
Стрихнин	$C_{21}H_{22}O_2N_2$	334,19	1,359	268	270 [5]	0,014; —	—; +	○

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Сульфаниловая кислота 1.4	$H_2N \cdot C_6H_4 \cdot SO_3H (+2H_2O)$	209,17		ок. 288		0,9; 6,6	○	○
Сульфонал	$(CH_3)_2 \cdot C(SO_2 \cdot C_2H_5)_2$	228,27	1,35	128 разл.	300	0,2; 6,67	1,54; 50 тр.	0,75; — оч. тр.
Таннин	?	?				+		
Теобромин (диметилксантин 3.7)		180,10		337		тр.	тр.	тр.
Терпинеол 4		154,14	0,926	ж.	212			
Терпинеол α		154,14	0,936	35	218		оч. х.	оч. х.
Тетрагидронафталин, тетралин		132,10	0,971	< — 20	205-207		кристаллизуется	
Тетранитронафталин, 1.3.6.8	$C_{10}H_4 (NO_2)_4$	308,06		203				
Тимол	[1] $CH_3C_6H_3$ < $CH (CH_3)_2$ [4], OH [3]	150,11	0,969	51	232	0,09; —	оч. х.	оч. х.
Тиомочевина	$CS (NO_2)_2$	76,12	1,405	180		9,1	○; + разл.	тр.
Тиофосген	$CSCl_2$	114,99	1,509	ж.	74			∞
Толуидин о	$CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot NH_2$	107,08	1,000	—24	201			∞
„ м	$CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot NH_2$	107,08	1,989	ж.	203			+
„ п	$CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot NH_2$	107,08	1,046	45	200	0,7; —	+	+
Толуол	$C_6H_5 \cdot CH_3$	92,06	0,867	—95	111	○	тр.	
Тринитрофенол 3.4.6.1	$(NO_2)_3 C_6H_2 \cdot OH$	229,05		96		—; +	оч. х.	оч. х.
Трихлоруксусная кислота	$CCl_3 \cdot COOH$	163,39	1,62	57	196	1201; —	+	+
Тростниковый сахар (см. сахар тростниковый)								
Уксусная кислота (ледяная уксусная кислота)	$CH_3 \cdot CO_2H$	60,03	1,049	17	118	∞	∞	∞
Уксуснокислый аммоний	$C_2H_3O_2NH_4 + C_2H_4O_2$	137,10		66		распл.	дов. х.	
Уксуснокислый амил (изо)	$CH_3 \cdot CO_2 \cdot C_5O_{11}$	130,11	0,874	ж.	137-145	0,25; —	+	+

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Уксуснофениловый эфир	$CH_3 \cdot CO_2 \cdot C_6H_5$	136,06	1,077	ж.	197	оч. тр.	+	+
Уксусноэтиловый эфир	$CH_3 \cdot CO_2 \cdot C_2H_5$	88,06	0,901	— 83	77	8,6; —	∞	∞
Уксусный ангидрид	$(CH_3 \cdot CO)_2 O$	102,5	1,082	ж.	140	11		∞
Уротропин, см. гексаметилентетрамин								
Фенантрен	$C_6H_4 \cdot CH$ / $C_6H_4 \cdot CH$	178,08	1,163 [100]	100	340	○	2,6; 10	+
Фенилгидразин	$C_6H_5 \cdot NH \cdot NH_2$	108,08	1,098	20	244	тр.; +	∞	∞
Фенол (карболовая кислота)	C_6H_5OH	94,05	1,060 [41]	41	181	6; ∞	∞	∞
Фенолфталеин	$O—C(C_6H_4 \cdot OH)_2$ / $CO \cdot C_6H_4$	318,11		253		—; тр.	—; оч. х.	+
Флороглуцин 1.3.5	$C_6H_3(OH)_3$ (+ $2H_2O$)	126,05		218	возг.	кристаллизуется	+	+
Флуоресцеин	$CO<C_6H_4>C<C_6H_3(OH)>O$ / O / $C_6H_3(OH)$	332,10		> 290		—; тр.	оч. х.	оч. х.
Формальдегид	$H \cdot CHO$	30,02	0,815 [—20]	— 92	— 21	+	+	
Фосген	$COCl$	98,92	1,42	— 118	8	тр.	разл.	
Фруктовый сахар, см. сахар фруктовый								
Фталевая кислота о	$C_6H_4(CO_2H)_2$	166,05	1,59	ок. 203	разл.	0,8; 18	12; —	0,68; —
Фуксин	$C_{20}H_{21}N_3Cl$	337,64	1,220			0,27; —	+	○
Фурфурол	$CH:CH$ / $CH:C—CHO$ / O	96,03	1,159	— 31	162	9,1; +	оч. х.	оч. х.
Хинализарин 1.2.5.8	$(HO)_2C_6H_2<CO>C_6H_2(OH)_2$ / CO	272,06		> 275	возг.		оч. тр.	
Хингидрон	$C_6H_4O_2 \ldots C_6H_4(OH)_2$	218,08	1,401	171	возг.	тр.; оч. х.	оч. х.	оч. х.
Хинизарин 1.4	$C_6H_4<CO>C_6H_2(OH)_2$ / CO	240,06		194	возг.		+	+
Хинин	$C_{20}H_{24}O_2N_2$ (+ $3H_2O$)	324,21		57		0,06	оч. х.	+
Хининовая кислота	$C_9H_5N<OCH_3$ [6] / CO_2H [4]	203,08		ок. 280		тр.	тр.	тр.

2. Органические соединения

Продолжение

Название	Формула	Молекулярный вес	Удельный вес	Температура пл.	Температура кип.	Растворимость в воде	Растворимость в спирте	Растворимость в эфире
Хинолин	$C_6H_4\langle^{CH:CH}_{N:CH}$	129,06	1,095	— 23	238		+	
Хинон	$C_6H_4O_2$	108,03	1,31	116	возг.	—; оч. х.	+	+
Хлорал	$CCl_3 \cdot CHO$	147,39	1,512	— 58	98			
Хлоралгидрат	$CCl_3 \cdot CH(OH)_2$	165,40	1,908	47	разл.	4,74; —	хор.	
Хлорбензол	C_6H_5Cl	112,50	1,106	— 45	132		+	
Хлороформ	$CHCl_3$	119,39	1,488	— 63	61	0,82; —	оч. х.	оч. х
Хлорпикрин	CCl_3NO_2	164,39	1,651	— 69	112	почти ○	370	
Хлоруксусная кислота	$CH_2Cl \cdot COOH$	94,48	1,358 [75]	63	185-187	оч. х.		
Холестерин	$C_{27}H_{45}OH$	386,37	1,067	148	ок. 360	○	+	
Хризоидин 2.4	$C_6H_5 \cdot N:N \cdot C_6H_3(NH_2)_2$	212,13		117		тр.	—; +	+
Целлюлоза	$(C_6H_{10}O_5)\,x$	162,08x	15,25					
Циклогексан	$\begin{matrix} CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \\ \vert \qquad\quad \vert \\ CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \end{matrix}$	84,10	0,778	8	81			
Циклопентан	$\begin{matrix} CH_2 \cdot CH_2 \\ \vert \\ CH_2 \cdot CH_2 \end{matrix}\rangle CH_2$	70,08	0,754	< 80	51	○		+
Цинхонин	$C_{19}H_{22}ON_2$	294,19		256	возг.	0,013; —	0,71;—	0,29; —
Четыреххлористый углерод	CCl_4	153,84	1,594	— 23	77	0,08; —	∞	∞
Щавелевая кислота	$\begin{matrix} COOH \\ \vert \\ COOH \end{matrix} + 2H_2O$	126,05	1,653	189	возг.	8; 120	23,7; —	1,47
Эозин	$C_{20}O_5H_8Br_4$	647,74				оч. тр.	+	
Этан	C_2H_4	30,05		—172	— 93	тр.	0,008	
Этиламин	$C_2H_5 \cdot NH_2$	45,05	0,708	— 81	+ 11	∞	∞	∞
Этиланилин (моно)	$C_6H_5 \cdot NH \cdot C_2H_5$	121,10	0,963	— 64	205			
Этилбензол	$C_6H_5 \cdot C_2H_5$	106,08	0,876	— 94	136	○	∞	∞
Этилен	$CH_2:CH_2$	28,03		—169	—162	тр.	+	
Этилен хлористый	$CH_2Cl \cdot CH_2Cl$	98,95	1,261	— 35	84	0,87	+	
Этиловый спирт	C_2H_5OH	46,05	0,789	—114	78	∞	∞	∞
Этиловый эфир	$C_2H_5 \cdot O \cdot C_2H_5$	74,08	0,714	—117	35	7,51	∞	∞
Этил хлористый	C_2H_5Cl	64,50	0,921	—139	13	оч. тр.	∞	∞
Яблочная кислота l-	$CO_2H \cdot CHOH \cdot CH_2 \cdot CO_2H$	134,05	1,595	100	разл.	оч. х.	оч. х.	8,4; —
Янтарная кислота	$\begin{matrix} CH_2CO_2H \\ \vert \\ CH_2CO_2H \end{matrix}$	118,05	1,565	183	235	6,8; 60,4	7; —	1,25; —
Янтарной кислоты ангидрид	$\begin{matrix} CH_2CO \\ \vert \\ CH_2CO \end{matrix}\rangle O$	100,08	1,104	120	261	тр.	+	оч. тр.

III. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ

1. Реакции мокрым путем

а) Реакции металлов (катионов)

Соли	Реактив	Результат реакции
Аммония	1) Несслера (щелочный раствор ртутно-иодистого калия)	Желто-коричневый осадок
	2) Едкая щелочь	Запах аммиака (особенно при нагревании)
Калия	Винная кислота	Белый кристаллический осадок (растворимый в кислотах)
Натрия	Пиросурьмянокислый калий	Белый осадок
Лития	1) Карбонаты щелочей	Белый осадок
	2) Кислый фосфорнокислый натрий	Белый осадок
Магния	1) Фосфорнокислый натрий и аммиак	Белый осадок, кристаллический
	2) Едкая щелочь	Белый осадок, аморфный
Бария	1) Серная кислота	Белый осадок, нерастворимый в щелочах и кислотах
	2) Хромовокислые щелочи	Желтый осадок
Стронция	1) Серная кислота	Белый осадок
	2) Карбонаты щелочей	Белый осадок
Кальция	1) Щавелевокислый аммоний	Белый кристаллический осадок
	2) Углекислый натрий	Бел. кристаллич. осадок
Алюминия	Аммиак	Бел. осадок (растворимый в едк. натре), при смачивании его азотнокисл. кобальтом и прокаливании синеет
Железа:		
а) окиси	1) Щелочи	Бурый осадок
	2) Желтая соль $K_4Fe(CN)_6$	Синий осадок
	3) Роданистый калий	Кроваво-красное окрашивание
б) закиси	1) Щелочи	Бел. зеленеющий осадок
	2) Красная соль $K_3Fe(CN)_6$	Синий осадок

1. Реакции мокрым путем

Продолжение

Соли	Реактив	Результат реакции
Хрома	Щелочи:	Серо-зеленый осадок
Цинка	1) Щелочи	Белый осадок (растворимый в избытке реактива)
	2) Сероводород (из нейтральных и слабокислых растворов)	Белый, аморфный осадок
Никеля	1) Аммиак и щелочи	Яблочно-зеленый осадок, растворимый в избытке реактива, с синим окрашиванием
	2) Диметилглиоксим	Розово-красный аморфный осадок
Кобальта	Щелочи	Синий осадок, растворимый в аммиаке с фиолетовым окрашиванием
Марганца	Сернистый аммоний	Осадок телесного цвета. При кипячении солей марганца с концентрированной азотной кислотой и щепоткой сурика раствор окрашивается в фиолет.-красный цвет
Серебра	1) Соляная кислота и растворимые хлориды	Белый, творожистый осадок, растворимый в аммиаке
	2) Щелочь	Бурый осадок
Ртути:		
а) окиси	1) Щелочи	Желтый осадок
	2) Иодистый калий	Красный осадок, растворимый в избытке реактива
	3) Хлористое олово	Черный осадок металлической ртути
	4) Сероводород	Белый осадок, переходящий в желт., затем в бур. и, наконец, в черн.
б) закиси	1) Щелочи	Черный осадок
	2) Иодистый калий	Зелен. осадок, частично растворимый в избытке реактива

1. Реакции мокрым путем

Продолжение

Соли	Реактив	Результат реакции
Ртути (закиси)	3) Сероводород (при нагревании с содой—зеркало металлической ртути)	Черный осадок
Свинца	1) Щелочи	Белый осадок, растворимый в избытке реактива
	2) Иодистый калий	Желтый осадок
	3) Серная кислота	Белый осадок
	4) Сероводород	Черный осадок
Меди: а) окиси	1) Щелочи	Зеленовато-синий осадок, чернеющий при нагревании
	2) Металлическое железо	Красный налет металлической меди
	3) Сероводород	Из нейтральных или слабокислых растворов — черный осадок
б) закиси	1) Щелочи	Желтый осадок
	2) Цианистый калий	Белый осадок, растворимый в изб. реактива
	3) Сероводород	Черный осадок
Висмута	1) Вода	Помутнение и выпадение бел. осадка при больш. разведении
	2) Сероводород	Бурый осадок
Кадмия	Сероводород	Желтый осадок
Мышьяка: а) соли мышьяковистой кислоты H_3AsO_3	1) Сероводород	Желтый, хлопьевидный осадок
	2) Азотнокислое серебро	Желтый осадок, растворимый в аммиаке
б) соли мышьяковой кислоты H_3AsO_4	1) Сероводород	Желтый осадок, образуется постепенно
	2) Азотнокислое серебро	Осадок шоколадно-бурого цвета, растворимый в аммиаке

(Бумажка, смоченная мышьяковыми соединениями и потом высушенная, при сжигании распространяет чесночный запах).

1. Реакции мокрым путем

Продолжение

Соли	Реактив	Результат реакции
Сурьмы	Сероводород	Оранж.-красный осадок, растворимый в сернистом аммонии
Олова	1) Металлический цинк	Выделение губчатого металлического олова
	2) Едкие щелочи	Белый осадок, растворимый в избытке реактива
	3) Сероводород	Желто-бурый осадок

б) Реакции некоторых кислот (анионов)

Кислоты	Реактив	Результат реакции
Серная	Хлористый барий	Белый осадок (нерастворимый)
Сернистая	1) Раствор марганцевокислого калия	Обесцвечивание
	2) Серная кислота	Запах сернистого газа
Борная	Окрашивает спиртовое пламя в зеленый цвет	
Угольная (соли)	1) Кислоты	Выделяют с шипением углекислоту из солей
	2) Хлористый барий	Осадок
Азотная	Серная кислота + бруцин	Красное окрашивание
Бромистоводородная	Хлорная вода	Раствор буреет
Иодистоводородная	Крахмальный клейстер	Раствор крахмального клейстера в присутствии иодистых солей синеет от капли азотной кислоты
Уксусная	Хлорное железо	Интенсивно красный раствор, при нагревании дающий осадок
Хлористоводородная	Азотнокислое серебро	Белый, творожистый осадок; на свету постепенно делается фиолетовым

2. *Реакции сухим путем*

а) Окрашивание перла буры в пламени

Расплавленная бура обладает способностью растворять окислы металлов и окрашиваться в различные цвета этими окислами.

Элементы	Окислительное пламя		Восстановительное пламя	
	холодный перл (по охлаждении)	горячий перл (при нагревании)	холодный перл (по охлаждении)	горячий перл (при нагревании)
Медь	Синевато-зеленое	Зеленое	Красно-бурое	Бесцветное
Кобальт . . .	Синее	Синее	Синее	Синее
Железо . . .	Бесцветное	Красно-желтое	Бутылочно-зеленое	Зеленое
Марганец . .	Фиолетовое	Фиолетовое	Бесцветное	Бесцветное
Никель . . .	Красно-бурое	Фиолетовое	Желто-серое	Желто-серое
Молибден . .	Бесцветное	Красное	Бурое, мутное	Бурое
Хром	Травянисто-зеленое	Красное	Изумрудно-зеленое	Зеленое
Уран	Бледножелтое	Темножелтое	Зеленое	Зеленое

б) Окраска пламени

Летучие соединения многих металлов окрашивают пламя. Этим свойством пользуются для открытия их. Металл, находящийся в минерале, под действием соляной кислоты в момент нагревания переходит в хлористое соединение. Хлористое соединение металлов летуче, и пламя окрашивается интенсивно в момент конца испарения соляной кислоты.

Соли	Окраска пламени
Калий	Фиолетовая
Натрий	Желтая
Литий	Карминово-красная
Барий	Желто-зеленая
Стронций . .	Карминово-красная
Кальций . . .	Кирпично-красная, неяркая
Медь	Лазурно-синяя

IV. ВОЗДУХ И ВОДА

1. *Воздух*

Воздух представляет собой, главным образом, смесь азота и кислорода. Точный химический состав атмосферы определяется следующими данными:

Состав атмосферы (за вычетом водяного пара)

Составные части	Весовые %	Объемные %
Кислород	23,01	20,93
Азот	75,51	78,10
Аргон	1,286	0,9325
Углекислый газ . . .	0,04	0,03
Неон	0,0012	0,0018
Гелий	0,00007	0,0005
Криптон	0,0003	0,0001
Ксенон	0,00004	0,000009

В этих данных не учтено содержание водяного пара, количество которого в более низких слоях атмосферы колеблется между 0,02 и 2 весовыми процентами.

В городах находят также в воздухе следы сернистого водорода, сернистого ангидрида, углеводородов и пр. и большее или меньшее количество органической и неорганической пыли, а в промышленных центрах и следы сернистой кислоты.

Температура кипения жидкого воздуха около —190°; так как азот (температура кипения — 194°) сжижается труднее кислорода (температура кипения — 182,5°), то состав его подвержен колебаниям и во всяком случае он богаче кислородом, чем атмосферный воздух.

В 100 *см*³ выдыхаемого воздуха содержится около 15,9 *см*³ кислорода и 3,7 *см*³ углекислого газа. Все количество кислорода, потребляемое организмом взрослого человека в течение 24 часов, составляет около 0,75 *кг* или около 0,5 *м*³. Наименьшее количество кислорода в воздухе, которым можно еще дышать, составляет около 10%, но свеча уже тухнет, когда содержание кислорода падает ниже 16,5%.

Воздух считается негодным для дыхания, когда он заключает 1,1% угольной кислоты или 5% водяных паров. Он становится весьма вредным для дыхания при содержании 10% угольной кислоты, или 5% окиси углерода, или 4% сернистого водорода. Горение прекращается при содержании 5% угольной кислоты.

2. *Вода. Физические и химические свойства*

Вода представляет собой простейшее химическое соединение водорода с кислородом.

По весу — 88,9% кислорода, 11,1% водорода.

По объему — на 1 часть кислорода 2 части водорода.

Температура кипения воды 100° С, температура плавления (льда) 0° при 760 *мм* давления.

Некоторые физические свойства воды

t°	Плотность жидкой воды	Упругость насыщенных паров в *мм*	
		над льдом	над водой
— 10°	0,99815	1,947	2,144
— 5°	0,99930	3,009	3,158
+ 0°	0,999868	4,579	4,579
+ 4°	1,00000	—	6,101
+ 10°	0,999727	—	9,210
+ 20°	0,998230	—	17,539
+ 40°	0,99224	—	55,340
+ 70°	0,97781	—	233,790
+100°	0,95838	—	760,000

В природе вода находится в большом количестве в гидросфере, покрывающей $^4/_5$ земного шара. В парообразном

состоянии и в виде мельчайших капель находится в атмосфере земли. Значительные количества воды содержатся также под поверхностью земли (в литосфере), в виде почвенных вод. Вода, входящая в состав многих химических соединений, называется конституционной водой. Все виды природной воды содержат растворенные примеси. Дождевая вода является самой чистой природной водой.

Содержание посторонних веществ в природных водах

Природные воды	Количество примесей в *г* на 1 *кг* воды
Дождевая вода	азота — 0,003 хлористого натрия — 0,002 извести — 0,0028 магнезии — 0,0009 серной кислоты — 0,0001
Ключевая „	0,05 твердых веществ
Речная „	0,3 „ „ „
Воды океанов	47 „ „ „
„ Средиземного моря .	39 „ „ „
„ Черного моря	18 „ „ „
„ Мертвого моря . . .	200 „ „ „

Вода рек в черте города может иногда содержать огромные количества твердого осадка (органического или неорганического).

Под жесткостью воды подразумевается содержание в воде солей кальция и магния. Временную или устранимую жесткость (называемую также щелочной или карбонатной жесткостью) различают от постоянной жесткости (некарбонатной — остаточной): первая обусловливается присутствием в воде двууглекислых солей кальция и магния, вторая — присутствием других кальциевых и магниевых солей (гипса, хлористого магния и др.). Общая жесткость воды:

$$Ж_{общ} = Ж_{устр} + Ж_{пост}$$

Жесткость оценивается в немецких градусах (причем 1 градус = 10 *мг* CaO или *мг* = эквиваленту MgO в 1 *л* воды); французские градусы показывают число частей $CaCO_3$ в 100 000 частях воды. Менее 8° вода считается мягкой, от 8 до 16° — средней, выше 16° — жесткой.

Питьевая вода

Питьевая вода очищается следующими способами:

1) отстаиванием в специальных отстойных бассейнах;

2) фильтрованием с предварительным отстаиванием или коагулированием и отстаиванием;

3) в случае заметного содержания железа в питьевой воде производится обжелезивание воды.

В целях полной дезинфекции вода нередко подвергается обработке различными реактивами (хлором, хлорной известью, перекисью водорода и пр.), ультрафиолетовыми лучами или озоном. Питьевая вода должна быть свободна от всякого постороннего запаха и вкуса, на вид должна быть совершенно чистой, прозрачной и бесцветной.

Степень пригодности воды для питья определяется следующей таблицей:

Вещества, растворенные в воде	Вода			
	чистая	годная для питья	сомнительного качества	негодная
Общая жесткость в градусах	2,5—7,5	7,5—15	> 15	> 56
Хлор (в виде NaCl), *мг/л*	< 27	< 66	< 165	> 165
SO_3, *мг/л*	2—5	5—30	> 30	> 50
Органические вещества в пересчете на кислород, *мг/л*	1	2	3—4	> 4

Вода для технических целей

Вода для питания котлов должна быть по возможности свободной от веществ, обусловливающих ее жесткость, и от так называемых агрессивных веществ, т. е. от таких веществ, которые разъедают материал и арматуру котлов. Вещества, обусловливающие временную жесткость воды (бикарбонаты кальция и магния), отдают во время работы котла половину своей углекислоты, отчего выпадающие в осадок карбонаты осаждаются на стенках котлов и образуют котельную накипь.

Кроме того, особенно вредно действуют сульфаты, которые сообщают накипи вредные свойства, усиливающиеся в присутствии органических веществ.

Для удаления из воды веществ, обусловливающих жесткость, ее очищают химическим путем.

Очистка воды содой и известью. К очищаемой воде прибавляют соды и гашеной извести в количестве, вычисленном на основании точного химического анализа.

Очистка воды при помощи пермутитов. Пермутиты — особые искусственные щелочные цеолиты, которые получаются сплавлением каолина, кварца и соды в примерном отношении 3 : 6 : 12. После плавления получается стекло слабозеленоватого цвета, состава $Al_2O_3 + 10SiO_2 + 10Na_2O$; сплав измельчается до размера зерен 0,5 — 1 *мм*, после чего обрабатывается водой, поглощаемой пермутитовой смесью. Приблизительный состав получающегося пермутитового песка: 46% SiO_2, 22% Al_2O_3, 13,6% Na_2O и 18,4% H_2O (натрий-алюминий-силикат).

Вода фильтруется через определенный слой пермутитового песка от 2 до 8—10 *м/час* (в среднем 3—4 *м/час*) в зависимости от состава жесткости. При этом происходит обмен основаниями цеолита (натрий) и солей, обусловливающих жесткость воды, по следующим уравнениям:

$$PNa_2 + CaH_2(CO_3)_2 = 2NaHCO_3 + PCa,$$

$$PNa_2 + CaSO_4 = Na_2SO_4 + PCa,$$

где PNa_2 — сокращенная формула натриевого пермутита. Подобным же образом происходит и выделение магния; когда фильтр перестает действовать, его регенерируют, для чего сквозь пермутит пропускают раствор поваренной соли. При этом кальций и натрий меняются местами, восстанавливая прежний состав пермутита по его уравнению:

$$PCa + 2NaCl = CaCl_2 + PNa_2,$$

и фильтр снова годен к употреблению.

Вода для промышленных и хозяйственных целей

Требования, предъявляемые к воде со стороны различных технических предприятий, весьма разнообразны. Прачечные и все предприятия, работающие с мылом, требуют мягкую воду, которая должна быть по возможности свободна от всех щелочноземельных солей. Красильные и набивные фабрики нуждаются в отсутствии щелочноземельных и тяжелых металлов (в осо-

бенности железа и марганца); винокуренные, пивоваренные и дубильные заводы требуют отсутствия органических веществ вообще; сахарные заводы требуют воду, которая содержит мало гипса и поваренной соли.

Определение качества воды

Для определения содержания извести и вообще качества воды производится следующая проба. В склянку с пробкой отмеривают 40 *см*³ воды и прибавляют с помощью особой разделенной на гидрометрические градусы бюретки жидкость *А* до тех пор, пока при взбалтывании смеси в склянке получится легкая и не исчезающая пена. Жидкость *А* есть раствор 50 *г* белого марсельского мыла в 800 *г* спирта, крепостью в 90°; раствор фильтруют и приливают 500 *г* дестиллированной воды. Бюретка разделена так, что 23 деления ее содержат 2,4 *см*³. Одно деление бюретки или 1 градус мыла соответствует 0,00045 *г* хлористого кальция в 40 *см*³ испытуемой воды, или 0,0114 *г* в 1 *л*.

V. НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О РАСТВОРИМОСТИ

1. Растворимость некоторых солей при комнатной температуре (15° С)

Название солей	Концентрация в % в безводной соли	Название солей	Концентрация в % в безводной соли
Аммоний сернокислый	42,6	Калий сернокислый .	9,92
Аммоний хлористый	26,0	Кальций хлористый .	40,66
Барий хлористый . .	25,97	Магний хлористый .	35,1
Калий хлористый . .	24,5	Натрий хлористый . .	26,34
„ углекислый .	52,23	„ углекислый .	14,35
„ двууглекислый	23,7	„ сернокислый	11,8
„ азотнокислый	21,2	„ азотнокислый	45,7

2. Растворимость некоторых газов в воде и спирте при комнатной температуре (15° С)

1 объем воды (спирта) при давлении 760 *мм* растворяет газа

Газ	В воде	В спирте	Газ	В воде	В спирте
Азот	0,0168	0,1214	Бутан	0,0215	—
Водород . . .	0,0188	—	Этан	0,0550	—
Кислород . .	0,0342	0,2232	Сероводород	2,913	9,54
Углекислота	1,019	3,25	Сернистый газ	47,276	~58,4
Окись углерода	0,0254	—	Аммиак . . .	802	—
Закись азота	0,7378	3,268	Воздух . . .	0,0204	—
Окись азота .	0,0515	—	Хлор	2,635	—
Метан	0,0369	0,4895	Хлористый водород . .	458	—
Этилен . . .	0,139	2,882			

VI. ОХЛАЖДАЮЩИЕ СМЕСИ

Таблица 1. Смесь воды (снега) с солью.

Если *А* частей соли смешано с 100 частями воды при 10—15°, температура понижается на Δt° С. Если *В* частей соли смешано с 100 частями льда или снега, температура понижается до эвтектической точки (э. т.)

Соль	*А*	Δt° С	*В*	э. т.
$NaCl$	36	2,5	33	—21,2
$(NH_4)_2SO_4$	75	6,4	62	—19
$Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$	20	6,8	9,6	— 1,2
$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	85	8,0	51,5	— 3,9
$Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$	40	9,1	20	— 2,1
KCl	30	12,6	30	—11,1
NH_4Cl	30	18,4	25	—15,8
$NaNO_3$	75	18,5	59	—18,5
$Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$	110	18,7	67,5	—11
$CaCl_2 \cdot 6H_2O$	250	23,2	143	—55
NH_4NO_3	60	27,2	45	—17,35
NH_4CNS	133	31,2	—	—
$KCNS$	150	34,5	—	—

Таблица 2. Смесь воды (снега) с двумя солями

Если указанные смеси солей растворены в 100 частях воды, температура понижается до

Смесь солей	t° C
29 ч. NH_4Cl + 18 ч. KNO_3	— 10,6
22 „ NH_4Cl + 51 „ $NaNO_3$	— 9,8
72 „ NH_4NO_3 + 60 ч. $NaNO_3$	— 17
78 „ NH_4CNS + 59 „ $NaNO_3$	— 19,6
82 „ NH_4CNS + 15 „ KNO_3	— 20,4
75 „ NH_4CNS + 48 „ NH_4NO_3	— 22,7
139 „ $KCNS$ + 10 ч. NH_4NO_3	— 22,4

Если указанные смеси солей смешаны с 100 частями снега, температура понижается до

Смесь солей	t° C
13,5 ч. KNO_3 + 26 ч. NH_4Cl	— 17,8
52 „ NH_4NO_3 + 55 ч. $NaNO_3$	— 25,8
9 „ KNO_3 + 67 ч. NH_4CNS	— 28,2
13 „ NH_4Cl + 37,5 ч. $NaNO_3$	— 30,7
32 „ NH_4NO_3 + 59 ч. NH_4CNS	— 30,6
2 „ KNO_3 + 112 ч. $KCNS$	— 34,1
39,5 „ NH_4CNS + 54,5 ч. $NaNO_3$	— 37,4

Таблица 3. Смесь $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$ с соляной кислотой

Если *A* частей $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$ смешано с (100 — *A*) частями раствора HCl (24,5%) при ~20°, температура понижается на

A	75,4	63,9	50,4	38,1
Δt°	32,8	32,5	29,8	28,1

Таблица 4. Смесь серной кислоты со снегом

Если *A* частей H_2SO_4 (66%) при 0° смешано с (100 — *A*) частями снега при 0°, температура понижается до

A	47,8	42	35,7	31,0	25,8	22,1	18,8	15,6	12,6	9,9
t°	—37	—35	—33	—31	—29	—27	—25	—23	—21	—19

Таблица 5. Твердая углекислота

Твердая углекислота (в избытке) с нижеуказанными жидкостями при атмосферном давлении дает температуру

Жидкость	t° C	Жидкость	t° C
$(C_2H_5)_2O$	—77	C_2H_5OH	—72
CH_3Cl	—82	C_2H_5Cl	—60
PCl_3	—76	$CHCl_3$	—77

VII. ТЕХНИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

1. Серная кислота

а) Удельные веса серной кислоты (в связи с ее концентрацией) при 15° C, отнесенные к воде при 4° C

Уд. вес при 15°/4° (безвозд. пространство)	Градусы Боме	100 вес. частей содержат химически чистой кислоты				1 *л* содержит *кг* химически чистой кислоты			
		% SO_3	% H_2SO_4	% кислоты 60°	% кислоты 50°	% SO_3	% H_2SO_4	кислоты 60°	кислоты 50°
1,00	0	0,07	0,09	0,12	1,14	0,001	0,001	0,001	0,001
1,01	1,4	1,28	1,57	2,01	2,51	0,013	0,016	0,020	0,025
1,02	2,7	2,47	3,03	3,88	4,85	0,025	0,031	0,040	0,050
1,03	4,1	3,67	4,49	5,78	7,18	0,038	0,046	0,059	0,074
1,04	5,4	4,87	5,96	7,64	9,54	0,051	0,062	0,079	0,099
1,05	6,7	6,02	7,37	9,44	11,79	0,063	0,077	0,099	0,124
1,06	8,0	7,16	8,77	11,24	14,03	0,076	0,093	0,119	0,149
1,07	9,4	8,32	10,19	13,05	16,30	0,089	0,109	0,140	0,174
1,08	10,6	9,47	11,60	14,87	18,56	0,103	0,125	0,161	0,201
1,09	11,9	10,60	12,99	16,65	20,78	0,116	0,142	0,181	0,227
1,10	13,0	11,71	14,35	18,39	22,96	0,129	0,158	0,202	0,253
1,11	14,2	12,82	15,71	20,13	25,14	0,143	0,175	0,223	0,279
1,12	15,4	13,89	17,01	21,80	27,22	0,156	0,191	0,245	0,305
1,13	16,5	14,95	18,31	23,47	29,30	0,169	0,207	0,265	0,331
1,14	17,7	16,01	19,61	25,13	31,38	0,183	0,223	0,287	0,358
1,15	18,8	17,07	20,91	26,79	33,46	0,196	0,239	0,308	0,385
1,16	19,8	18,11	22,19	28,43	35,50	0,210	0,257	0,330	0,412
1,17	20,9	19,16	23,47	30,07	37,55	0,224	0,275	0,352	0,439
1,18	22,0	20,21	24,76	31,73	39,62	0,238	0,292	0,374	0,467

1. Серная кислота

Продолжение

Уд. вес при $\frac{15^\circ}{4^\circ}$ (безвозд. пространство)	Градусы Боме	100 вес. частей содержат химически чистой кислоты				1 *л* содержит *кг* химически чистой кислоты			
		% SO_3	% H_2SO_4	% кислоты 60°	% кислоты 50°	% SO_3	% H_2SO_4	кислоты 60°	кислоты 50°
1,19	23,0	21,26	26,04	33,37	41,66	0,253	0,310	0,397	0,496
1,20	24,0	22,30	27,32	35,01	43,71	0,268	0,328	0,420	0,525
1,21	25,0	23,33	28,58	36,66	45,73	0,282	0,346	0,444	0,553
1,22	26,0	24,36	29,84	38,23	47,74	0,297	0,364	0,466	0,583
1,23	26,9	25,39	31,11	39,86	49,78	0,312	0,382	0,490	0,612
1,24	27,9	26,35	32,28	41,37	51,65	0,327	0,400	0,513	0,640
1,25	28,8	27,29	33,43	42,84	53,49	0,341	0,418	0,535	0,669
1,26	29,7	28,22	34,57	44,30	55,31	0,356	0,435	0,558	0,697
1,27	30,6	29,15	35,71	45,76	57,14	0,370	0,454	0,581	0,725
1,28	31,5	30,10	36,87	47,24	58,99	0,385	0,472	0,605	0,755
1,29	32,4	31,04	38,03	48,73	60,85	0,400	0,490	0,629	0,785
1,30	33,3	31,99	39,19	50,21	62,70	0,416	0,510	0,653	0,815
1,31	34,2	32,94	40,35	51,71	64,56	0,432	0,529	0,677	0,845
1,32	35,0	33,88	41,50	53,18	66,40	0,447	0,548	0,702	0,876
1,33	35,8	34,80	42,66	54,67	68,26	0,462	0,567	0,727	0,908
1,34	36,6	35,71	43,74	56,03	69,98	0,479	0,586	0,751	0,938
1,35	37,4	36,58	44,82	57,43	71,71	0,494	0,605	0,775	0,968
1,36	38,2	37,45	45,88	58,79	73,41	0,509	0,624	0,800	0,998
1,37	39,0	38,32	46,94	60,15	75,10	0,525	0,643	0,824	1,029
1,38	39,8	39,18	48,00	61,51	76,80	0,541	0,662	0,849	1,059
1,39	40,5	40,05	49,06	62,87	78,50	0,557	0,682	0,873	1,091
1,40	41,2	40,91	50,11	64,21	80,18	0,573	0,702	0,899	1,123
1,41	42,0	41,76	51,15	65,55	81,86	0,589	0,721	0,924	1,154
1,42	42,7	42,57	52,15	66,82	83,44	0,604	0,740	0,949	1,185
1,43	43,4	43,36	53,11	68,06	84,98	0,620	0,759	0,973	1,215
1,44	44,1	44,14	54,07	69,29	86,51	0,636	0,779	0,998	1,246
1,45	44,8	44,92	55,03	70,52	88,05	0,651	0,798	1,023	1,277
1,46	45,4	45,69	55,97	71,72	89,55	0,667	0,817	1,047	1,307
1,47	46,1	46,45	56,90	72,91	91,04	0,683	0,837	1,072	1,338
1,48	46,8	47,21	57,83	74,10	92,53	0,699	0,856	1,097	1,370
1,49	47,4	47,95	58,74	75,27	93,98	0,715	0,876	1,122	1,400
1,50	48,1	48,73	59,70	76,50	95,52	0,731	0,896	1,147	1,433
1,51	48,7	49,51	60,65	77,72	97,04	0,748	0,916	1,174	1,465
1,52	49,4	50,28	61,59	78,93	98,54	0,764	0,936	1,199	1,498

1. Серная кислота

Продолжение

Уд. вес при $\frac{15^\circ}{4^\circ}$ (безвозд. пространство	Градусы Боме	100 вес. частей содержат химически чистой кислоты				1 *л* содержит *кг* химически чистой кислоты			
		% SO_3	% H_2SO_4	% кислоты 60°	% кислоты 50°	% SO_3	% H_2SO_4	кислоты 60°	кислоты 50°
1,53	50,0	51,04	62,53	80,13	100,05	0,781	0,957	1,226	1,531
1,54	50,6	51,78	63,43	81,28	101,49	0,797	0,977	1,252	1,563
1,55	51,2	52,46	64,26	82,34	102,82	0,813	0,996	1,276	1,593
1,56	51,8	53,22	65,20	83,50	104,30	0,830	1,017	1,303	1,627
1,57	52,4	53,95	66,09	84,64	105,73	0,847	1,038	1,329	1,660
1,58	53,0	54,65	66,95	85,78	107,10	0,864	1,058	1,356	1,692
1,59	53,6	55,37	67,83	86,88	108,52	0,880	1,078	1,382	1,726
1,60	54,1	56,09	68,70	88,00	109,92	0,897	1,099	1,409	1,759
1,61	54,7	56,79	69,56	89,10	111,30	0,914	1,120	1,435	1,792
1,62	55,2	57,49	70,42	90,20	112,68	0,931	1,141	1,462	1,825
1,63	55,8	58,14	71,27	91,29	114,02	0,948	1,162	1,489	1,859
1,64	56,3	58,88	72,12	92,38	115,39	0,966	1,182	1,516	1,892
1,65	56,9	59,57	72,96	93,45	116,72	0,983	1,204	1,543	1,926
1,66	57,4	60,26	73,81	94,54	118,11	1,000	1,225	1,570	1,960
1,67	57,9	60,95	74,66	95,62	119,36	1,017	1,246	1,598	1,995
1,68	58,4	61,63	75,50	96,69	120,50	1,035	1,268	1,625	2,029
1,69	58,9	62,29	76,38	97,77	122,03	1,053	1,289	1,652	2,064
1,70	59,5	63,00	77,17	98,89	123,47	1,071	1,312	1,681	2,100
1,71	60,0	63,70	78,04	100,00	124,86	1,089	1,334	1,710	2,136
1,72	60,4	64,43	78,92	101,13	126,27	1,108	1,357	1,739	2,172
1,73	60,9	65,14	79,80	102,25	127,68	1,127	1,381	1,769	2,209
1,74	61,4	65,89	80,68	103,38	129,09	1,145	1,404	1,799	2,247
1,75	61,8	66,58	81,56	104,52	130,49	1,165	1,427	1,829	2,284
1,76	62,3	67,30	82,44	105,64	131,90	1,185	1,451	1,859	2,321
1,77	62,8	68,17	83,51	106,91	133,61	1,207	1,478	1,894	2,365
1,78	63,2	68,98	84,50	108,27	135,20	1,228	1,504	1,928	2,407
1,79	63,7	69,96	85,70	109,82	137,14	1,252	1,534	1,965	2,455
1,80	64,2	70,96	86,92	111,32	139,06	1,277	1,564	2,004	2,503
1,81	64,6	72,08	88,30	113,15	141,28	1,305	1,598	2,048	2,558
1,82	65,0	73,51	90,05	115,33	144,08	1,338	1,639	2,099	2,622
1,825	65,0	74,29	91,00	116,61	145,60	1,356	1,661	2,128	2,657
1,83	65,4	75,19	92,10	118,02	147,36	1,376	1,685	2,159	2,696
1,835	65,7	76,38	93,56	119,84	149,70	1,402	1,717	2,200	2,747
1,84	65,9	78,04	95,60	122,51	152,96	1,436	1,759	2,254	2,814

б) Удельные веса дымящейся серной кислоты (продажной) при 20°

Удельный вес при 20°	Общее содержание SO_3	100 частей содержат		
		SO_3	H_2SO_4	кислоты 66° Боме
1,84	77,38	—	94,73	91,61
1,85	80,01	—	98,01	80,91
1,86	81,84	1,54	98,46	73,55
1,87	82,41	4,28	95,76	71,24
1,88	82,81	6,42	93,58	69,62
1,89	83,13	8,16	91,94	68,23
1,90	83,48	10,07	89,93	66,91
1,91	83,73	11,43	88,57	65,91
1,92	84,56	15,95	84,05	62,73
1,93	85,57	21,34	78,66	58,44
1,94	86,78	28,03	71,97	53,54
1,95	87,41	31,46	68,54	50,99
1,96	88,22	35,87	65,13	47,71
1,97	89,83	44,64	55,36	41,19

в) Приготовление серной кислоты любой концентрации смешением кислоты удельного веса 1,85 (чистая H_2SO_4) с водой

При смешении 100 частей воды при 15—20° с x частями серной кислоты удельного веса 1,85	Получают кислоту удельного веса	При смешении 100 частей воды при 15—20° с x частями серной кислоты удельного веса 1,85	Получают кислоту удельного веса	При смешении 100 частей воды при 15—20° с x частями серной кислоты удельного веса 1,85	Получают кислоту удельного веса
$x =$ 1	1,009	$x =$ 130	1,456	$x =$ 370	1,723
2	1,015	140	1,473	380	1,727
5	1,035	150	1,490	390	1,730
10	1,060	160	1,510	400	1,733
15	1,080	170	1,530	410	1,737
20	1,113	180	1,543	420	1,740
25	1,140	190	1,556	430	1,743
30	1,165	200	1,568	440	1,746
35	1,187	210	1,580	450	1,750
40	1,210	220	1,593	460	1,754
45	1,229	230	1,606	470	1,757
50	1,248	240	1,620	480	1,760
55	1,265	250	1,630	490	1,763
60	1,280	260	1,640	500	1,766
65	1,297	270	1,648	510	1,768
70	1,312	280	1,654	520	1,770
75	1,326	290	1,667	530	1,772
80	1,340	300	1,678	540	1,774
85	1,357	310	1,689	550	1,776
90	1,372	320	1,700	560	1,777
95	1,386	330	1,705	570	1,778
100	1,398	340	1,710	580	1,779
110	1,420	350	1,714	590	1,780
120	1,438	360	1,719	600	1,782

2. Соляная кислота

Удельные веса солянокислых растворов различной концентрации при 15°, отнесенные к воде при 4°

Уд. вес при $\frac{15°}{4°}$ (безвозд. пространство)	Градусы Боме	100 вес. частей соответствуют при химически чистой кислоте					1 л содержит кг				
		% HCl	% кислоты 18° Б.	% кислоты 19° Б.	% кислоты 20° Б.	% кислоты 21° Б.	% HCl	% кислоты 18° Б.	% кислоты 19° Б.	% кислоты 20° Б.	% кислоты 21° Б.
1,00	0,0	0,16	0,57	0,55	0,49	0,47	0,0016	0,0057	0,0053	0,0049	0,0047
1,01	1,4	2,14	7,60	7,14	6,66	6,36	0,022	0,077	0,072	0,067	0,064
1,02	2,7	4,13	14,67	13,79	12,86	12,27	0,042	0,150	0,141	0,131	0,125
1,03	4,1	6,15	21,85	20,53	19,16	18,27	0,063	0,225	0,212	0,197	0,188
1,04	5,4	8,16	28,99	27,24	25,42	24,25	0,085	0,302	0,283	0,264	0,252
1,05	6,7	10,17	36,14	33,95	31,68	30,22	0,107	0,380	0,357	0,333	0,317
1,06	8,0	12,19	43,32	40,70	37,97	36,23	0,129	0,459	0,431	0,403	0,384
1,07	9,4	14,17	50,35	47,31	44,14	42,11	0,152	0,539	0,506	0,472	0,451
1,08	10,6	16,15	57,39	53,92	50,31	47,99	0,174	0,620	0,582	0,543	0,518
1,09	11,9	18,11	64,35	60,47	56,41	53,82	0,197	0,701	0,659	0,615	0,587
1,10	13,0	20,01	71,11	66,81	62,33	59,46	0,220	0,782	0,735	0,686	0,654
1,11	14,2	21,92	77,89	73,19	68,28	65,14	0,243	0,865	0,812	0,758	0,723
1,12	15,4	23,82	84,64	79,53	74,20	70,79	0,267	0,948	0,891	0,831	0,793
1,13	16,5	25,75	91,50	85,97	80,21	76,52	0,291	1,034	0,972	0,905	0,865
1,14	17,7	27,66	98,29	92,35	86,17	82,20	0,315	1,121	1,053	0,982	0,937
1,15	18,8	29,57	105,03	98,73	92,11	87,87	0,340	1,208	1,135	1,059	1,011
1,16	19,8	31,52	112,01	105,24	98,19	93,67	0,366	1,299	1,221	1,139	1,087
1,17	20,9	33,46	118,91	111,71	104,24	99,43	0,391	1,391	1,307	1,220	1,163
1,18	22,0	35,39	125,76	118,15	110,24	105,17	0,418	1,484	1,394	1,301	1,241
1,19	23,0	37,23	132,20	124,20	115,98	110,63	0,443	1,574	1,479	1,380	1,317
1,20	24,0	39,11	138,98	130,58	121,84	116,22	0,469	1,667	1,567	1,462	1,395

3. Азотная кислота

Удельные веса азотной кислоты в связи с ее концентрацией при 15°, отнесенные к воде при 4°

Уд. вес при $\frac{15°}{4°}$ (безвозд. пространство)	Градусы Боме	100 вес. частей содержат					1 л содержит кг				
		N_2O_5	HNO_3	кислоты 36° Б.	кислоты 40° Б.	кислоты 48,5° Б.	N_2O_5	HNO_3	кислоты 36° Б.	кислоты 40° Б.	кислоты 48,5° Б.
1,00	0	0,03	0,10	0,19	0,16	0,10	0,001	0,001	0,002	0,002	0,001
1,01	0,4	1,62	1,90	3,60	3,07	1,95	0,016	0,019	0,036	0,031	0,019
1,02	2,7	3,17	3,70	7,01	5,98	3,79	0,033	0,038	0,072	0,061	0,039
1,03	4,1	4,71	5,50	10,42	8,88	5,64	0,049	0,057	0,108	0,092	0,058
1,04	5,4	6,22	7,26	13,75	11,72	7,45	0,064	0,075	0,142	0,121	0,077
1,05	6,7	7,71	8,99	17,03	14,52	9,22	0,081	0,094	0,178	0,152	0,096
1,06	8,0	9,15	10,68	20,23	17,25	10,95	0,097	0,113	0,214	0,182	0,116
1,07	9,4	10,57	12,33	23,35	19,91	12,65	0,113	0,132	0,250	0,213	0,135
1,08	10,6	11,96	13,95	26,42	22,53	14,31	0,129	0,151	0,286	0,244	0,155
1,09	11,9	13,31	15,53	29,41	25,08	15,93	0,145	0,169	0,320	0,273	0,173
1,10	13,0	14,67	17,11	32,41	27,63	17,55	0,161	0,188	0,356	0,304	0,193
1,11	14,2	16,00	18,67	35,36	30,15	19,15	0,177	0,207	0,392	0,335	0,212
1,12	15,4	17,34	20,23	38,31	32,67	20,75	0,195	0,227	0,430	0,366	0,233
1,13	16,5	18,66	21,77	41,23	35,16	22,33	0,211	0,246	0,466	0,397	0,252
1,14	17,7	19,98	23,31	44,15	37,65	23,91	0,228	0,266	0,504	0,430	0,273
1,15	18,8	21,29	24,84	47,05	40,12	25,48	0,245	0,286	0,542	0,462	0,293
1,16	19,8	22,60	26,36	49,92	42,57	27,04	0,262	0,306	0,580	0,494	0,314
1,17	21,9	23,90	27,88	52,80	45,03	28,59	0,279	0,326	0,617	0,526	0,334
1,18	22,0	25,18	29,38	55,64	47,45	30,13	0,297	0,347	0,657	0,560	0,356
1,19	23,0	26,47	30,88	58,49	49,87	31,67	0,315	0,367	0,695	0,593	0,376
1,20	24,0	27,74	32,36	61,29	52,26	33,19	0,333	0,388	0,735	0,627	0,398
1,21	25,0	28,99	33,82	64,05	54,21	34,69	0,351	0,409	0,775	0,661	0,419
1,22	26,0	30,24	35,28	66,82	56,16	36,18	0,369	0,430	0,815	0,695	0,441
1,23	26,9	31,53	36,78	69,66	59,66	59,13	0,387	0,452	0,856	0,730	0,446
1,24	27,9	32,82	38,29	72,52	61,84	39,27	0,407	0,475	0,900	0,767	0,487
1,25	28,8	34,13	39,82	75,42	64,31	40,84	0,427	0,498	0,943	0,804	0,511

3. *Азотная кислота*

Продолжение

Уд. вес при $\frac{15°}{4°}$ (без возд. пространство)	Градусы Боме	100 вес. частей содержат					1 *л* содержит *кг*				
		N_2O_5	HNO_3	кислоты 36° Б.	кислоты 40° Б.	кислоты 48,5° Б.	N_2O_5	HNO_3	кислоты 36° Б.	кислоты 40° Б.	кислоты 48,5° Б.
1,26	29,7	35,44	41,34	78,30	66,76	42,40	0,447	0,521	0,987	0,841	0,534
1,27	30,6	36,75	42,87	81,20	69,23	43,97	0,467	0,544	1,031	0,879	0,558
1,28	31,5	38,07	44,41	84,11	71,72	45,55	0,487	0,568	1,077	0,918	0,583
1,29	32,4	39,39	45,95	87,03	74,21	47,13	0,508	0,593	1,123	0,957	0,608
1,30	33,3	40,71	47,49	89,94	76,70	48,71	0,529	0,617	1,169	0,997	0,633
1,31	34,2	42,06	49,07	92,94	79,25	50,33	0,551	0,643	1,218	1,038	0,659
1,32	35,0	43,47	50,71	96,05	81,90	52,01	0,573	0,669	1,268	1,080	0,686
1,33	35,8	44,89	52,37	99,19	84,58	53,71	0,597	0,597	1,320	1,126	0,715
1,34	36,6	46,35	54,07	102,41	87,32	55,46	0,621	0,725	1,373	1,171	0,744
1,35	37,4	47,82	55,79	105,67	90,10	57,22	0,645	0,753	1,427	1,216	0,772
1,36	38,2	49,35	57,57	109,03	92,97	59,05	0,671	0,783	1,483	1,265	0,803
1,37	39,0	50,91	59,39	112,48	95,91	60,91	0,698	0,814	1,543	1,314	0,835
1,38	39,8	52,52	61,27	116,04	98,95	62,84	0,725	0,846	1,603	1,366	0,868
1,39	40,5	54,20	63,23	119,75	102,12	64,85	0,753	0,879	1,665	1,420	0,902
1,40	41,2	55,97	65,30	123,67	105,46	66,97	0,783	0,914	1,731	1,476	0,937
1,41	42,0	57,86	67,50	127,84	109,01	69,23	0,816	0,952	1,803	1,537	0,976
1,42	42,7	59,83	69,80	132,19	112,73	71,59	0,849	0,991	1,877	1,600	1,016
1,43	43,4	61,86	72,17	136,68	116,30	74,02	0,885	1,032	1,955	1,667	1,058
1,44	44,1	64,01	74,68	141,44	120,61	76,59	0,921	1,075	2,037	1,736	1,103
1,45	44,8	66,24	77,28	146,36	124,81	79,26	0,961	1,121	2,123	1,810	1,150
1,46	45,4	68,56	79,98	151,47	129,17	82,03	1,001	1,168	2,212	1,886	1,198
1,47	46,1	71,06	82,90	157,00	133,88	85,03	1,045	1,219	2,309	1,969	1,250
1,48	46,8	73,76	86,05	162,97	138,97	88,26	1,092	1,274	2,413	2,058	1,307
1,49	47,4	76,80	89,60	169,69	144,70	91,90	1,144	1,335	2,528	2,156	1,369
1,50	48,1	80,65	94,09	178,19	151,99	96,50	1,210	1,411	2,672	2,278	1,447
1,505	48,4	82,63	96,39	182,55	155,67	98,86	1,244	1,451	2,748	2,343	1,488
1,51	48,7	84,09	98,10	185,79	158,43	100,62	1,270	1,481	2,805	2,392	1,519
1,515	49,0	84,92	99,07	187,63	160,00	101,61	1,287	1,501	2,843	2,424	1,539
1,520	49,4	85,44	99,67	188,77	160,97	102,23	1,299	1,515	2,869	2,447	1,554

4. *Едкое кали*

Удельные веса едкого кали (в связи с его концентрацией) при 15° С

Уд. вес	Градусы Боме	100 вес. частей содержат		1 *л* содержит		100 вес. частей содержат		1 *л* содержит	
		K_2O	КОН	K_2O	КОН	K_2O	КОН	K_2O	КОН
1,007	1	0,7	0,9	7	9	22,7	27,0	284	358
1,014	2	1,4	1,7	14	17	23,5	28,0	297	353
1,022	3	2,2	2,6	22	26	24,2	28,9	308	368
1,029	4	2,9	3,5	30	36	25,0	29,8	321	385
1,037	5	3,8	4,5	39	49	25,8	30,7	335	398
1,045	6	4,7	5,6	49	58	26,7	31,8	349	416
1,052	7	5,4	6,4	57	67	27,5	32,7	363	432
1,060	8	6,2	7,4	66	78	28,3	33,7	377	449
1,067	9	6,9	8,2	74	88	29,3	34,9	394	469
1,075	10	7,7	9,2	83	99	30,2	35,9	410	487
1,083	11	8,5	10,1	92	109	31,0	36,9	425	506
1,091	12	9,2	10,9	100	119	31,8	37,8	440	522
1,100	13	10,1	12,0	111	132	32,7	38,9	457	543
1,108	14	10,8	12,9	119	143	33,5	39,9	472	563
1,116	15	11,6	13,8	129	153	34,4	40,9	490	582
1,125	16	12,4	14,8	140	167	35,4	42,1	509	605
1,134	17	13,2	15,7	150	178	36,5	43,4	530	631
1,142	18	13,9	16,5	159	188	37,5	44,6	549	655
1,159	19	14,8	17,6	170	203	38,5	45,8	571	679
1,162	20	15,6	18,6	181	216	39,6	47,1	593	706
1,171	21	16,4	19,5	192	228	40,6	48,3	615	731
1,180	22	17,2	20,5	203	242	41,5	49,4	635	756
1,190	23	18,0	21,4	214	255	42,5	50,6	655	779
1,200	24	18,8	22,4	226	269	43,6	51,3	681	811
1,210	25	19,6	23,3	237	282	44,7	53,2	706	840
1,220	26	20,3	24,2	248	295	45,8	54,5	731	870
1,231	27	21,1	25,1	260	309	47,0	55,9	754	902
1,241	28	21,9	26,1	272	324	48,3	37,5	789	940

5. Едкий натр

Удельные веса едкого натра (в связи с его концентрацией) при 15°

Уд. вес	Градусы Боме	% Na_2O	% NaOH	1 л содержит		Уд. вес	Градусы Боме	% Na_2O	% NaOH	1 л содержит	
				Na_2O	NaOH					Na_2O	NaOH
1,007	1	0,46	0,59	4,6	6,0	1,220	26	15,23	19,65	185,8	239,7
1,014	2	0,93	1,20	9,4	12,0	1,231	27	15,97	20,60	196,6	253,6
1,022	3	1,43	1,85	14,6	18,9	1,241	28	16,70	21,55	207,2	267,4
1,029	4	1,94	2,50	20,0	25,7	1,252	29	17,43	22,50	218,2	281,8
1,036	5	2,44	3,15	25,3	32,6	1,263	30	18,21	23,50	230,0	296,9
1,045	6	2,94	3,76	30,7	39,6	1,274	31	18,97	24,48	241,7	311,7
1,052	7	3,49	4,50	36,7	47,3	1,285	32	19,77	25,50	254,0	327,7
1,060	8	4,03	5,20	42,7	55,0	1,297	33	20,60	26,58	267,2	344,7
1,067	9	4,54	5,86	48,4	62,5	1,308	34	21,43	27,65	280,0	361,7
1,075	10	5,10	6,58	54,8	70,7	1,320	35	22,35	28,83	295,0	380,6
1,083	11	5,66	7,30	61,3	79,1	1,332	36	23,25	30,00	309,7	399,6
1,091	12	6,25	8,07	68,3	88,0	1,345	37	24,18	31,20	325,2	419,6
1,100	13	6,81	8,78	74,9	96,6	1,357	38	25,19	32,50	341,8	441,0
1,108	14	7,36	9,50	81,5	105,3	1,370	39	26,14	33,73	358,1	462,1
1,116	15	7,98	10,30	89,0	114,9	1,383	40	27,13	35,00	375,2	484,1
1,125	16	8,57	11,06	96,4	124,4	1,397	41	28,18	36,36	393,7	507,9
1,134	17	9,22	11,90	104,6	134,9	1,410	42	29,18	37,65	411,4	530,9
1,142	18	9,84	12,69	112,5	145,0	1,424	43	30,27	39,06	431,0	556,2
1,152	19	10,46	13,50	120,5	155,5	1,438	44	31,37	40,47	451,1	582,0
1,162	20	11,12	14,35	129,2	166,7	1,456	45	32,57	42,02	473,2	610,6
1,171	21	11,74	15,15	137,5	177,4	1,468	46	33,77	43,58	495,7	639,8
1,180	22	12,40	16,00	146,3	188,8	1,483	47	35,00	45,16	519,1	669,7
1,190	23	13,11	16,91	156,0	201,2	1,498	48	36,22	46,73	542,6	700,0
1,200	24	13,80	17,81	165,6	213,7	1,514	49	37,52	48,41	568,1	732,9
1,210	25	14,50	18,71	175,5	226,4	1,530	50	38,83	50,10	594,1	766,5

6. Аммиак (содержание в водных растворах)

Удельные веса аммиака при 15°, отнесенные к воде при 15°

Удельный вес 15/15	% аммиака	1 л содержит при 15°	Поправка для ± 1°	Удельный вес 15/15	% аммиака	1 л содержит при 15°	Поправка на ± 1°
1,000	0,00	0,0	0,00018	0,940	15,63	146,8	0,00039
0,990	2,31	22,8	0,00020	0,930	18,64	173,2	0,00042
0,980	4,80	47,0	0,00023	0,920	21,75	199,9	0,00047
0,970	7,31	70,8	0,00025	0,910	24,99	227,2	0,00052
0,960	9,91	95,1	0,00029	0,900	28,33	254,7	0,00057
0,950	12,74	120,9	0,00034	0,890	31,75	282,3	0,00061

ОТДЕЛ ПЯТЫЙ

АСТРОНОМИЯ И ФИЗИЧЕСКАЯ ГЕОГРАФИЯ

I. АСТРОНОМИЯ

1. Земля

Фигура Земли имеет своеобразную форму (геоид) и ближе всего подходит к форме эллипсоида вращения или сфероида, ось вращения которого совпадает с его малою осью.

Размеры и форма Земли характеризуются ее элементами: большая полуось a; малая полуось b; сжатие $\alpha = \frac{a-b}{a}$.

Элементы земного сфероида

Вычислитель	Год	Большая полуось a	Малая полуось b	Сжатие α
Вальбек . .	1819	6 376 896	6 355 833	1 : 302,8
Бессель . .	1841	6 377 397	6 356 079	1 : 299,2
Кларк . . .	1866	6 378 206	6 356 584	1 : 295,0
Кларк . . .	1880	6 378 249	6 356 515	1 : 293,5
Хейфорд . .	1909	6 378 388	6 356 909	1 : 297,0

В прежних картографических работах в России были приняты элементы Вальбека, Бесселя и Кларка (1880 г.); в настоящее время согласно постановлению геодезического совещания временно до вычисления элементов нового сфероида приняты в СССР элементы Бесселя (1841 г.). В Англии, в Индии и США приняты элементы Кларка (1866 г.). Согласно постановлению Мадридского международного совещания геодезического союза рекомендованы элементы Хейфорда (1909 г.). Во многих случаях Землю можно принимать за шар радиуса 6 370 291 *м*.

Окружность Земли по экватору равна	40 070 368 *м*
„ „ „ меридиану . . .	40 003 423 „
Поверхность Земли	509 950 714 *км²*
Объем Земли	1 082 841 322 500 *км³*
Масса Земли	$6 \cdot 10^{21}$ *т*
Средняя плотность	5,5

2. Луна

Среднее расстояние от Земли	384 000 *км*
Сидерическое время обращения Луны (возвращение к одному и тому же месту на небе относительно звезд)	27,32166 суток
Синодическое время обращения (промежуток между одноименными фазами)	29,53059
Среднее движение по долготе в сутки	13°10′35″,0
Наклон орбиты к эклиптике (средний)	5°8′20″,0
Наклон экватора	1°32′
Эксцентриситет орбиты	0,0549
Диаметр средний угловой	31′8″,0
Диаметр	3 476 *км*
Поверхность . . . . . (Земля = 1)	0,0123
Объем . . . . . (Земля = 1)	0,0745
Плотность . . . . . (Земля = 1)	0,0203
Сила тяжести на поверхности . (Земля = 1)	0,604
Невидимая часть поверхности Луны	0,16
	0,41

3. Солнце

Расстояние (среднее) от Земли	149 500 000 *км*
Параллакс	8″,80
Диаметр угловой (средний)	32′4″
Диаметр	1 400 000 *км*
„ в диаметрах Земли	109,1
Поверхность больше поверхности Земли в . .	11 913 раз
Объем больше объема Земли в	1 300 000 „
Масса больше массы Земли в	330 000 „
Плотность относительно плотности Земли . .	0,256
Сила тяжести на поверхности по сравнению с силой тяжести на Земле	27,9
Вращение вокруг оси экваториальной зоны — около	25,2 дня
Вращение вокруг оси параллели 80°	34 „
Наклон экватора Солнца к эклиптике	7°
Период солнечных пятен (от максимума до максимума)	11,13 лет
Солнечная постоянная (количество тепла, получаемое 1 *см²* на границе атмосферы)	1,94 калории.

4. Элементы больших планет

Планеты	Среднее расстояние от Солнца: в миллионах км	Среднее расстояние от Солнца: в астрон. единицах	Эксцентриситет	Наклон к эклиптике	Период обращения: сидер.	Период обращения: синод. в сутках
Меркурий	58,0	0,387	0,206	7° 0′,2	88 суток	115,9
Венера . .	103,2	0,723	0,007	3 23 ,6	224,7 „	583,9
Земля . .	149,5	1,000	0,017	—	1 г	—
Марс . . .	227,7	1,524	0,093	1 51 ,0	1 „322 сут	779,9
Юпитер .	777,7	5,203	0,048	1 18 ,4	11„315 „	398,9
Сатурн . .	1 425,9	9,539	0,056	2 29 ,5	29„167 „	378,1
Уран . . .	2 867,5	19,191	0,047	0 46 ,4	84„7 „	369,7
Нептун . .	4 492,6	30,071	0,009	1 46 ,6	164„280 „	367,8
Плутон . .	5 920	39,8	0,25	17 8	249„ „	?

Продолжение

Планеты	Экваториальный диаметр: в км	Экваториальный диаметр: Земля = 1	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Сжатие	Число спутников
Меркурий	4 800	0,38	88 сут.	?	0	
Венера . .	12 400	0,97	?	?	0	—
Земля . .	12 757	1,00	$23^h56^m4^s$	23°27′	1 : 297	1
Марс . . .	6 800	0,54	24 37 23	24°52′	1 : 190	2
Юпитер .	142 000	11,20	9 0 30	3°4′	1 : 15	9
Сатурн . .	120 000	9,40	10 14 24	26°49′	1 : 9,6	10
Уран . . .	51 000	3,90	10 42	98°	1 : 14	4
Нептун . .	53 000	4,20	15 48	29°	?	1
Плутон . .	?	?	?	?	?	?

5. Самые яркие звезды (по порядку яркости)

Обозначения	Название	Видимая величина	Спектр	Собственное движение	Параллакс	Расстояние	Абсолютн. величина	Абсолютн. яркость	Диаметр	Масса	Плотность
α Б. Пса . . .	Сириус	—1,6	A	1,32″	0,37″	9 (60)	+1,3 (+7,4)	26 (80 000)	1,8	3,4	0,42
α Корабля . .	Канопус	—0,9	F	0,01″	0,005″	4,3	+4,7	1,2	—	—	—
α Центавра . .	—	0,1	G	3,68″	0,76″	24	+0,6	50	1,0	2,0	1,1
α Лиры . . .	Вега	0,1	A	0,36″	0,13″	47	+0,6	150	2,5	(3,0)	0,11
α Возничего .	Капелла	0,2	G	0,43″	0,07″	40 (?00)	−0,2	100	12	7,5	0,002
α Волопаса .	Арктур	0,2	K	2,28″	0,08″	10	−5,8	(18 000)	29	(8)	0,0003
β Ориона . .	Ригель	0,3	B8	0,02″	0,003″	65	+3,0	5,4	19	—	—
α М. Пса . .	Процион	0,5	F5	1,25″	0,32″	320	−0,9	200	1,9	1,5	0,16
α Эридана . .	Ахернар	0,6	B5	0,08″	0,05″	17	+3,9	3 100	—	—	—
β Центавра .	—	0,9	B1	0,07″	0,01″	150	+2,4	9	1,4	(1,7)	0,6
α Орла . . .	Алтаир	0,9	A5	0,6″	0,19″	320	+2,9	1 200	300	(15)	10^{-6}
α Ориона . .	Бетейгейзе	(0,9)	M	0,03″	0,02″	55	−2,7	1 000	—	—	—
α Креста . .	—	1,0	B1	0,05″	0,01″	200	−0,1	10	40	(4)	$2 \cdot 10^{-5}$
α Тельца . .	Альдебаран	1,1	K5	0,19″	0,03″	32	+1,2	1 500	—	>15	—
α Девы . . .	Спика	1,2	B2	0,07″	0,02″	300	−3,1	28	—	—	—
β Близнецов .	Поллукс	1,2	K	0,63″	0,10″	35,0	−4,0	3 400	460	(30)	10^{-7}
α Скорпиона	Антарес	1,2	M	0,04″	0,01″	25	+2,0	14	—	—	—
α Южной Рыбы . . .	Фомальгаут	1,3	A3	0,38″	0,14″	(650)	(−5,2)	—	—	—	—
α Лебедя . . .	Денеб	1,3	A2	0,00″	0,005″	55	+0,2	20	—	—	—
α Льва . . .	Регул	1,3	B8	0,27″	0,03″	200	+2,5	900	—	—	—
β Креста . . .	—	1,5	B1	0,06″	0,02″	—	+5,0	1	1	1	1,4
Солнце . .	—	—26,7	G	—	—						

6. Время и его измерение

Единицей времени являются сутки, т. е. продолжительность оборота Земли вокруг своей оси. Промежуток между двумя верхними кульминациями (прохождениями через южную часть меридиана) — точки весеннего равноденствия → называется звездными сутками; промежуток между двумя нижними кульминациями Солнца — истинными сутками. Так как истинные сутки бывают не одинаковой величины, то для равномерного измерения времени приняты средние сутки, т. е. промежуток между двумя кульминациями фиктивного среднего Солнца. Среднее время ежедневно отстает от звездного на 236,56 сек. Разность среднее — истинное время называется уравнением времени и приводится в табл. 1.

С 1918 г. в СССР принято поясное или зонное время, согласно которому в местностях, расположенных в зоне, распространяющейся на $7^1/_2°$ к западу и к востоку от гринического меридиана, часы поставлены по среднему гринического времени (нулевая зона — или зона с западноевропейским временем); в следующей зоне, охватывающей местности, расположенные на $7^1/_2°$ к западу и востоку от меридиана 15° восточной долготы от Гринича, часы поставлены на 1 час вперед от среднего гринического времени (среднеевропейское время); в зоне, охватывающей местности, расположенные на $7^1/_2°$ к западу и востоку от меридиана 30° восточной долготы от Гринича (проходит на 15′ к западу от Ленинграда), часы поставлены на 2 часа вперед относительно среднего гринического времени (зона 2-го часа или восточноевропейское время) и т. д. Из нижеследующей таблицы видно, какие местности СССР охватываются различными зонами времени. Впрочем, надо заметить, что граница пояса не идет точно по меридиану, а соответствует государственной, административной или физической границе (например идет вдоль течения реки).

В настоящее время по распоряжению правительства часы на всей территории СССР переведены на 1 час вперед; так что местности, расположенные во втором поясе, живут по времени третьего пояса и т. д.

Название пояса	Центральный меридиан пояса	Границы пояса (восточная долгота от Гринича)		Местности, охватываемые поясом
		западная	восточная	
0 часов	Гриничский меридиан	$352^1/_2°$	$7^1/_2°$	Англия, Франция, Испания
1-го часа	15° восточной долготы от Гринича	$7^1/_2°$	$22^1/_2°$	Скандинавские госуд., Германия, Италия
2-го часа	30° восточной долготы от Гринича	$22^1/_2°$	$37^1/_2°$	Западная часть европейской части СССР с городами Ленинград, Москва, Киев, Харьков; Крымская АССР; Турция
3-го часа	45° восточной долготы от Гринича	$37^1/_2°$	$52^1/_2°$	Средняя и Нижняя Волга; Кавказ
4-го часа	60° восточной долготы от Гринича	$52^1/_2°$	$67^1/_2°$	Урал; Казахская АССР; Туркменская, Таджикская ССР
5-го часа	75° восточной долготы от Гринича	$67^1/_2°$	$82^1/_2°$	Западная Сибирь с городом Омск; Казахская АССР с гор. Алма-Ата; Узбекская ССР с гор. Ташкент
6-го часа	90° восточной долготы от Гринича	$82^1/_2°$	$97^1/_2°$	Западная Сибирь с городом Томск! Ново-Сибирск
7-го часа	105° восточной долготы от Гринича	$97^1/_2°$	$112^1/_2°$	Восточная Сибирь с городом Иркутск
8-го часа	120° восточной долготы от Гринича	$112^1/_2°$	$127^1/_2°$	Восточная Сибирь; Якутская АССР с гор. Якутск
9-го часа	135° восточной долготы от Гринича	$127^1/_2°$	$142^1/_2°$	Якутская АССР; Дальневосточная с г. Владивосток; Сахалин; Япония
10-го часа	150° восточной долготы от Гринича	$142^1/_2°$	$157^1/_2°$	
11-го часа	165° восточной долготы от Гринича	$157^1/_2°$	$172^1/_2°$	Камчатка
12-го часа	180° восточной долготы от Гринича	$172^1/_2°$	$187^1/_2°$	Крайний северо-восточный район СССР до Берингова пролива

Таблица 1

Уравнение времени

(Среднее время в истинный полдень)

Числа	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Числа
	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.	час. мин.
1	12 03	12 14	12 [illegible]	12 04	11 57	11 58	12 04	12 06	12 00	11 50	11 44	11 49	1
3	04	14	12	04	57	58	04	06	00	49	44	50	3
5	05	14	12	03	57	58	04	06	11 59	49	44	50	5
7	06	14	11	02	56	59	05	06	58	48	44	51	7
9	07	14	11	02	56	59	05	05	58	47	44	52	9
11	08	14	10	01	56	59	05	05	57	47	44	53	11
13	09	14	10	01	56	12 00	05	05	56	46	44	54	13
15	09	14	09	00	56	00	06	05	55	46	45	57	15
17	10	14	09	00	56	01	06	04	55	46	45	56	17
19	11	14	08	11 59	56	01	06	04	54	45	45	57	19
21	11	14	07	59	56	01	06	03	53	45	46	58	21
23	12	14	07	58	57	02	06	03	53	44	46	59	23
25	12	13	06	58	57	02	06	02	52	44	47	12 00	25
27	13	13	06	58	57	03	06	02	51	44	48	01	27
29	13	—	05	57	57	03	06	01	51	44	48	02	29
31	14	—	04	—	57	—	06	00	—	44	—	03	31

Таблица дана с точностью до 1 минуты и годна на ближайшие несколько лет.

7. Координаты главнейших городов СССР

Город	№ пояса времени	Широта	Долгота от Гринича	Поправка для приведенного местн. средн. времени к поясному
Акмолинск	5	51°12′	71°25′	+ 14 м. 19 с.
Актюбинск	4	50 17	57 14	+ 11 5
Алма-Ата	5	43 16	76 57	— 7 46
Архангельск	2	64 34	40 31	— 42 4
Астрахань	3	46 21	48 2	— 12 9
Ашхабад	4	37 45	58 23	+ 6 27
Баку	3	40 21	49 51	— 19 22
Батуми	3	41 40	41 38	+ 13 28
Благовещенск	9	50 15	127 31	+ 29 57
Брянск	2	53 15	34 22	— 17 28
Улан-Удэ	7	51 49	107 35	— 10 20
Витебск	2	55 10	30 12	— 0 50
Владивосток	9	43 7	131 53	+ 12 29
Владимир	2	55 12	40 25	— 41 39
Вологда	2	58 13	39 53	— 39 33
Воронеж	2	51 39	39 11	— 36 45
Гомель	2	52 25	31 15	— 4 5
Горький	3	56 20	44 0	+ 3 59
Грозный	3	43 19	45 45	— 3 1
Днепропетровск	2	48 28	35 4	— 20 17
Енисейск	6	58 27	92 12	— 8 49
Ереван (Эривань)	3	40 14	44 30	+ 2 0
Житомир	2	50 15	28 40	+ 5 21
Запорожье	2	47 48	35 11	— 20 44
Златоуст	4	55 10	59 41	+ 1 18
Иваново	2	57° 0′	40°59′	— 43 м. 55 с.
Иркутск	7	52 16	104 16	+ 2 55
Казань	3	55 48	49 7	— 16 29
Калуга	2	54 31	36 15	— 25 1
Каменец-Подольск	2	48 40	26 35	+ 13 42
Киев	2	50 27	30 30	— 2 1
Киров	3	58 36	49 41	— 18 44
Коканд	5	40 33	70 57	+ 16 14
Кострома	3	57 46	40 56	+ 16 17
Красноводск	4	40 0	52 57	+ 28 10
Краснодар	3	45 3	38 57	+ 24 11
Красноярск	6	56 1	92 52	— 11 26
Куйбышев	3	53 11	50 5	— 20 20
Курск	2	51 44	36 13	— 24 51
Кутаиси	3	42 15	42 44	+ 9 6
Ленинград	2	59 57	30 15	— 1 1
Махач-Кала	3	42 59	47 30	— 10 1
Минск	2	53 54	27 34	+ 9 46
Могилев	2	53 54	30 20	— 1 21
Москва	2	55 45	37 34	— 30 17
Мурманск	2	68 59	33 4	— 12 15
Наманган	5	41 0	71 38	+ 13 27
Нерчинск	8	51 58	116 35	+ 13 40
Николаев	2	46 58	31 59	— 7 54

7. Координаты главнейших городов СССР

Продолжение

Город	№ пояса времени	Широта	Долгота от Гринича	Поправка для приведенного местн. средн. времени к поясному
Никол. н/Амуре	9	53° 8′	140°43′	—22 м. 52 с.
Новгород	2	58 31	31 17	— 5 7
Новосибирск	6	55 1	82 55	+ 28 20
Новочеркасск	2	47 25	40 6	— 40 25
Одесса	2	46 29	30 45	— 3 2
Омск	5	54 59	73 22	+ 6 30
Орел	2	52 58	36 4	— 24 17
Оренбург	4	51 45	55 7	+ 19 33
Орджоникидзе	3	43 2	44 41	+ 1 16
Охотск	10	59 21	143 17	+ 26 50
Пенза	3	53 11	45 2	— 0 7
Пермь	4	58 1	56 16	+ 14 55
Петрозаводск	2	61 47	34 54	— 17 35
Петропавловский порт	11	53 0	158 44	+ 25 6
Полтава	2	49 35	34 34	— 18 17
Псков	2	57 49	28 20	+ 6 40
Ростов-на-Дону	2	47 13	39 43	— 38 51
Рязань	2	54 38	39 45	— 38 59
Самарканд	4	38 39	66 28	— 27 53
Саратов	3	51 32	46 4	— 4 18
Свердловск	4	56 49	60 35	— 2 22
Семипалатинск	5	50 24	80 5	— 20 22
Симферополь	2	44 57	34 6	— 16 25
Смоленск	2	54 46	34 34	— 18 15
Сретенск	8	52°14′	117°42′	+ 9 м. 14 с.
Ставрополь	3	43 2	41 59	+ 12 2
Сталинград	3	48 48	44 31	+ 1 57
Сухуми	3	43 0	41 0	+ 16 1
Тамбов	3	52 44	41 28	+ 14 9
Ташкент	5	41 19	69 18	+ 22 49
Тбилиси	3	41 42	44 48	+ 0 49
Тобольск	5	58 12	68 16	+ 26 54
Томск	6	56 30	84 58	+ 20 9
Тула	2	54 12	37 37	— 30 28
Ульяновск	3	54 19	48 55	— 13 38
Уральск	3	51 42	51 22	— 25 27
Феодосия	2	45 2	35 23	— 21 33
Фрунзе	5	42 53	174 37	+ 1 33
Хабаровск	9	48 28	35 3	— 0 12
Харьков	2	50 0	36 14	— 24 54
Херсон	2	46 38	32 37	— 10 28
Челябинск	4	55 10	61 21	— 5 22
Череповец	2	59 7	37 56	— 31 43
Чернигов	2	51 29	31 19	— 5 14
Чита	7	52 1	113 30	— 34 1
Якутск	8	62 2	129 44	+ 38 58
Ялта	2	44 30	34 11	— 16 43
Ярославль	2	57 38	39 52	— 39 29

II. ФИЗИЧЕСКАЯ ГЕОГРАФИЯ

1. Давление, температура и осадки в некоторых городах СССР

Город	Давление среднее месячное				Температура средняя в °С		
	наименьшее в *мм*	месяц	наибольшее в *мм*	месяц	годовая	в январе	в июле
1	2	3	4	5	6	7	8
Архангельск	757,8	Март	762,0	Апрель	+ 0,2	— 13,3	+ 15,3
Ленинград	757,8	Июль	761,7	Февраль	+ 4,1	— 9,3	+ 17,6
Москва	758,2	„	764,3	Январь	+ 3,6	— 10,8	+ 18,0
Казань	757,9	„	766,0	„	+ 3,3	— 13,6	+ 19,9
Киев	759,1	„	765,5	„	+ 6,9	— 6,0	+ 19,2
Одесса	759,4	„	766,0	„	+ 9,9	— 3,1	+ 22,7
Севастополь	756,7	„	762,8	„	—	—	—
Астрахань	757,6	„	768,4	„	+ 9,3	— 7,1	+ 25,2
Орджоникидзе	700,3	„	705,0	Октябрь			
Баку	759,5	„	768,6	Январь		+ 3,1	+ 25,8
Тбилиси	723,2	„	730,3	Ноябрь		+ 0,1	+ 24,6
Свердловск	756,6	„	768,1	Январь	+ 0,8	— 16,2	+ 17,2
Ташкент	713,5	„	725,7	Ноябрь		— 1,2	+ 26,8
Мургаб (на Памире)	488,3	Март	493,9	„	— 1,2	— 17,2	+ 13,5
Иркутск	714,8	Июль	728,5	Январь	— 1,3	— 21,0	+ 17,2
Томск	755,4	„	770,8	„	— 0,8	— 19,4	+ 17,8
Владивосток	757,2	„	768,3	„	+ 4,3	— 13,7	+ 20,6
Якутск	754,0	„	771,5	„	— 11,0	— 43,2	+ 19,0
Семипалатинск	737,8	„	753,6	„	+ 2,8	— 16,7	+ 21,8
Ялта					+ 13,1	+ 3,7	+ 24,1
Верхоянск						— 50,5	+ 15,5
Минск					+ 5,3	— 6,8	+ 17,5
Сочи							

1. Давление, температура и осадки в некоторых городах СССР

Продолжение

Город	Осадки в *мм*					Число дней с осадками				Высота над уровнем моря в *м*
	за год	минимум	месяц	максимум	месяц	наименьшее	месяц	наибольшее	месяц	
1	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Архангельск	502	28	Февраль	69	Август	6,4	Апрель	12,2	Октябрь	6
Ленинград	522	25	Март	78	"	10,7	"	16,1	Ноябрь	150
Москва	620	35	Февраль	82	Июль	12,4	"	18,2	Декабрь	167
Казань	460	22	Апрель	60	"	8,7	"	14,7	"	80
Киев	593	33	Февраль	83	"	8,8	Сентябрь	12,9	"	183
Одесса	367	22	Апрель	50	Июнь	4,9	"	8,8	Июнь	43
Севастополь	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Астрахань	206	13	Март	22	—	2,9	Август	5,8	Декабрь	14
Орджоникидзе										
Баку										
Тбилиси										
Свердловск	435	15	Январь	76	Май	6,4	Январь	13,2	Апрель	284
Ташкент		12	Февраль	73	Июль	5,6	Февраль	13,1	Июль	468
Мургаб (на Памире)		2	Июль	66	Март	0,8	Август	10,8	Июнь	3 650
Иркутск	394	6	Февраль	88	Июль	4,9	Апрель	10,5	Июль	468
Томск	565	23	"	75	"	9,5	"	16,4	Декабрь	123
Владивосток		2	Январь	98	Август					
Якутск		4	Февраль	50	Июль	3,9	"	10,9	Сентябрь	—
Семипалатинск	277	11	Март	40	Июнь					201
Ялта	599	27	Август	82	Январь					4
Верхоянск										
Минск	648	41	Февраль	90	Июль					225
Сочи	1452	70	Май	183	Декабрь					

2. Число дней с туманом

Место \ Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Год
Акмолинск	2	3	3	4	0	0	0	0	0	1	4	4	22
Алма-Ата	1	2	1	0	0	0	0	0	1	0	3	4	11
Архангельск	4	3	3	2	1	1	1	2	2	4	3	3	29
Астрахань	5	6	4	2	2	0	1	2	1	3	6	7	39
Батуми	3	3	4	3	3	1	1	1	3	5	2	2	31
Владивосток	2	3	4	8	11	15	17	10	3	3	3	2	81
Вологда	0	0	0	1	0	0	0	2	2	3	0	0	8
Воронеж	1	2	3	2	0	0	0	0	0	3	4	4	19
Иркутск	7	1	1	1	1	3	5	6	6	5	9	14	59
Киев	8	6	9	3	1	1	1	4	4	9	9	9	61
Кола	1	0	0	0	1	1	3	4	2	1	1	1	15
Красноярск	1	1	1	0	0	0	0	2	2	0	1	0	8
Ленинград	4	5	5	5	2	1	1	3	6	8	6	6	52
Махач-Кала	6	6	10	7	2	1	0	0	1	3	6	6	48
Москва	4	4	5	4	2	2	2	3	4	7	6	5	48
Новороссийск	1	1	2	3	3	1	1	2	1	2	1	1	19
Одесса	7	7	9	4	2	1	0	0	2	6	7	9	54
Оренбург	2	2	4	3	3	0	0	0	0	1	2	3	20
Пермь	2	3	3	2	1	1	1	1	3	2	2	3	25
Пятигорск	5	8	10	4	1	0	0	1	2	6	9	9	55
Ростов-на-Дону	4	4	5	2	0	0	0	0	0	3	6	8	32
Куйбышев	1	2	3	3	1	0	0	1	1	2	2	2	18
Севастополь	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	6
Смоленск	2	2	3	2	1	1	2	2	4	4	5	3	31
Сталинград	2	2	3	0	0	0	0	0	0	2	4	5	18
Ташкент	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	2	3	9
Тбилиси	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	3	8
Тула	1	2	2	1	0	0	1	2	2	2	2	2	15
Чита	6	3	1	0	1	1	2	3	2	2	1	5	27

3. Скорость ветра в некоторых городах и местностях СССР

(в метрах в секунду)

(Таблица А. А. Воейкова)

Город и местность	Ноябрь по февраль		Март и апрель		Май по август		Сентябрь и октябрь	
	a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
Архангельск и Кемь	5,1	5,0	5,9	4,5	5,4	3,5	5,8	4,4
Петрозаводск и Сермакса	6,1	5,7	6,5	5,2	6,4	4,5	6,5	5,2
Ленинград	4,9	4,5	5,1	4,1	4,9	3,9	5,1	4,2
Ржев и Москва	4,3	3,9	4,3	3,1	4,3	2,5	4,6	2,8
С. Гулянки (Моск. обл.)	5,0	4,6	5,4	4,2	5,1	3,1	5,0	3,1
Пинск и Киев	4,9	4,1	5,0	4,1	4,5	2,8	4,4	2,9
С. Городище (Киев. обл.)	3,7	2,5	4,3	2,7	4,1	1,8	3,5	1,7
Николаев	5,3	4,4	7,1	4,8	5,3	3,5	4,8	2,6
Тарханкутский маяк (северо-западный берег Крыма)	6,7	6,6	6,3	5,5	5,1	4,1	6,0	5,2
Севастополь	4,6	3,7	5,5	3,3	4,9	1,4	4,7	1,9
Ставрополь	2,5	1,5	3,0	1,7	2,8	1,3	2,6	1,1
Астрахань и Гурьев	5,2	3,9	6,2	4,0	5,3	3,0	5,6	2,9
Казань и Ульяновск	3,2	2,9	3,9	3,0	3,3	1,9	3,5	2,4
Свердловск (Урал)	3,5	2,7	4,5	2,6	5,0	2,2	4,5	2,7
Барнаул и Саланр (Сев. Алтай)	4,3	3,8	5,4	3,1	5,4	2,3	5,5	3,3
Енисейск	3,2	2,8	4,4	2,8	3,8	1,7	3,9	2,3
Туруханск	2,5	2,0	3,6	2,8	3,8	2,1	3,7	2,4
	4,3	4,0	5,2	4,1	3,6	2,9	4,1	2,5

В таблице графа *a* дает средние из наблюдений в 13 час., т. е. для часа, близко совпадающего со временем наибольшей силы ветра (кроме мест, близких к морю), а графа *b* — средние из наблюдений в 7 час. и в 21 час., когда сила ветра близка к наименьшей.

ОТДЕЛ ШЕСТОЙ

ГЕОДЕЗИЯ

I. ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИНЫ

1. Измерительные жезлы из сухой сосны или ели, длиной 3 — 5 *м*, на концах с металлической оковкой, с плоскими или ножеобразными конечными поверхностями. Деления на жезлах нанесены через дециметр. Измерения необходимо вести двумя (или более) жезлами. Точность измерения 1 : 10 000.

При измерении одним жезлом по бечеве (способ Струве) точность достигает 1 : 40 000.

2. Мерная лента обычно применяется 20 *м* длиною, но при инженерных работах встречаются ленты длиной в 25 — 30, 50 и 100 *м*. Изготовляются ленты из полосы закаленной пружинной стали шириной 15 — 30 *мм* и толщиной до 1 *мм*; на концах ленты расположены кольца или другого вида медные ручки; в этих ручках выпилены углубления, к которым прижимаются мерные колышки из толстой железной проволоки (шпильки или бирки), так что расстояние между колышками точно равно принятой длине ленты (ленты концевые), или имеются около концов штрихи, обозначающие начало и конец ленты (ленты штриховые), против которых в землю втыкаются колышки. Ленты обыкновенно разделены на дециметры; у штриховых лент на концах имеется миллиметровая шкала. Точность измерения расстояния стальной лентой от 1 : 1000 до 1 : 3000, в зависимости от того, насколько местность удобна для измерения. Допускаемая разность между измерением вперед и назад вычисляется по формулам:

$d = 0{,}01\sqrt{3l + 0{,}003}$ для благоприятных полевых условий

$d = 0{,}01\sqrt{5l + 0{,}003}$ „ средних „ „

$d = 0{,}01\sqrt{9l + 0{,}003}$ „ неблагоприятных „ „

где l выражено в метрах.

Если натягивать стальную ленту при помощи динамометров (с силой в 15 *кг*), принимая во внимание ее температурный коэфициент расширения, надежно сравнить ее с нормальной

мерой и тщательно отмечать на местности ее концы, то точность измерения можно получить до 1 : 50 000 и выше.

3. Дальномеры при зрительных трубах: а) нитяные дальномеры с вертикальной рейкой дают точность: при трубе с увеличением 18 — 20 раз — не превышающую 1 : 175; при увеличении 25 — 30 раз — около 1 : 350 длины линии, причем при расстоянии до 100 *м* точность 1 : 400; б) оптические дальномеры с горизонтальной рейкой дают точность до 1 : 5000; последней модели Босхардт-Цейсса до 1 : 7000.

4. Счетчик числа шагов и мерное колесо дают точность до 1 : 100.

5. Проволоки из инвара (сплав 64% стали и 36% никеля с коэфициентом расширения, в 10 раз меньшим коэфициента расширения закаленной стали) — прибор Едерина — применяются длиной в 24 или 48 *м* (в США узкие ленты длиной в 50 и 100 *м*); при соблюдении всех необходимых предосторожностей дают относительную точность 1 : 1 000 000 длины базиса и точнее.

II. ЭКЕРЫ

Экеры служат для разбивки прямых углов и углов в 45°.

1. Простые экеры представляют собой восьмигранную призму, цилиндр, усеченный конус или шар, вычерненные внутри, с двумя или четырьмя парами диоптров; визируя по соответствующим парам диоптров, можно опускать на данную линию перпендикуляр, восставлять к линии перпендикуляр в данной точке и разбивать углы в 45°. Экеры конические и круглые применяются для работ в пересеченной (горной) местности.

2. Зеркальные экеры снабжены двумя зеркалами, расположенными под углом в 45°; наблюдая дважды отраженное изображение вехи, можно восставлять и опускать перпендикуляр на данную линию.

3. Призменные экеры снабжены одною или двумя трехгранными прямоугольными призмами, в которых свет претерпевает полное внутреннее отражение; предназначаются, как и зеркальные экеры, для разбивки прямых углов.

Точность экеров невелика, поэтому они применяются при работах второстепенных, а при съемках — в качестве вспомогательного инструмента; экеры зеркальные и призменные при работе ими держат в руке, поэтому они удобнее простых, которые надо насаживать на кол.

III. УГЛОМЕРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

1. Буссоль — употребляется как отдельный угломерный инструмент и устанавливается или на легком штативе (буссоль Стефана), или держится в руках (буссоль Шмалькальдера). Часто буссоль входит как составная часть в другие инструменты (теодолит, астролябия). Буссоли снабжаются азимутальным кольцом с делениями от 0 до 360° для отсчета азимутов или румбическим кольцом — с делениями по четвертям окружности от 0 до 90° — для отсчета румбов (румбы СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ).

Примеры: Если азимут $A = 25°$, то румб $r =$ СВ : 25°; $A = 110°$; $r =$ ЮВ : 70°; $A = 220°$, $r =$ ЮЗ : 40; $A = 300°$, $r =$ СЗ : 60°.

Поверки буссоли: а) не заключает ли коробка железа; б) уравновешена ли стрелка; в) чувствительна ли стрелка; г) не существует ли эксцентриситет стрелки; д) нет ли коллимационной ошибки; е) плоскость диоптров должна быть перпендикулярна к плоскости лимба.

Магнитная стрелка, принимая во внимание ее суточные колебания, занимает среднее положение около 10 час. утра, 8 час. вечера, 12 час. ночи и 4 час. утра.

Склонение магнитной стрелки для эпохи 1935 г. для некоторых городов СССР.

Название города	Склонение в градусах	Годовое изменение склонения в минутах	Название города	Склонение в градусах	Годовое изменение склонения в минутах
Архангельск	+10,7	+5,4	Новосибирск	+11,0	—3,7
Баку	+ 5,7	+3,0	Пермь	+12,8	+1,8
Батуми	+ 4,3	+5,6	Саратов	+ 8,5	+4,2
Казань	+10,6	+3,2	Свердловск	+12,8	+0,2
Киев	+ 3,0	+8,4	Ташкент	+ 6,2	—1,6
Ленинград	+ 4,6	+7,4	Тбилиси	+ 4,9	+4,2
Москва	+ 6,5	+5,7	Хабаровск	—10,8	—7,0

Со знаком + склонение восточное.

Буссолью можно измерять углы с точностью до 0,2°.

2. Теодолит — служит для измерения горизонтальных и вертикальных углов.

Части теодолита:

а) Труба астрономическая с увеличением 20 — 30 и сеткой нитей в виде креста или с добавочными дальномерными нитями. Окуляр у трубы системы Рамсдена.

б) Уровень — цилиндрический (у некоторых заграничных теодолитов бывает круглый уровень), установлен на алидаде горизонтального круга (обыкновенно два уровня под углом 90°) для приведения его в горизонтальное положение. Уровень установлен также на алидаде вертикального круга, чтобы следить за ее неизменностью. У некоторых теодолитов уровень

бывает установлен на трубе; такими теодолитами можно пользоваться как нивелирами.

в) Штатив при теодолите — французской системы; состоит из трех деревянных ножек, по концам окованных железом; из головки в виде площадки, к которой ножки прижимаются винтами; теодолит к головке прикрепляется становым винтом с пружиной.

г) Отвес в виде тяжести (весом не меньше $^1/_2$ *кг*) с коническим острием подвешивается на шнурке к крючку станового винта для установки вертикальной оси теодолита над точкой местности (для центрирования). Ошибка центрирования при несильном ветре может быть доведена до 1 *см*. При более точном центрировании применяют твердый отвес или специальные оптические центрировочные приборы.

д) Лимб горизонтальный — массивный круг с делениями, нанесенными на серебряной пластинке. При съемках в СССР применяются теодолиты с лимбами радиусом 12 — 15 *см* и с делениями, нанесенными через $^1/_2°$ или через $^1/_3°$ (теодолиты завода „Геофизика"). Лимб у простых теодолитов скрепляется прочно с нижним основанием теодолита, имеющего вид массивного металлического треножника (дрейфуса) с тремя подъемными винтами; у повторительных теодолитов лимб вращается на конической оси и скрепляется с основанием прибора при помощи зажимного винта; малые перемещения лимбу можно сообщать наводящим (микрометренным) винтом.

е) Алидада — круг, вращающийся на оси, которая совпадает с центром лимба. На противоположных концах диаметра алидады (на 180°) расположены верньеры для отсчетов долей делений лимба. Точность верньера (t) вычисляется по формуле: $t = \frac{a}{n}$, где a — цена деления лимба, n — число делений верньера, соответствующее $n \mp 1$ делениям лимба (например лимб разделен через $^1/_2°$; 30 делений верньера равны 29 делениям лимба; $t = {}^1/_2° : 30 = 1'$. При инженерных работах применяются минутные теодолиты ($t = 1'$) и полуминутные ($t = 30''$). При отсчетах с помощью верньера сперва отсчитывают по лимбу, после какого деления лимба установился нуль верньера; затем отмечают, которое деление верньера сливается (совпадает) с делением лимба; полученное число умножают на точность верньера и прибавляют к отсчету по лимбу. Отсчеты производят при помощи лупы, установленной на алидаде. Алидада снабжена зажимным и наводящим (микрометренным) винтами.

ж) Для измерения вертикальных углов на горизонтальной оси вращения трубы насажен вертикальный лимб, вращающийся вместе с трубой. Деления у него нанесены от 0 до 60° и от 300 до 360° на противоположных сторонах. Алидада с двумя верньерами и уровнем — неподвижная, укреплена на

стойке трубы. Микрометренным винтом можно исправлять положение алидады, чтобы при отсчетах пузырек уровня при ней всегда стоял на середине. Верньеры дают точность 1′ (иногда 30″).

з) Буссоль у теодолита устанавливают на алидаде горизонтального круга, иногда (у горных теодолитов) буссоль помещена на горизонтальной оси трубы.

Установка теодолита. Центрируют инструмент, устанавливая по отвесу над точкой местности: сперва грубо, раздвигая и сдвигая ножки штатива и вдавливая их в землю, затем точнее — перемещая инструмент на головке штатива. Нивелируют инструмент, приводя по уровню его лимб в горизонтальное положение; для этого ставят уровень параллельно двум подъемным винтам и приводят пузырек его на середину, вращая винты в противоположные стороны, затем поворачивают алидаду на 90° и исправляют уровень третьим подъемным винтом. Если у теодолита — два уровня, установленные под углом в 90°, или имеется круглый уровень, то работают одновременно тремя подъемными винтами, не поворачивая алидады на 90°.

Центрирование надо делать возможно точнее, особенно при коротких расстояниях. Незначительные же перемещения пузырька уровня точности не вредят.

Проверки теодолита. а) Ось цилиндрического уровня должна быть перпендикулярна оси вращения алидады. Установив уровень параллельно двум подъемным винтам, ставят пузырек его на середину; поворачивают алидаду на 180° и, если пузырек сдвинулся, возвращают его к середине на половину делений исправительным винтом при оправе уровня и на другую половину делений — подъемными винтами.

б) Эксцентриситет алидады (т. е. несовпадение центра лимба с осью вращения алидады) исключают отсчетами по двум верньерам, расположенным на 180°; из отсчетов минут берут среднее арифметическое и выписывают градусы первого верньера.

в) Визирная ось (оптическая) трубы должна быть перпендикулярна горизонтальной оси вращения трубы; при несоблюдении этого условия теодолит имеет коллимационную ошибку (c); коллимационная ошибка исключается отсчетами по горизонтальному кругу при двух положениях инструмента: круг право (R) и круг лево (L). Имеем истинный отсчет $A = R - c$ и $A = L + c$, откуда $A = \frac{R + L}{2}$, и коллимационная ошибка равна: $c = \frac{R - L}{2}$. Уничтожить коллимационную ошибку можно исправительными винтиками при сетке нитей.

г) Горизонтальная ось вращения трубы должна быть параллельна плоскости лимба. В справедливости этого условия можно убедиться, наведя центр нитей сетки на шнурок отвеса, подвешенного на расстоянии 10 *м*, и опуская трубу так, чтобы центр сетки нитей скользил по шнуру; если он будет отходить в сторону, то регулируют исправительные винтики при подставке трубы.

Измерение горизонтального угла полным приемом производится в следующем порядке:

I круг право: 1) наведение на задний по ходу предмет
I круг право: 2) наведение на передний по ходу предмет } 1-й полуприем

II круг лево: 1) наведение на задний по ходу предмет
II круг лево: 2) наведение на передний по ходу предмет } 2-й полуприем

При каждом наведении делаются отсчеты по обоим верньерам. Если измерение угла производят несколькими приемами, то перед каждым приемом сдвигают лимб и при каждом полуприеме вращают алидаду в обратную сторону; при наблюдении одним приемом рекомендуется сдвинуть лимб после первого полуприема.

Измерение вертикального угла. При отсчете круг право (R) вертикальный угол равен:

$$\alpha = R - \text{МО};$$

при отсчете круг лево:

$$\alpha = \text{МО} - L$$

(для случая, когда на круге надписи делений идут по часовой стрелке при круге право). Следовательно:

$$\alpha = \frac{R - L}{2} \quad \text{и} \quad \text{МО} = \frac{R + L}{2},$$

где МО — место нуля, т. е. отсчет по кругу, когда визирная ось трубы горизонтальна и пузырек уровня при алидаде вертикального круга стоит на середине. Чтобы сделать МО = 0, надо сперва определить значение места нуля из наблюдений: круг право и круг лево, и поставить трубу на отсчет, соответствующий месту нуля (т. е. привести визирную ось в горизонтальное положение); затем сдвинуть алидаду вертикального круга, чтобы нуль ее верньера совпал с нулем лимба, и, наконец, исправительными винтами при уровне на алидаде вертикального круга поставить пузырек на середину.

3. Астролябия — инструмент уже мало употребительный. Вместо трубы для визирования снабжен двумя парами диоптров; одна пара неподвижная, другая на вращающейся алидаде.

Образец журнала угломерной съемки

№ точек		Отсчеты по верньерам				Угол из 1-го и 2-го полуприемов		Среднее из углов		Прямые и обратные азимуты	Мера линий	Угол наклона
стояния	визирования		I	II	среднее							
		°	′	′	′	°	′	°	′			
			Кр. право									
1	11	45	09	09	09							
	2	306	00	00	00	99	09	99	09	254°45′	136, $\frac{85}{86}$	0°
			Кр. лево									
	11	176	42	42	42							
	2	77	33	33	33	99	09					
			Кр. право									
2	1	36	18	18	18							
	3	210	47	47	47	185	31	185	31	259°15′	113, $\frac{62}{65}$	0°
			Кр. лево									
	1	216	19	19	19							
	3	30	48	48	48	185	31					

4. Секстан — представляет собой дугу с делениями от 0 до 120°. При помощи системы одного неподвижного зеркала и другого, помещенного на вращающемся радиусе, позволяет определять углы путем совмещения непосредственно изображения одного предмета и изображения другого после двойного отражения в зеркалах. Секстан при наблюдениях держат в руках; применяется он при наблюдениях с кораблей и аэропланов.

IV. ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОТ

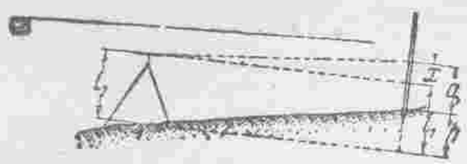
1. Нивелир — прибор для определения превышения одной точки местности над другой при горизонтальном луче зрения.

Условие, которому должен удовлетворять всякий нивелир: визирная (оптическая) ось трубы должна быть параллельна оси уровня. В зависимости от взаимного расположения на приборе трубы и уровня нивелиры бывают трех типов.

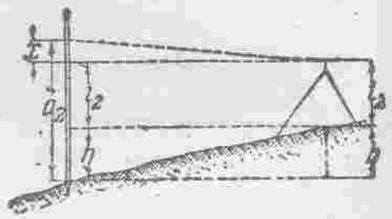
а) Глухие нивелиры, у которых труба и уровень скреплены с подставкой. В СССР применяются глухие нивелиры преимущественно небольшие, для технических нивелировок малой точности. Глухие английские и американские нивелиры пригодны для точного нивелирования.

Поверка уровня производится, как в теодолите (см. выше).

Поверка основного условия нивелира производится двойным нивелированием двух точек местности (отстоящих одна от другой на 50 *м*); при первой установке (фиг. 1): высота нивелира i_1, отсчет по рейке a_1, ошибка в отсчете от непараллельности оси уровня и визирной оси x и превышение h; при второй установке (фиг. 2): высота инструмента i_2 и отсчет



Фиг. 1.



Фиг. 2.

по рейке a_2 (ошибка инструмента x и превышение h остаются те же). Получаем:

$$x = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2}$$

На величину x перемещают сетку нитей исправительными винтиками при ней.

б) Нивелиры, у которых труба перекладывается в лагерах и уровень скреплен с трубой (немецкая система), применяются при нивелировании точном и повышенной точности.

Поверки

1) Оптическая ось трубы должна совпадать с геометрической. Установив рейку на расстоянии 50 *м* от инструмента, делают отсчет по ней a_1. Повернув трубу на 180° вокруг геометрической оси, делают отсчет по рейке a_2; исправительными винтиками при сетке ставят горизонтальную нить на отсчет, равный $\frac{a_1 + a_2}{2}$.

2) Ось уровня должна быть параллельна геометрической (и, следовательно, оптической) оси трубы. Установив подъемными винтами пузырек уровня на середину, вынимают трубу из лагеров и перекладывают на 180°; если пузырек отошел от середины, возвращают его на половину делений исправительными вертикальными винтами оправы уровня.

3) Ось уровня должна быть в одной плоскости с геометрической осью. Если при покачивании трубы около

геометрической оси пузырек уровня отходит от середины в разные стороны, то исправляют уровень боковыми исправительными винтиками при его оправе.

4) Оптическая ось трубы должна быть перпендикулярна к вертикальной оси нивелира. Подъемными винтами приводят пузырек уровня на середину, поворачивают подставку с трубой на 180° и, если пузырек отошел от середины, возвращают его к середине на половину делений при помощи исправительных винтов при подставке нивелира; на половину делений подъемными винтами.

5) Цапфы трубы должны иметь правильную цилиндрическую форму. Обнаружить неправильность цапф можно двойным нивелированием (см. выше), когда все остальные поверки инструмента произведены.

6) Горизонтальная нить сетки должна быть горизонтальной. Исправление производится поворачиванием рамочки с сеткой нитей.

в) Нивелир, у которого труба перекладывается в лагерах, а уровень скреплен с подставкой (французская система, или нивелир Эго), применяется при техническом нивелировании.

Поверки

1) Ось уровня должна быть перпендикулярна оси вращения инструмента. Поверка производится, как и у теодолита (см. выше).

2) Оптическая ось должна совпадать с геометрической. Поверка, как и у предыдущей системы.

3) Оптическая ось должна быть параллельна оси уровня. Установив рейку на расстоянии 50 *м* от нивелира, делают отсчет по рейке a_1; поворачивают подставку с трубой на 180° и делают отсчет a_2. Исправительными винтами при подставке ставят среднюю нить на отсчет

$$\frac{a_1 + a_2}{2}.$$

4) Цапфы трубы должны иметь правильную форму см. выше).

5) Горизонтальная нить сетки должна быть горизонтальной (см. выше).

Рейки при нивелировании представляют собой деревянные бруски, на которых нанесены и закрашены попеременно белой и черной или белой и красной краской деления в 1 *см* или в 2 *см*. Надписаны дециметры. Рейки применяются сплошные длиной в 3 *м*, складные или раздвижные в 4 *м*. Для точного нивелирования применяются сплошные рейки в 3 *м* с деле-

ниями на передней и задней сторонах (двусторонние), снабженные круглым уровнем. Деления рейки должны быть поверены сравнением с образцовой мерой.

Нивелирование (геометрическое) производится вперед (фиг. 3); при определении превышения (h) одной точки относительно другой нивелир стоит в одной точке, рейка — в другой.

Фиг. 3.

$$h = i - a,$$

где i — высота инструмента, a — отсчет по рейке.

Нивелирование из середины, когда инструмент находится на равных расстояниях от реек, установленных на тех точках местности, превышение которых надо определить. Если a_1 — отсчет по задней, a_2 — отсчет по передней рейке, то превышение h равно:

$$h = a_1 - a_2.$$

Нивелирование из середины в значительной мере исключает ошибки инструментальные, а также за кривизну земной поверхности и за рефракцию и не требует измерения высоты инструмента; поэтому оно применяется предпочтительнее нивелирования вперед; нивелирование вперед применяется лишь в исключительных случаях.

Вычислить высоту (отметку) точки местности можно или зная превышения точек (см. выше) — высота (отметка) передней точки (H_2) равна высоте задней (H_1) плюс превышение (h):

$$H_2 = H_1 + h;$$

или по горизонту инструмента — горизонт инструмента (H_i) равен высоте (отметке) задней точки (H_1) плюс отсчет по задней рейке (a_1):

$$H_i = H_1 + a_1.$$

Тогда высота передней точки (H_2) равна горизонту инструмента (H_i) минус отсчет по передней рейке (a_2)

$$H_2 = H_i - a_2.$$

Полезно запомнить правило: отметка точки последующей равна отметке точки предыдущей плюс взгляд назад минус взгляд вперед.

2. Ватерпас — применяется при нивелировке крутых скатов; представляет собой гладкий брус длиной 3 — 5 *м*, снабженный уровнем или стойкой с отвесом. Ватерпас устанавливается одним концом на колышек, вбитый в землю; высота другого конца над поверхностью земли измеряется рейкой или рулеткой.

3. Барометр ртутный, или анероид — ртутные барометры применяются чашечные (Паротта, Фортеня), сифонные (Фусса) и сифонно-чашечные (Таруттини и Вильда-Фусса). Анероиды применяются системы Гольдшмида, Ноде и фабрики Госметприбора (в Ленинграде). Анероиды, на которых имеется шкала с переводом давления воздуха в соответствующую высоту в метрах, называются высотомерами. Барометры и анероиды снабжены термометрами для определения температуры прибора. Показания анероида должны быть исправлены по формуле:

$$B_0 = A + bt_A + c_A(760 - A) + a,$$

где B_0 — истинное атмосферное давление, A — отсчет по анероиду, t_A — показание термометра при анероиде, т. е. температура анероида, b — коэфициент поправки за температуру, c_A — коэфициент поправки за шкалу, a — дополнительная поправка.

Показания ртутного барометра тоже исправляют за температуру, за силу тяжести, за изменение шкалы и вводят еще постоянную поправку для данного барометра по сравнению с нормальным.

Для вычисления разности высот двух станций применяются специальные таблицы, вычисленные на основании барометрической формулы. Употребительны таблицы Радо, Иордана, Певцова, Срезневского, Чеботарева.

Пример. На нижней станции давление (после всех поправок) $B_1 = 745{,}8$ *мм*, температура воздуха $T_1 = +12{,}5°$; на верхней станции

давление $B_2 = 682{,}5$ *мм*, температура воздуха $T_2 = +9{,}5°$:

из табл. 1

давлению B_1 соответствует приближенная высота 151,8 *м*

" B_2 " " " 862,8 "

превышение 711,0 *м*

По табл. 2 берем поправку за температуру $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$ и за разность высот 711,0 *м*; имеем: 28,6 *м*. Окончательное превышение равно $711{,}0 + 28{,}6 = 739{,}6$ *м* (при температуре ниже 0° поправка за температуру берется со знаком —).

4. Гипсотермометр или термобарометр — прибор для определения температуры кипения воды. Отсчитанная температура кипения должна быть переведена в соответствующее давление (табл. 3). Перед началом работ и по окончании их по-

Образец вычисления журнала нивелировки

№ станций	№ пикетов и промежуточных точек	Отсчеты по рейке в *мм*							Горизонт инструмента	Абсолютные отметки в *м*
		Читанные			Средние		Превышения			
		задние	передние	промежуточные	задние	передние	+	—		
I	Rp 1 (%)	1061 1062			1061,5				98,615	97,553
	%+15,0			1930						96,685
	%+28,0			3220						95,395
	%+30,0			3970						94,645
	%+32,0			3017						95,598
	0/1		280 280			280,0	781,5			98,3345
II	0/1	970 971			970,5				99,305	98,3345
	0/2		2188 2187			2187,5		1217,0		97,1175

Приближенные высоты

Таблица 1

Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*	Давление *мм*	Высота *м*
600	1896,2	626	1555,9	652	1229,5	678	915,8	704	614,0	730	323,1	756	42,3	782	—228,9
601	1882,8	627	1543,1	653	1217,2	679	904,0	705	602,6	731	312,1	757	31,7	783	—239,2
602	1869,5	628	1530,3	654	1204,9	680	892,2	706	591,2	732	301,1	758	21,1	784	—249,4
603	1856,2	629	1517,6	655	1192,7	681	880,4	707	579,9	733	290,2	759	10,6	785	—259,6
604	1842,9	630	1504,8	656	1180,4	682	868,6	708	568,5	734	279,2	760	0,0	786	—269,8
605	1829,6	631	1492,1	657	1168,2	683	856,9	709	557,2	735	268,3	761	— 10,6	787	—280,0
606	1816,4	632	1479,4	658	1156,0	684	845,1	710	545,9	736	257,4	762	— 21,1	788	—290,2
607	1803,1	633	1466,7	659	1143,8	685	833,4	711	534,6	737	246,5	763	— 31,6	789	—300,4
608	1789,9	634	1454,0	660	1131,7	686	821,7	712	523,3	738	235,5	764	— 42,1	790	—310,6
609	1776,8	635	1441,4	661	1119,5	687	810,0	713	512,1	739	224,8	765	— 52,6	791	—320,8
610	1763,6	636	1428,8	662	1107,4	688	798,4	714	500,8	740	213,9	766	— 63,1	792	—330,9
611	1750,5	637	1416,2	663	1095,3	689	786,7	715	489,6	741	203,1	767	— 73,5	793	—341,0
612	1737,3	638	1403,6	664	1083,2	690	775,1	716	478,4	742	192,3	768	— 84,0	794	—351,1
613	1724,2	639	1391,0	665	1071,1	691	763,5	717	467,2	743	181,5	769	— 94,4	795	—361,2
614	1711,2	640	1378,5	666	1059,1	692	751,9	718	456,0	744	170,7	770	—104,9	796	—371,3
615	1698,1	641	1366,0	667	1047,0	693	740,3	719	444,8	745	159,9	771	—115,3	797	—381,4
616	1685,1	642	1353,5	668	1035,0	694	728,7	720	433,7	746	149,1	772	—125,7	798	—391,4
617	1672,1	643	1341,0	669	1023,0	695	717,2	721	422,6	747	138,4	773	—136,1	799	—401,4
618	1659,1	644	1328,5	670	1011,0	696	705,6	722	411,5	748	127,7	774	—146,4	800	—411,4
619	1646,1	645	1316,1	671	999,1	697	694,1	723	400,3	749	117,0	775	—156,8		
620	1633,2	646	1303,6	672	987,1	698	682,6	724	389,3	750	106,2	776	—167,1		
621	1620,2	647	1291,2	673	975,2	699	671,1	725	378,2	751	95,6	777	—177,5		
622	1607,3	648	1278,8	674	963,3	700	659,7	726	367,1	752	84,9	778	—187,8		
623	1594,4	649	1266,5	675	951,4	701	648,2	727	356,1	753	74,2	779	—198,1		
624	1581,6	650	1254,1	676	939,5	702	636,8	728	345,1	754	63,6	780	—208,4		
625	1568,7	651	1241,8	677	927,7	703	625,4	729	334,1	755	53,0	781	—218,6		

Таблица 2

Поправка за температуру в метрах

$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$	$H_3 - H_1$ 100 м	200 м	300 м	400 м	500 м	600 м	700 м	800 м	900 м
0°	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1	0,4	0,7	1,1	1,5	1,8	2,2	2,6	2,9	3,3
2	0,7	1,5	2,2	2,9	3,7	4,4	5,1	5,9	6,6
3	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8	9,9
4	1,5	2,9	4,4	5,9	7,3	8,8	10,3	11,7	13,2
5	1,8	3,7	5,5	7,3	9,2	11,0	12,8	14,7	16,5
6	2,2	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8
7	2,6	5,1	7,7	10,3	12,8	15,4	18,0	20,5	23,1
8	2,9	5,9	8,8	11,7	14,7	17,6	20,5	23,5	26,4
9	3,3	6,6	9,9	13,2	16,5	19,8	23,1	26,4	29,7
10	3,7	7,3	11,0	14,7	18,5	22,0	25,7	29,3	33,0
11	4,0	8,1	12,1	16,1	20,2	24,2	28,2	32,2	36,3
12	4,4	8,8	13,2	17,6	22,0	26,4	30,8	35,2	39,6
13	4,8	9,5	14,3	19,1	23,8	28,6	33,3	38,1	42,9
14	5,1	10,3	15,4	20,5	25,7	30,8	35,9	41,0	46,2
15	5,5	11,0	16,5	22,0	27,5	33,0	38,5	44,0	49,5

$T = \frac{T_1 - T_2}{2}$	$H_3 - H_1$ 100 м	200 м	300 м	400 м	500 м	600 м	700 м	800 м	900 м
15°	5,5	11,0	16,5	22,0	27,5	33,0	38,5	44,0	49,5
16	5,9	11,7	17,6	23,5	29,3	35,2	41,0	46,9	52,8
17	6,2	12,5	18,7	24,9	31,2	37,4	43,6	49,8	56,1
18	6,6	13,2	19,8	26,4	33,0	39,6	46,2	52,8	59,4
19	7,0	13,9	20,9	27,9	34,8	41,8	48,7	55,7	62,7
20	7,3	14,7	22,0	29,3	36,7	44,0	51,3	58,6	66,0
21	7,7	15,4	23,1	30,8	38,5	46,2	53,9	61,6	69,3
22	8,1	16,1	24,2	32,3	40,3	48,4	56,4	64,5	72,6
23	8,4	16,9	25,3	33,7	42,1	50,6	59,0	67,4	75,9
24	8,8	17,6	26,4	35,2	44,0	52,8	61,6	70,4	79,2
25	9,2	18,3	27,5	36,7	45,8	55,0	64,1	73,3	82,5
26	9,5	19,1	28,6	38,1	47,6	57,2	66,7	76,2	85,8
27	9,9	19,8	29,7	39,6	49,5	59,4	69,3	79,2	89,1
28	10,3	20,5	30,8	41,0	51,3	61,6	71,8	82,1	92,4
29	10,6	21,3	31,9	42,5	53,1	63,8	74,4	85,0	95,7
30	11,0	22,0	33,0	44,0	55,0	66,0	77,0	88,0	99,0

Если температура T выше 0°, то поправка прибавляется к разности приближенных высот; если T ниже 0°, то поправка вычитается.

Таблица 3

Соотношение между температурой кипения и атмосферным давлением

Температура	Давление в *мм*	Разность на 0,01° в *мм*	Температура	Давление в *мм*	Разность на 0,01° в *мм*	Температура	Давление в *мм*	Разность на 0,01° в *мм*
83,0	400,3		89,0	505,8		95,0	633,7	
		0,16			0,20			0,24
84,0	416,5		90,0	525,5		96,0	657,4	
		0,17			0,20			0,25
85,0	433,2		91,0	545,8		97,0	681,9	
		0,17			0,21			0,25
86,0	450,5		92,0	556,7		98,0	707,1	
		0,18			0,22			0,26
87,0	468,3		93,0	588,3		99,0	733,2	
		0,19			0,22			0,27
88,0	486,8		94,0	610,6		100,0	760,0	
		0,19			0,23			0,28
						101,0	787,8	

казания гипсотермометра должны быть сравнены с показаниями нормального барометра для определения поправки прибора. Гипсотермометр с меньшей точностью определяет давление воздуха, нежели анероид, но поправка его держится с большим постоянством, и при продолжительных экспедициях он может служить для поверки показаний анероида.

V. ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ СЪЕМКИ УГЛОНАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ

1. Мензула — состоит из штатива, подставки, снабженной подъемными винтами и приспособлением для точного ориентирования и планшета, на который наклеивается лист бумаги.

При установке мензулы над точкой местности ее следует: центрировать на-глаз и лишь при съемках 1 : 1000 и крупнее при помощи вилки с отвесом; нивелировать, т. е. привести в горизонтальное положение планшет, поставив на него уровень и действуя подъемными винтами, и ориентировать, т. е. установить планшет по странам света

или при помощи ориентир-буссоли или по уже прочерченным на планшете направлениям на видимые предметы.

2. Алидада — медная линейка длиной 25—50 *см*, с 2 диоптрами на ее концах, с уровнем и поперечным масштабом.

3. Кипрегель — медная или алюминиевая линейка длиной 25—50 *см* с поперечным масштабом и уровнем. На середине линейки установлена вертикальная колонка, на которой на горизонтальной оси укреплена зрительная труба и круг или сектор с делениями для измерения вертикальных углов. Отсчет по вертикальному кругу кипрегеля производится, как и у теодолита.

Поверки кипрегеля

а) Ось уровня на линейке кипрегеля должна быть параллельна нижней плоскости линейки — поверка производится, как у теодолита (см. выше), т. е., установив линейку кипрегеля на мензулу по двум подъемным винтам, приводят ими пузырек на середину; затем, переложив линейку на 180°, приводят пузырек к середине на половину делений исправительными винтами при оправе уровня, на половину делений подъемными винтами.

б) Визирная (оптическая) ось трубы должна быть перпендикулярна горизонтальной оси. Для поверки наводят вертикальную нить сетки трубы на отдаленный предмет и прочерчивают вдоль линейки черту; переведя трубу через зенит, прикладывают линейку к прочерченной линии и, если предмет сдвинулся с нити, то исправительными винтами перемещают сетку нитей на половину расстояния, на которое сместился предмет.

в) Горизонтальная ось вращения трубы должна быть параллельна нижней плоскости линейки. Для поверки наводят центр нитей на верхнюю часть шнура отвеса, подвешенного к высокой вехе, установленной в нескольких метрах от мензулы; если при опускании трубы центр нитей сдвигается со шнура, то исправляют положение горизонтальной оси, подкладывая под один конец колонки кипрегеля кусочки бумаги или кожи.

г) Визирная ось трубы кипрегеля должна находиться в одной плоскости со скошенным краем линейки. Для поверки наводят трубу на предмет, находящийся за 300 *м*, прочерчивают по линейке линию, сдвигают кипрегель, втыкают в концах прочерченной линии две иглы; если при визировании глазом по иглам предмет сместился, поворачивают колонку кипрегеля вокруг вертикальной оси при помощи соответствующих винтов.

д) Определяют место нуля у вертикального круга и делают его равным нулю так, как у теодолита (см. выше).

VI. ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ ВЫЧЕРЧИВАНИЯ ПЛАНОВ И КАРТ

1. Линейки — из грушевого дерева, целлулоида или металлические. Ребро линейки должно представлять прямую линию. Линейки масштабные — обыкновенно с нанесенным на них поперечным масштабом.

2. Треугольники — прямоугольные из дерева, целлулоида, металлические. Два угла по 45° или один 30°, другой 60°. Ребра должны представлять прямую линию. Прямой угол должен быть правильным.

3. Транспортиры — металлические, целлулоидные, картонные — представляют собой половину окружности, иногда целую окружность; разделены на 1° или 0,5°, иногда снабжены алидадой с верньером. Для нанесения точек тахеометрической съемки удобны бумажные круглые транспортиры. Деления должны быть правильны; центр окружности должен совпадать с меткой на середине; линия, соединяющая нули, должна быть параллельна нижнему ребру линейки.

4. Пантограф — для перечерчивания копий в уменьшенном или увеличенном виде.

5. Координатограф — для нанесения координатной сетки и пунктов по их прямоугольным координатам.

6. Палетки и агрометры разного вида для измерения площадей.

7. Планиметр Амслера и компенсационный планиметр Амслера-Коради для механического измерения площадей путем обвода штифтом прибора по контуру фигуры. Площадь S равна: $S = p_8\ (N - n)$, когда полюс прибора вне контура фигуры, и $S = p_8\ (N - n) + Q$, когда полюс прибора внутри прибора. N и n — отсчеты по счетчику прибора после и до обвода, p и Q — постоянные планиметра, которые должны быть определены заранее.

VII. СЪЕМКА УГЛОМЕРНАЯ

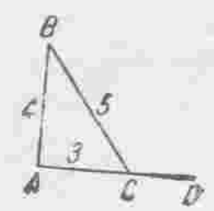
Задачи, решаемые с помощью мерной ленты и кольев

1. *Построить в точке A прямой угол.* Берут на ленте:

$AC = 3m$;

$AD = 4m$;

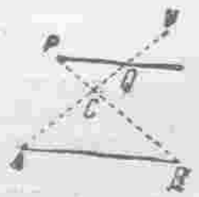
$CD = 5m$ (фиг. 4),



Фиг. 4.

где m — любая мера; натягивают ленту в точках A, C и D; отрезок $AD \perp AB$.

2. *Через точку P провести линию, параллельную AB* (фиг. 5).



Фиг. 5.

Провешивают линию BP и произвольную линию AV; находят точку их пересечения C. Измеряют AC, PC и BC. Вычисляют положение точки Q по формуле:

$$CQ = \frac{AC \cdot PC}{BC}.$$

Откладывают CQ по линии AV, тогда $PQ \parallel AB$.

3. *Определить расстояние AB до недоступной точки A* (фиг. 6).

Фиг. 6.

По продолженному направлению AB провешивают и измеряют линию BC; провешивают произвольную линию CD; через середину ее M провешивают линию BE; откладывают $ME = MB$; провешивают продолжение прямой DE и находят на ней точку F, которая одновременно находится на продолжении линии MA; тогда

$$EF = AB.$$

Задачи, решаемые экером

1. *Определить расстояние AB до недоступного пункта A.*

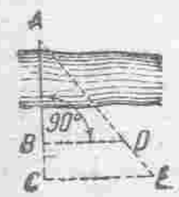
а) В точках B и C (фиг. 7) продолженной линии AB восставляют перпендикуляры BD и CE и намечают точку D на линии AE. Измеряют BC, BD и CE, тогда

$$AB = \frac{BC \cdot BD}{CE - BD}.$$

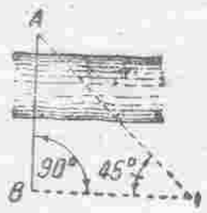
б) В точке B (фиг. 8) восставляют перпендикуляр BC и находят точку C, в которой $\angle BCA = 45°$, тогда $AB = BC$.

в) В точке B (фиг. 9) восставляют перпендикуляр к линии AB, отмеряют произвольное расстояние BC; в точке C восставляют перпендикуляр CD к линии AC и находят точку D, которая должна быть на продолжении линии AB; измеряют BD, тогда

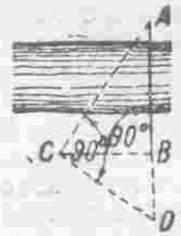
$$AB = \frac{BC^2}{BD}.$$



Фиг. 7.

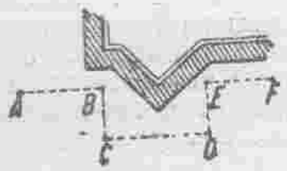


Фиг. 8.



Фиг. 9.

2. *Продолжить провешивание линии AB по другую сторону препятствия* (фиг. 10).



Фиг. 10.

В точке B восставляют перпендикуляр и отмеряют расстояние BC; в точке C восставляют перпендикуляр CD; в точке D восставляют перпендикуляр DE; откладывают лентой $DE = BC$; в точке E восставляют перпендикуляр EF. Тогда EF является продолжением линии AB.

Съемка теодолитом. При обходе границ участка и прокладывания магистральных ходов для съемки подробностей местности угловые точки намечаются на расстоянии не меньше 100 *м*. Расстояние между ними промеряется мерной лентой дважды (вперед и назад). Обход теодолитом ведется по ходу часовой стрелки; углы измеряются полным приемом (иногда 2—3 приемами, сдвигая при каждом приеме лимб). Сумма внутренних углов β замкнутого полигона должна равняться $\sum \beta = 180° (n - 2)$, но обычно получается невязка в углах

$$f \leqslant 1{,}5k\sqrt{n},$$

где k — точность отсчета при измерении угла, n — число сторон полигона. Невязка f разбивается на все углы или на углы с наименьшими сторонами.

При съемке значительного участка местности сперва прокладывается триангуляция (сеть треугольников) для определения положения опорных точек. При прокладывании триангуляции с наивозможной точностью измеряют базис (расстояние между двумя точками) при помощи специальных базисных приборов или многократно хорошо проверенной лентой, принимая во внимание изменение ее длины от темпера-

туры. Углы в вершинах треугольников измеряют несколькими приемами большими теодолитами (универсальными инструментами) с точностью отсчета 10″, 5″ и 2″. Измеренные углы уравниваются по способу наименьших квадратов. В зависимости от точности триангуляция делится на классы. Триангуляция 1-го и 2-го классов (ряды и заполняющие сети) — государственная, так как прокладывается планомерно специальными государственными учреждениями в целях покрыть всю территорию СССР сетью хорошо определенных пунктов; стороны ее треугольников 20—30 *км* и более. Малая триангуляция 3-го, 4-го и 5-го классов прокладывается внутри сетей триангуляции 1-го и 2-го классов и опирается на ее пункты; стороны ее 10—5 *км* и меньше.

Между пунктами триангуляции прокладываются полигонометрические ходы (полигонометрия), расстояние между пунктами около 1 *км* и менее. Сочетание пунктов триангуляции и пунктов полигонометрии составляет геодезическую основу для съемки (угломерной, угломерно-чертательной, тахиметрической). Ходы угломерной съемки (граничные и магистральные) должны опираться на триангуляционные или полигонометрические пункты, положение которых в настоящее время вычисляется в прямоугольных координатах Гаусса-Крюгера (прежде давалось в географических координатах). Благодаря этому координаты пунктов угломерной съемки могут быть вычислены по формулам аналитической геометрии.

Полагая, что ось иксов направлена по меридиану (положительное направление ее — к северу), а ось игреков перпендикулярна к ней (положительное направление к востоку), имеем:

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x, \qquad y_n = y_{n-1} + \Delta y,$$

т. е. координаты любой точки равны координатам предыдущей точки плюс приращения координат Δx, Δy (с их знаками + или —). Последние вычисляются по формулам:

$$\Delta x = d \cos A, \qquad \Delta y = d \sin A,$$

где d — расстояние от предыдущей точки, A — азимут направления от предыдущей точки к последующей.

Азимут A_n вычисляется по формуле:

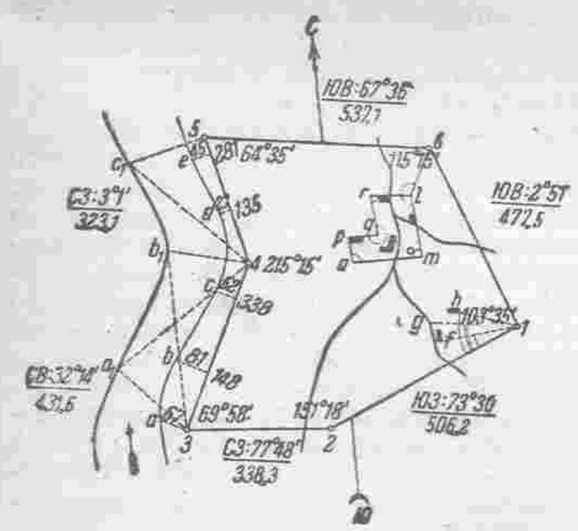
$$A_n = A_{n-1} + 180^\circ - \beta_n,$$

т. е. азимут данного направления равен азимуту предыдущего направления плюс 180° минус угол, лежащий вправо по ходу, или плюс угол, лежащий влево по ходу. Приращения координат вершин замкнутого полигона должны удовлетворять условиям $\sum \Delta x = 0$ и $\sum \Delta y = 0$; обычно этого не бывает и получаются невязки f_x и f_y. Невязка в периметре $\Delta P = \sqrt{[f_x]^2 + [f_y]^2}$ должна быть не более $\frac{1}{2000} P$, т. е. $\frac{1}{2000}$ периметра полигона. Полученные невязки в приращениях раскладываются по приращениям пропорционально длине сторон полигона, если $\Delta P \leqslant \frac{1}{2000} P$.

По вычисленным прямоугольным координатам вершин, полигон накладывается на бумагу (удобно откладывать координаты при помощи координатографа или линейки Дробышева). Полигон может быть наложен также при помощи транспортира и линейки по румбам и длинам сторон, если координаты не вычислялись. Такой способ дает меньшую точность.

Съемка подробностей производится обыкновенно после обхода границ и ведется следующими методами:

1) Перпендикулярами, восстанавливаемыми от ходовой (магистральной) линии до определяемых точек (на фиг. 11 определены точки *a*, *b*, *c*, *d*, *e*), причем измерены длины перпендикуляров (ординаты) и расстояния по ходовой линии от начала ее до их основания (абсцисса).



Фиг. 11.

2) Засечками — измерением направлений на определяемый пункт с концов ходовой линии (на фиг. 11 определены точки a_1, b_1, c_1).

3) Полярным способом, причем измеряется теодолитом или буссолью направление на определенный пункт, а расстояние до него определяется дальномером (на фиг. 11 определены пункты *f*, *g*, *h*).

4) Обходом — с измерением углов поворотов контура и расстояний между поворотами (на чертеже контур *lmnpqr*).

Обычно одновременно с определением положения предметов и контуров на местности (контурная съемка) определяются и высоты точек местности для получения рельефа. К угломерной съемке относится съемка буссолью, которая исполняется по той же схеме, как и теодолитная, но линии измеряются лентой один раз, второстепенные расстояния — шагами; этот вид съемки применяется при рекогносцировках.

Промежуточным видом съемки, между угломерной и угломерно-чертательной, является **тахеометрическая съемка**; она является ускоренной съемкой, дает и контуры, и рельеф местности. Тахеометрическую съемку обыкновенно ведут методом полярных координат. Для ускорения работ применяются **тахеометры-автоматы** различных систем (заграничных фирм), чем сокращаются всякого рода вычисления по заданным, добытым измерениями в поле. План, составленный в результате тахеометрической съемки, поверяется сличением с местностью.

При производстве теодолитной съемки в полевом журнале на-глаз, с приблизительным соблюдением масштаба, вычерчивают **абрис** контуров (схематический чертеж местности); при тахеометрической съемке составляют **кроки** — схематический чертеж контуров с указанием стрелками направления скатов для облегчения впоследствии изображения рельефа горизонталями.

VIII. СЪЕМКА УГЛОНАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ

Мензульная съемка состоит из следующих операций:

1. Производится **рекогносцировка** местности для выбора точек **геометрической сети** — опорных точек для съемки и измеряется базис.

2. С концов базиса **засекается** возможно большее число вех, которыми при рекогносцировке обозначены точки геометрической сети; последовательно, переходя на различные точки геометрической сети прямыми и обратными засечками или задачей Потенота, определяют положение всех точек геометрической сети. Необходимо, чтобы положение точки определялось не менее чем тремя засечками, пересекающимися не под слишком острыми углами, не менее 30°. Высоты пунктов геометрической сети определяются кипрегелем из взаимных наблюдений (геодезическим нивелированием).

3. С точек геометрической сети и с переходных, определяемых по точкам сети, ведут **съемку подробностей** местности: обходами, засечками, полярным способом и промерами с вехи на веху. Переходные точки могут быть определены задачей Потенота или засечками.

4. Одновременно со съемкой подробностей определяют **высоты** характерных точек местности и немедленно **в поле проводят горизонтали**. Съемку подробностей и рельефа ведут кипрегелем. По степени точности различают мензульную съемку — **инструментальную** (полную) и **полуинструментальную** (сокращенную).

Иногда пункты геометрической сети определяют угломерной съемкой (теодолитом) и наносят их на планшет по координатам; съемку подробностей и высотную ведут кипрегелем.

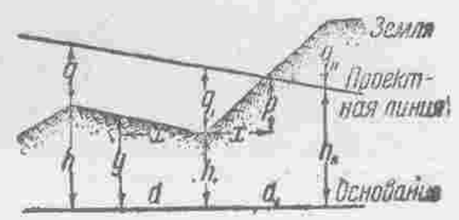
К углоначертательной съемке относится съемка **глазомерная**, при которой геометрическая сеть не составляется, расстояния определяются: шагами — по основным концам и глазомерно — до местных предметов; рельеф изображается приближенно, горизонталями на-глаз.

При производстве всякого рода съемок следует руководствоваться инструкциями, утвержденными Государственным междуведомственным геодезическим советом.

IX. ВЫЧЕРЧИВАНИЕ ПРОФИЛЯ

Профиль изображает графически разрез местности вертикальною плоскостью и вычерчивается на основании результатов нивелирования.

На горизонтальной линии, принятой за **основание**, откладываются в выбранном масштабе расстояния d, d_I, d_{II} (фиг. 12) между пикетами нивелирования (обычно эти расстояния равны 100 *м*). В концах расстояний восставляются перпендикуляры, на которых откладываются h, h_I, h_{II} — высоты точек земли, полученные нивелированием. Масштаб по высоте берут в 10—20 раз крупнее горизонтального. Полученные точки соединяют ломаной линией, которая и представляет собой профиль.



Фиг. 12.

Высота любой точки профиля y вычисляется по формуле:

$$y = h_1 \pm \frac{x}{d}(h - h_1).$$

Расстояние этой точки x от соседнего пикета равно:

$$x = d\frac{y - h_1}{h - h_1}.$$

Если на профиле проложена **проектная линия**, то отметки ее точек называются **красными отметками** $h + q$, $h_1 + q_1$. Расстояние x_1 от пересечения проектной линии с землей p до точки с отметкой $h_1 + q_1$ равно:

$$x_1 = d_1\frac{q_1}{q_I + q_{II}}.$$

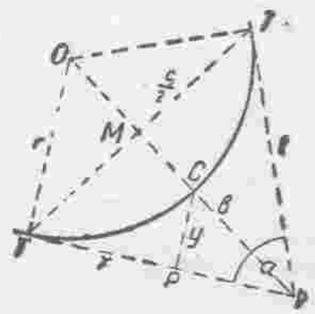
X. РАЗБИВКА КРИВЫХ НА МЕСТНОСТИ

$r = OT$ — радиус; $t = TV$ — касательная линия; $c = TT$ — хорда; $f = MC$ — стрела; $b = VC$ — линия, делящая пополам угол; $\alpha = TVT$—угол между касательными; x—какая-либо абсцисса; y — соответствующая ордината. Центральный угол $TOT = 180° - \alpha$. Развертка дуги $TCT = 0{,}01745\, r \cdot (180° - d)$.

$$r = t \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad b = \sqrt{r^2 + t^2 - r};$$

$$t = r \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}; \quad f = r - \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + t^2}}$$

$$c = 2r \cdot \sin \frac{\alpha}{2};$$



Фиг. 13.

Координаты вершины C кривой:

абсцисса $TP = \frac{C}{2}$ (полухорда);

ордината $PC = f$ (стрела);

ордината y какой-либо абсциссы x будет равна:

$$y = \sqrt{r^2 + x^2}.$$

Стрела полудуги TC с большим приближением равна $^1/_4$ стрелы целой дуги TCT.

(Таблицы для разбивки кривых см. ниже.)

Таблицы для разбивки кривых

I. Величины касательных линий и хорд (при радиусе 1000)

a	t	c	a	t	c	a	t	c	a	t	c
1	8,727	17,453	21	185,339	364,471	41	373,885	700,415	61	589,045	1115,078
2	17,455	34,905	22	194,380	381,618	42	383,864	716,736	62	600,861	1030,076
3	26,186	52,354	23	203,452	398,736	43	393,910	733,003	63	612,801	1044,997
4	34,921	69,779	24	212,556	415,822	44	404,026	749,213	64	624,869	1059,839
5	43,661	87,239	25	221,695	432,879	45	414,214	765,367	65	637,070	1074,599
6	52,408	104,672	26	230,868	449,902	46	424,475	781,462	66	649,408	1089,278
7	61,163	122,097	27	240,079	466,891	47	434,812	797,498	67	661,885	1103,874
8	69,927	139,513	28	249,328	483,844	48	445,229	813,473	68	674,508	1118,386
9	78,702	156,918	29	258,618	500,760	49	455,726	829,386	69	687,281	1132,812
10	87,489	164,311	30	267,949	517,638	50	466,308	845,238	70	700,207	1147,153
11	96,289	191,692	31	277,324	534,478	51	476,975	861,022	71	713,293	1161,406
12	105,104	209,057	32	286,745	551,276	52	487,733	876,742	72	726,543	1175,571
13	113,936	226,406	33	296,213	568,032	53	498,582	892,395	73	739,961	1189,645
14	122,785	243,739	34	305,731	584,743	54	509,525	907,981	74	753,554	1203,630
15	131,652	261,052	35	315,299	601,412	55	520,567	923,497	75	767,327	1217,523
16	140,541	278,346	36	324,920	618,034	56	531,709	938,943	76	781,286	1231,323
17	149,451	295,619	37	334,595	634,609	57	542,956	954,318	77	795,436	1245,029
18	158,384	312,869	38	344,328	651,136	58	554,309	969,619	78	809,784	1258,641
19	167,343	330,095	39	354,119	667,614	59	565,773	984,847	79	824,336	1272,156
20	176,327	347,296	40	363,970	684,040	60	557,350	1000,000	80	839,099	1285,575

a	t	c	a	t	c	a	t	c	a	t	c
81	854,081	1298,896	106	1327,045	1597,271	131	2194,300	1819,923	156	4704,630	1956,295
82	869,287	1312,118	107	1351,422	1607,714	132	2246,037	1827,091	157	4915,157	1959,849
83	884,725	1325,240	108	1376,382	1618,034	133	2299,842	1834,120	158	5144,514	1963,254
84	900,404	1338,261	109	1401,948	1628,281	134	2355,852	1841,010	159	5395,517	1966,510
85	916,331	1351,180	110	1428,148	1638,304	135	2414,214	1847,759	160	5671,282	1969,615
86	932,515	1363,997	111	1455,009	1648,252	136	2475,087	1854,367	161	5975,764	1972,571
87	948,964	1376,709	112	1482,561	1658,075	137	2538,648	1860,835	162	6313,751	1975,377
88	965,689	1389,317	113	1510,835	1667,772	138	2605,089	1867,161	163	6691,156	1978,032
89	982,697	1401,819	114	1539,865	1677,541	139	2674,621	1873,344	164	7115,370	1980,536
90	1000,000	1414,214	115	1569,686	1686,783	140	2747,477	1879,385	165	7595,754	1982,890
91	1017,607	1426,501	116	1600,334	1696,096	141	2823,913	1885,283	166	8144,346	1985,092
92	1035,530	1438,680	117	1631,852	1705,280	142	2904,211	1891,037	167	8776,887	1987,144
93	1053,780	1450,749	118	1664,279	1714,335	143	2988,685	1896,647	168	9514,364	1980,044
94	1072,369	1462,707	119	1697,663	1723,258	144	3077,683	1902,113	169	10385,40	1990,792
95	1091,308	1474,555	120	1732,051	1732,051	145	3171,595	1907,434	170	11430,05	1992,389
96	1110,612	1486,290	121	1767,494	1740,710	146	3270,853	1912,610	171	12706,20	1993,835
97	1130,294	1497,911	122	1804,048	1749,239	147	3175,943	1917,399	172	14300,67	1995,128
98	1150,368	1509,419	123	1841,771	1757,634	148	3487,414	1922,523	173	16349,85	1999,270
99	1170,850	1520,812	124	1880,726	1765,895	149	3605,883	1927,261	174	19081,14	1997,259
100	1191,754	1532,089	125	1920,982	1774,022	150	3732,051	1931,852	175	22903,76	1998,096
101	1213,097	1543,249	126	1962,610	1782,013	151	3866,713	1936,295	176	28636,25	1998,782
102	1234,897	1554,292	127	2005,690	1789,869	152	4010,781	1940,591	177	38188,46	1999,315
103	1257,172	1565,216	128	2050,304	1797,588	153	4165,300	1944,740	178	57289,96	1999,695
104	1279,942	1576,021	129	2096,544	1805,171	154	4331,476	1948,740	179	114588,65	1999,924
105	1303,225	1586,707	130	2144,507	1812,615	155	4510,708	1952,592	180	∞	2000,000

II. Величины абсцисс и ординат разбитых пунктов дуги круга радиуса $\frac{1}{100}$

n	x	y	n	x	y	n	x	y	n	x	y
1	1,000	0,005	26	25,708	3,359	51	48,818	12,726	76	68,892	27,516
2	2,000	0,020	27	26,763	3,622	52	49,688	13,218	77	69,614	28,209
3	2,999	0,045	28	27,636	3,894	53	50,553	13,719	78	70,328	28,909
4	3,999	0,080	29	28,595	4,176	54	51,414	14,229	79	71,035	29,616
5	4,998	0,125	30	29,552	4,466	55	52,269	14,748	80	71,736	30,329
6	5,996	0,180	31	30,506	4,767	56	53,119	15,274	81	72,429	31,050
7	6,994	0,245	32	31,457	5,077	57	53,963	15,810	82	73,115	31,778
8	7,901	0,320	33	32,404	5,396	58	54,802	16,354	83	73,793	32,512
9	8,988	0,405	34	33,349	5,725	59	55,636	16,906	84	74,464	33,254
10	9,983	0,500	35	34,290	6,063	60	56,464	17,466	85	75,128	34,002
11	10,978	0,604	36	35,227	6,410	61	57,287	18,035	86	75,784	34,756
12	11,971	0,719	37	36,162	6,767	62	58,104	18,612	87	76,433	35,517
13	12,963	0,844	38	37,092	7,134	63	58,915	19,197	88	77,074	36,285
14	13,954	0,979	39	38,019	7,509	64	59,720	19,790	89	77,707	37,059
15	14,944	1,124	40	38,942	7,894	65	60,519	20,392	90	78,333	37,859
16	15,932	1,278	41	39,861	8,288	66	61,312	21,001	91	78,950	38,625
17	16,918	1,443	42	40,776	8,691	67	62,097	21,618	92	79,560	39,418
18	17,903	1,618	43	41,687	9,103	68	62,879	22,243	93	80,162	40,217
19	18,886	1,802	44	42,594	9,525	69	63,654	22,875	94	80,756	41,021
20	19,867	1,997	45	43,496	9,955	70	64,422	23,516	95	81,342	41,832
21	20,846	2,201	46	44,395	10,395	71	65,183	24,164	96	81,919	42,648
22	21,823	2,415	47	45,289	10,843	72	65,939	24,819	97	82,489	43,470
23	22,798	2,629	48	46,178	11,301	73	66,687	25,482	98	83,050	44,298
24	23,770	2,862	49	47,063	11,767	74	67,429	26,153	99	83,603	45,131
25	24,740	3,106	50	47,943	12,442	75	68,164	26,831	100	84,147	45,970

Пример: Пусть $r = 1200$ *м*. Для 20 пункта дуги будем иметь:

Абсциссу $x = 19{,}867 \cdot \frac{1200}{100} = 238{,}404$. Ординату $y = 1{,}997 \cdot \frac{1200}{100} = 23{,}964$.

XI. УСКОРЕНИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ g ДЛЯ РАЗНЫХ ШИРОТ НА УРОВНЕ МОРЯ

Широта в °	g	Широта в °	g	Широта в °	g
0	978,030	35	979,730	70	982,606
5	978,069	40	980,166	75	982,866
10	978,186	45	980,616	80	983,058
15	978,376	50	981,066	85	983,176
20	978,634	55	981,503	90	983,216
25	978,952	60	981,914	Москва	981,559
30	979,321	65	982,285	Ленинград	981,928

Примечание. Для Москвы и Ленинграда даны величины наблюденные, остальные значения вычислены по формуле:

$$g = 980{,}606\,(1 - 0{,}002648 \cos 2\varphi)\ \textit{см/сек}^2.$$

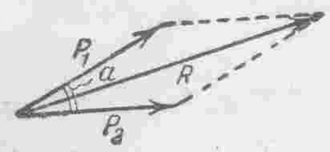
ОТДЕЛ СЕДЬМОЙ

МЕХАНИКА

I. СТАТИКА

1. Сложение, разложение и равновесие сил, сходящихся в одной точке

Силы различаются по величине, направлению и по положению точек приложения (точнее—линий их действия). Графически они изображаются направленными прямолинейными отрезками—векторами. Длина вектора (в масштабе) отмечает величину, а стрелка на его конце—направление силы.



Фиг. 1.

Фиг. 2.

Если силы P_1 и P_2 расположены относительно друг друга под каким-либо острым или тупым углом α, то равнодействующая их по правилу параллелограма выражается:

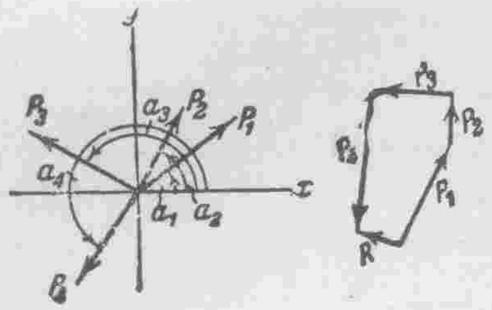
$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos \alpha}. \tag{1}$$

В частном случае, когда $\alpha = 90°$

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}. \tag{2}$$

Графически R определяется для двух сил замыкающей стороной треугольника сил (фиг. 1 и 2), а для многих сил—замыкающей стороной многоугольника сил (фиг. 3).

По правилу параллелограма или треугольника сил производится также и разложение заданной силы на две составляющие.



Фиг. 3

Вообще же при сложении сил и аналитическом определении равнодействующей проектируют все силы на две перпендикулярные друг к другу оси. Проекция равнодействующей всех сил:

по оси абсцисс:

$$R_x = P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 + \ldots,$$

по оси ординат:

$$R_y = P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + \ldots,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$—углы, составляемые силами $P_1, P_2, \ldots$ с осью x, причем положительные углы всегда отсчитываются от положительного направления оси абсцисс в сторону положительного направления оси ординат (фиг. 3).

Величина равнодействующей:

$$R_0 = \sqrt{R_x^2 + R_y^2},$$

ее направление:

$$\sin \alpha = \frac{R_y}{R_0}, \quad \cos \alpha = \frac{R_x}{R_0}.$$

Если $R_0 = 0$ (многоугольник сил замыкается самими заданными силами), то система сил уравновешена, что возможно, если одновременно $R_x = 0$ и $R_y = 0$; отсюда вывод: для равновесия сил на плоскости, сходящихся в одной точке, они должны удовлетворять двум условиям:

$$R_x = \Sigma X = 0 \text{ и } R_y = \Sigma Y = 0.$$

При сложении и разложении сил в пространстве каждую силу проектируют на каждую из трех координатных осей: $X_1 = P_1 \cos \alpha_1$, $Y_1 = P_1 \cos \beta_1$, $Z = P_1 \cos \gamma_1$ и т. д. и составляют алгебраические суммы проекций: $\Sigma X = P_x$, $\Sigma Y = P_y$, $\Sigma Z = P_z$, величина равнодействующей $R_0 = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$, так как для прямоугольных осей $\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1 = 1$ α_1, β_1, γ_1—углы вектора силы P_1 с осями x, y, z. Отсюда, как и выше, три условия равновесия сил в пространстве, сходящихся в одной точке:

$$\Sigma X = 0, \ \Sigma Y = 0, \ \Sigma Z = 0.$$

2. *Сложение и разложение сил с параллельными линиями действия*

В этом случае векторы сил или обращены стрелками в одну сторону—силы параллельные (↓↓) или в противоположные стороны—силы антипараллельные (↓↑).

Равнодействующая двух параллельных сил определяется условиями:

$$P \downarrow\downarrow R \downarrow\downarrow Q, \tag{1}$$

$$R = P + Q, \tag{2}$$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{Q}{P} \tag{3}$$

(внутреннее деление отрезка AB точкой C).

Равнодействующая двух антипараллельных сил определяется условиями (если $P > Q$):

$$P \downarrow\downarrow R \downarrow\uparrow Q, \tag{1}$$

$$R = P - Q, \tag{2}$$

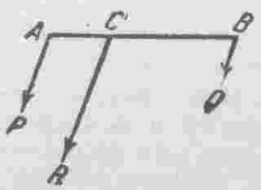
$$\frac{AC}{CB} = \frac{Q}{P} \tag{3}$$

(внешнее деление отрезка AB точкой C).

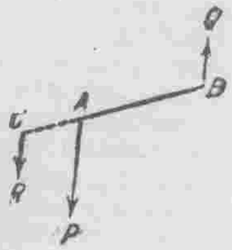
Простое преобразование объединяет оба условия (3) в одно сложное:

$$\frac{AB}{R} = \frac{AC}{Q} = \frac{BC}{P}. \quad \text{(a)}$$

Эти уравнения позволяют произвести разложение заданной силы R на две параллельные или антипараллельные, причем должны быть заданы: длина AB и одна из сил, например P или AC и P или же AB, и отношение $\frac{P}{Q}$.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Параллельные силы приводятся к равнодействующей всегда, антипараллельные только тогда, когда они не равны друг другу.

так как при $P = Q$ имеем:

$$R = 0, \quad AC = Q, \quad \frac{AB}{0} = \infty, \quad BC = P, \quad \frac{AB}{0} = \infty$$

(точка C уходит в ∞), т. е. две равные антипараллельные силы равнодействующей не имеют, а образуют „пару сил" (см. п. 3)

Равнодействующая многих сил с параллельными линиями действия находится алгебраическим сложением равнодействующих R_1 и R_2 всех параллельных сил как одного, так и противоположного направления (для каждого направления складываются две силы, их равнодействующая с третьей и т. д.).

В зависимости от величины и положения антипараллельных сил R_1 и R_2 возможны три случая: данная система сил

1) приводится к равнодействующей ($R_1 \neq R_2$);
2) приводится к паре сил ($R_1 = R_2$, линии действия различны);
3) уравновешена ($R_1 = R_2$, линия действия общая).

Правила сложения определяют только линию действия равнодействующей; точка приложения ее в твердом теле может быть выбрана на этой линии произвольно. Обычно точкой приложения равнодействующей служит центр параллельных сил—точка, положение которой не меняется при повороте всех сил вокруг точек приложения их на один и тот же угол. Центр двух параллельных (или антипараллельных) сил есть точка C, делящая отрезок AB внутри (или вне) в отношении (а). Примером центра параллельных сил служит центр тяжести тела (п. 7).

3. Статический момент силы; пара сил и момент пары

Статическим моментом силы относительно какой-либо точки в плоскости ее действия называется произведение величины силы на ее плечо (длина перпендикуляра из взятой точки на направление силы). Статический момент представляет меру вращающего действия силы вокруг взятой точки и считается „+" или „—" в зависимости от направления вращения—по часовой стрелке или против нее.

Согласно сказанному в п. 2, результат сложения двух равных антипараллельных сил выражается особым силовым фактором—парою сил. Механическое действие пары—вращательное и оценивается ее моментом, равным произведению одной из составляющих пару сил на плечо (расстояние между силами).

В теоретической механике относительно пар сил принимаются следующие положения.

Аксиома: пара сил может уравновешиваться только парою сил, если моменты обеих пар равны и противоположны по знаку, но не одиночной силой.

Теоремы о преобразовании и сложении пар:

1. Две пары сил считаются механически эквивалентными при равенстве их моментов по величине и по знаку.
2. Пару сил можно перемещать в плоскости ее действия поступательно и поворачивать ее плечо без изменения механического ее действия при условии неизменности ее момента.
3. Две или несколько пар могут быть заменены одною равнодействующей парою сил с моментом, равным алгебраической сумме моментов отдельных пар.

Для случая плоской системы сил в теоретической механике выводят теорему: всякую силу, не изменяя ее механического воздействия на тело, можно переносить параллельно самой себе в новую точку приложения (например в начало координат), нагрузив дополнительно тело парой сил, момент которой равен статическому моменту силы в ее первоначальном положении относительно новой точки приложения.

К статическим моментам плоской системы сил применяется теорема Вариньона: статический момент равнодействующей равен алгебраической сумме моментов составляющих.

4. Условия равновесия плоской системы сил

Система произвольно направленных приложенных к телу сил может быть заменена (по теореме параллельного перенесения) равнодействующей R и парой сил с моментом M.

Сила R стремится вызвать поступательное перемещение тела, а пара сил—его вращение. Для соблюдения равновесия необходимо, чтобы:

$$1)\ R = \sqrt{[\Sigma X]^2 + [\Sigma Y]^2} = 0$$

и

$$2)\ M_0(P_1, P_2, P_3, \ldots) = 0.$$

Эти два условия распадаются на три отдельных:

$$\begin{aligned} &\text{I} \ldots \ \Sigma X = 0 \\ &\text{II} \ldots \ \Sigma Y = 0 \\ &\text{III} \ldots \ M_0(P_1, P_2, P_3, \ldots) = 0 \end{aligned}$$

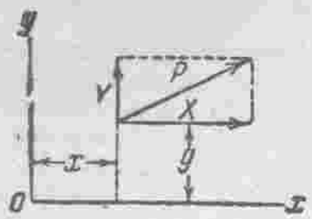
причем O—центр моментов—обычно берется в начале координатных осей, хотя теоретически его положение произвольно (но должно сохраняться неизменным для всех приложенных сил P_1, P_2, P_3, ...).

Для плоской системы сил, если за центр приведения взять начало координат, момент от каждой отдельной силы можно

выразить аналитически (фиг. 6) на основании теоремы Варинь она так:

$$M_0(P) = yX - xY,$$

где x, y — координаты точки приложения, а X и Y — проекции силы P на оси.



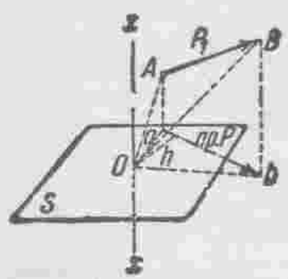
Фиг. 6.

В частности, условие равновесия тела с неподвижной осью вращения при действии сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной к оси вращения (такое тело называется рычагом первого или второго рода), приводится к равенству нулю алгебраической суммы моментов относительно оси вращения, потому что равнодействующая при равновесии должна проходить через ось вращения (для компенсации уравновешивающей). Применяя теорему Вариньона, получим упомянутое условие равновесия рычага.

5. Условия равновесия пространственной системы сил

Для этого случая предварительно вводится новое понятие о статическом моменте сил относительно оси и теорема о проекции вектора этого момента на ту же ось.

Статическим моментом силы P_1 относительно оси xx называется произведение проекции P силы на плоскость S, перпендикулярную к оси xx, на длину перпендикуляра h, опущенного на эту проекцию из точки O пересечения оси с плоскостью (фиг. 7), т. е.



Фиг. 7.

$$M_x(P_1) = \text{пр}_S P \cdot h,$$

где h есть длина перпендикуляра, опущенного из точки O плоскости S на проекцию силы.

$$M_x(P_1) = 0, \text{ когда } P_1 \parallel xx \text{ и когда } h = 0.$$

Произведение $\text{пр}_S P \cdot h$ представляет двойную площадь треугольника Oab, которая равна 2 пл. $\triangle OAB \cdot \cos\alpha$, где α есть угол между плоскостью S и плоскостью треугольника OAB. Если условиться обозначать двойную площадь треугольника OAB

вектором L, откладываемым по перпендикуляру к плоскости треугольника OAB, — так называемый линейный момент силы, — то можем написать:

$$M_x(P_1) = 2 \text{ пл. } \triangle Oab = 2 \text{ пл. } \triangle OAB \cdot \cos\alpha = \\ = L \cdot \cos\alpha = \text{пр}_{xx} L = L_x,$$

т. е. момент заданной в пространстве силы P_1 относительно оси xx равен проекции линейного момента силы относительно точки пересечения O на ту же ось.

Далее в теоретической механике доказывается (аналогично способу для плоской системы) теорема Вариньона: момент равнодействующей силы (если система сил приводится к одной равнодействующей) относительно оси равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же оси. Так как условное векторное представление моментов распространяется и на моменты пар сил, то и моменты пар сил, получаемых при параллельном перенесении сил, допускают геометрическое сложение. На основании вышеуказанного, условия равновесия пространственной системы сил будут:

$$1)\ R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2 + (\Sigma Z)^2} = 0$$

и

$$2)\ L_0 = \sqrt{(\Sigma L_x)^2 + (\Sigma L_y)^2 + (\Sigma L_z)^2} = 0,$$

а отсюда и получается шесть уравнений равновесия:

I. $\Sigma X = 0$,	IV. $\Sigma L_x = M_x = 0$,
II. $\Sigma Y = 0$,	V. $\Sigma L_y = M_y = 0$,
III. $\Sigma Z = 0$,	VI. $\Sigma L_z = M_z = 0$.

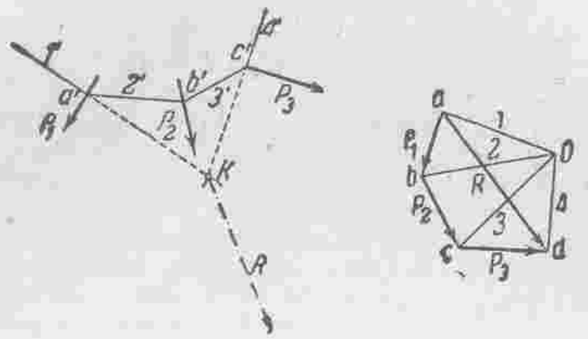
6. Основные приемы графостатики для плоской системы сил (построение многоугольника сил и веревочного многоугольника или многоугольника Вариньона)

Графический прием сложения сил, пересекающихся вне чертежа или сил параллельных, делается при одновременном использовании многоугольника сил и так называемого веревочного.

Даны силы:

$$P_1 \equiv \overline{ab}, \quad P_2 \equiv \overline{bc},$$
$$P_3 \equiv \overline{cd} \text{ и } P_4 \equiv \overline{de}$$

(фиг. 8) (значок $\equiv$ заменяет слово „эквивалентно", верхняя черточка обозначает вектор).



Фиг. 8.

Строится многоугольник сил $abcd$, причем векторы сил P_1, P_2,... располагаются в последовательном порядке; замыкающая сторона $\overline{ad}$ и представит вектор равнодействующей. Затем из произвольной точки O (полюс) проводятся прямые (лучи) Oa, Ob, Oc, Od, обозначенные на фигурах 1, 2, 3, 4; при нумерации лучей особенно важно иметь в виду, что лучи, обозначенные последовательными цифрами, соединяют с полюсом начало и конец вектора одной и той же силы (что очень существенно при наличии сил, имеющих направление в другую сторону по сравнению с большинством заданных).

После этого через произвольную точку в направлении вектора одной из сил (обычно крайней) проводят прямые, параллельные лучам фигуры многоугольника сил, т. е. $1' \parallel 1$, $2' \parallel 2$, $3' \parallel 3$, ..., строго наблюдая за тем, чтобы линии, обозначенные последовательными номерами арабских цифр со значком „штрих", пересекались в одной из точек соответствующего вектора силы в многоугольнике сил. Получается многоугольник $a'b'c'$ (обычно разомкнутый—при отсутствии равновесия). Точка пересечения крайних сторон этого многоугольника $1'$ и $4'$ — точка K — и явится тою, через которую проходит равнодействующая R, будучи параллельной замыкающей стороне многоугольника сил $\overline{ad}$. Ломаная $1'2'3'4'$ называется веревочным или шарнирно-стержневым многоугольником, так как шнур принимает именно эту геометрическую форму равновесия под влиянием приложенных сил P_1, P_2, P_3, ...

Пример: Вывести правило сложения:

а) Двух параллельных сил (фиг. 9). Берем для удобства $2 \parallel AB$. Строим многоугольник сил и веревочный $1'2'3'$. Из чертежа устанавливаем:

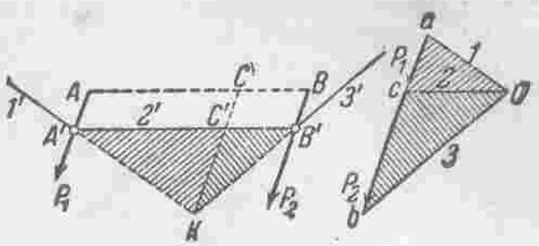
$$\Delta A'CK \sim \Delta acO, \quad \Delta CB'K \sim \Delta bcO,$$

находим:

$$\frac{P_1}{cO} = \frac{C'K}{A'C'} = \frac{C'K}{AC};$$

$$\frac{P_2}{cO} = \frac{C'K}{C'B'} = \frac{C'K}{CB};$$

деля почленно, имеем обычную формулировку:



Фиг. 9.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{CB}{AC}, \qquad R = P_1 + P_2.$$

б) Антипараллельных сил (фиг. 10). Аналогично строим многоугольник сил (в данном случае $R \equiv \overline{ab}$) и веревочный $1'2'3'$.

$$\Delta BB'C \sim \Delta bOa \quad \frac{R}{aO} = \frac{BB'}{BC}$$

$$\Delta AB'B \sim \Delta aOc \quad \frac{P_1}{aO} = \frac{BB'}{AB}.$$

Деля почленно, имеем:

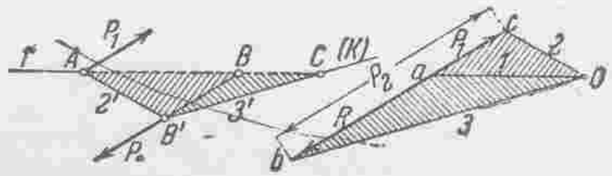
$$\frac{R}{P_1} = \frac{AB}{BC}$$

или

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{AC}{BC}$$

и

$$R = P_2 - P_1.$$

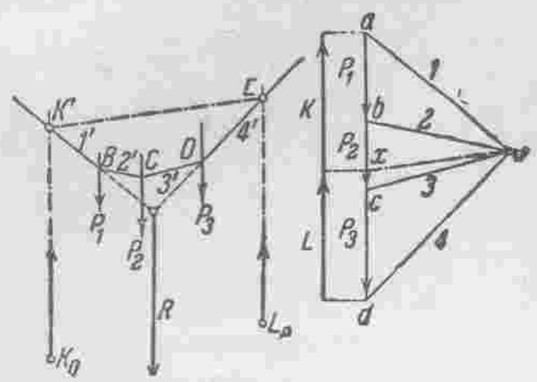


Фиг. 10.

Если дана система многих параллельных сил, то они складываются аналогичным образом.

Если в некоторых случаях требуется разложить равнодействующую R (фиг. 11) на две силы, действующие по прямым K_0K' и Z_0Z' в опорных пунктах (вернее — определить противоположно направленные им реакции опор, как в балках), то через K' и Z' проводят параллели к R до пересечения их с первой и последней сторонами веревочного многоугольника ($1'$ и $4'$) в точках K' и Z'. Соединяют эти точки прямою $K'Z'$ (она будет замыкающею стороной веревочного многоугольника), а в многоугольнике сил проводят (фиг. 7) через полюс O линию $Ox \parallel K'Z'$. Тогда отрезки в многоугольнике сил и представят векторы опорных реакций $ax \equiv K$, $dx \equiv Z$.

Для случая уравновешивающихся сил P_1, P_2, P_3, ... крайние стороны веревочного многоугольника 1′ и 4′ всегда совпадают по направлению.



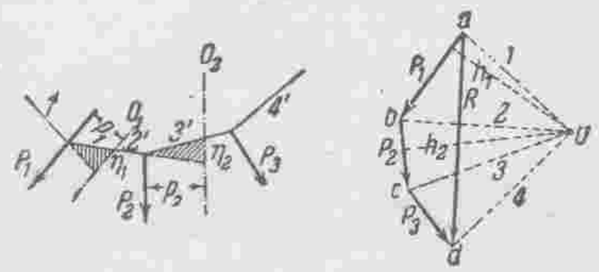
Фиг. 11.

Для определения статических моментов в случае сил, не пересекающихся в пределах чертежа, также используется построение многоугольника сил и веревочного (фиг. 12). Из чертежей фигур в веревочном многоугольнике имеем:

$$M_{O_1}(P_1) = P_1 p_1 = \eta_1 p_1,$$

$$M_{O_2}(P_2) = \eta_2 p_2 .$$

Треугольник aOb подобен треугольнику, заштрихованному при стороне веревочного многоугольника 2′, откуда имеем:



Фиг. 12.

$$\frac{p_1}{h_1} = \frac{P_1}{\eta_1}$$

или

$$p_1 \eta_1 = P_1 h_1 .$$

Точно так же находим:

$$p_2 \eta_2 = P_2 \cdot h_2 ,$$

где полюсные расстояния h_1, h_2, ... измеряются по масштабу сил, а линейные отрезки η_1, η_2, ... — по линейному масштабу.

Если силы P_1, P_2, P_3 находятся в равновесии, то крайние стороны веревочного многоугольника (1′, 4′) совпадают, он образует замкнутую фигуру. Площадь этой фигуры и есть площадь моментов.

7. *Условия равновесия по принципу учета работ при виртуальных (возможных) перемещениях (метод Лагранжа)*

На точки механической системы действуют кроме внешних приложенных сил P_1, P_2, P_3, ..., представляющих результат действия на систему тел, к ней не принадлежащих, еще

силы внутренние P_1', — результат взаимодействия между членами системы.

Если каждой точке системы дать произвольное (допускаемое оставшимися связями) бесконечно малое (виртуальное) перемещение, то виртуальная работа внешней силы P при передвижении на величину Δs под углом α будет равна $P\Delta s \cos\alpha$, а виртуальная работа внутренней силы P_1' будет равна $P_1'\delta l$, где δl есть изменение (вариация), расстояния двух точек, между которыми действует сила P_1' ($P_1'\delta l$ — величина отрицательная, так как P_1' и δl имеют обратное направление).

По принципу Лагранжа система находится в равновесии, если

$$\Sigma P_1 \Delta s \cdot \cos\alpha - \Sigma P_1' \cdot \delta l \leqslant 0,$$

т. е. при равновесии алгебраическая сумма виртуальных работ внешних и внутренних сил должна быть не больше нуля.

Для неизменяемого твердого тела δl во всех случаях равны нулю (внутренние силы не производят работы), и принцип виртуальных перемещений выражается тогда обычно уравнением:

$$\Sigma P \cdot \Delta s \cdot \cos\alpha + \Sigma M \delta\varphi = 0$$

или

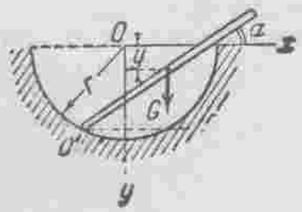
$$\Sigma(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) + \Sigma M \delta\varphi = 0,$$

где M — моменты. Упомянутый прием определения равновесия с большою выгодой применяется к выявлению равновесия сочлененных систем (механизмов и машин), особенно для систем с одной степенью свободы (механизмы) в их динамическом (рабочем) состоянии.

Некоторые затруднения представляются при его использовании для случаев сложного выражения координат x, y, z и для случаев учета сил трения (тангенциальных составляющих опорных реакций).

Пример. Дан полуцилиндр радиуса r. Стержень длиною $2a$ оперт одним концом на внутреннюю поверхность цилиндра, а другим на край (фиг. 13). Найти α при равновесии. Всматриваясь в фиг. 14, устанавливаем:

$$y = r \sin 2\alpha - a \sin\alpha.$$



Фиг. 13.

При отсутствии трения при виртуальном перемещении работу произведет только вес стержня g. Следовательно:

$$\delta y = 2r \cos 2\alpha . \delta\alpha - a \cos\alpha . \delta\alpha.$$

Работа равна:

$$g . \delta y = g\,(2r \cos 2\alpha - a \cos\alpha)\,\delta\alpha = 0,$$

Сокращая на $g \cdot \delta\alpha$, получаем для определения угла α уравнение:

$$2r \cos 2\alpha - a \cos \alpha = 0.$$

и т. д.

Как в применении к этой задаче, так и вообще, очень важно иметь в виду, что начало координат следует располагать в неподвижной точке, чтобы возможные перемещения не влияли на перенос координатного начала. Если бы начало координат в данном примере расположить в нижнем конце стержня (точка O'), правильного решения не получилось бы; имели бы:

$$\cos \alpha = O,$$

т. е. $\alpha = 90°$.

8. Определение центра тяжести

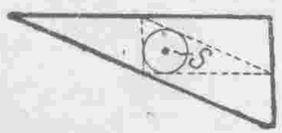
Силы тяжести, приложенные к каждой материальной частице тела, образуют систему параллельных сил, а потому приводятся к одной равнодействующей, проходящей при всяком положении тела через центр параллельных сил, называемый в этом случае центром тяжести. Его прямоугольные координаты определяются из уравнений:

$$x_0 = \frac{\Sigma Px}{\Sigma P},$$

$$y_0 = \frac{\Sigma Py}{\Sigma P},$$

$$z_0 = \frac{\Sigma Pz}{\Sigma P}.$$

В общем случае для системы точек (тел, площадей, линий) суммы в этих выражениях переходят в интегралы. Очевидно, если однородное тело (постоянной плотности по всему объему) имеет ось симметрии или плоскость симметрии, то центр тяжести будет находиться на этой оси (на этой плоскости). Если однородное тело имеет геометрический центр, то он всегда будет центром тяжести тела.



Фиг. 14.

Центры тяжести линий (однородной плотности):

1) Центр тяжести прямой линии лежит посредине ее.

2) Центр тяжести периметра треугольника лежит в центре круга, вписанного в другой треугольник, образованный линиями, делящими смежные стороны пополам (фиг. 14).

3) Центр тяжести периметра параллелограма лежит в точке пересечения диагоналей.

4) Центр тяжести дуги круга (фиг. 15) лежит в точке

$$x_S = r \frac{\sin \alpha}{\alpha};$$

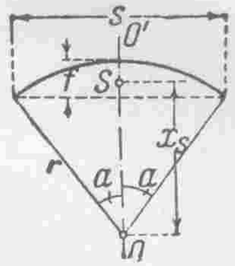
для

$$\alpha = 90°, \quad x_S = 0{,}63r;$$

для

$$\alpha = 45°, \quad x_S = 0{,}90r.$$

Для малых углов α $OS \approx \frac{1}{3} f$.

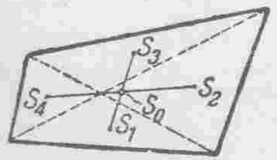


Фиг. 15.

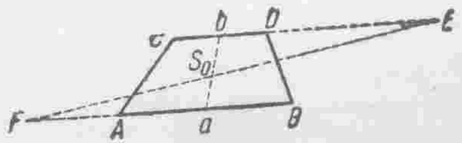
9. Центры тяжести площадей однородной плотности

1) Центр тяжести треугольника лежит в точке пересечения медиан. Расстояние от одной стороны равно $\frac{h}{3}$, где h — соответствующая высота.

2) Центр тяжести четырехугольника. Неправильный четырехугольник разбивается диагоналями на четыре треугольника. Если S_1, S_2, S_3, S_4,—центры тяжести каждого, то центр тяжести полного четырехугольника лежит на пересечении прямых S_1 S_3, и S_2 S_4 (фиг. 16)



Фиг. 16.

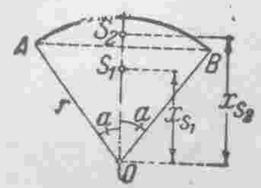


Фиг. 17.

3) Центр тяжести трапеции (фиг. 17) определяется следующим построением: откладываются отрезки $DE = AB$ и $AF = CD$; стороны CD и AB делятся пополам в точках a и b и проводятся прямые ab и FE. Центр тяжести лежит на их пересечении.

4) Многоугольник. Для определения центра тяжести неправильного многоугольника разбивают последний на отдельные треугольники (проводя из произвольной внутренней точки прямые к вершинам). Находят центр тяжести этих треуголь-

ников. Прилагают в них параллельно направленные векторы сил, пропорциональные площадям треугольников, и при посредстве многоугольников сил и веревочного находят направление равнодействующей, затем строят еще многоугольник сил и веревочный для повернутых векторов - площадей (удобнее вращать на 90°) и снова определяют другое направление равнодействующей. В точке пересечения найденных направлений равнодействующих и будет центр тяжести многоугольника.



Фиг. 18.

5) Круговой сектор и сегмент (фиг. 18).

Для сектора:

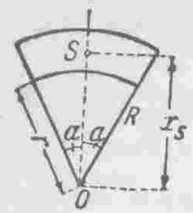
$$x_{S_1} = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

Для сегмента:

$$x_{S_2} = \frac{2}{3} r \frac{\sin^3 \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$$

или

$$\frac{d^3}{12S}.$$



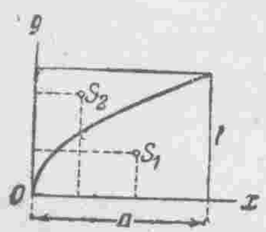
Фиг. 19.

где $d = AB$, S — площадь сегмента.

6) Круговое кольцо (фиг. 19):

$$x_S = \frac{2}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

7) Площадь параболы (фиг. 20) координаты центра тяжести



Фиг. 20.

$$x_{S_1} = \frac{3}{5} a$$

$$x_{S_2} = \frac{3}{10} a$$

$$y_{S_1} = \frac{3}{8} b$$

$$y_{S_2} = \frac{3}{4} b.$$

10. Центр тяжести тел (однородной плотности)

1) Параллелепипед — центр тяжести совпадает с точкой пересечения его диагоналей.

2) Пирамида и конус — центр тяжести лежит на прямой, соединяющей вершину с центром тяжести основания на расстоянии $^1/_4$ высоты от основания.

3) Усеченная пирамида (A и B — площади оснований, h — высота) — центр тяжести находится на высоте

$$\xi = \frac{h}{4} \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B}$$

от большего основания.

4) Усеченный круговой конус (R и r — радиусы оснований) — центр тяжести находится на расстоянии

$$\xi = \frac{h}{4} \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$$

от большего основания.

5) Шаровой сегмент — центр тяжести находится от центра шара на расстоянии

$$\xi = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

(h — высота сегмента).

6) Полушар (сплошной).

$$\xi = \frac{3}{8}.$$

7) Полый полушар:

$$\xi = \frac{3}{8} \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}.$$

8) Шаровой сектор — центр тяжести удален от центра шара на

$$\xi = \frac{3}{8} (2r - h),$$

где h — высота сегмента.

11. Теоремы Гюльдена

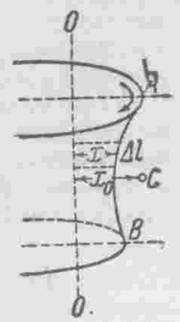
I. Поверхность вращения плоской линии вокруг оси, лежащей в плоскости линии и не пересекающей ее, равна длине линии, помноженной на длину окружности, описанную центром тяжести линии. Доказательство (фиг. 21):

$$\text{поверхность } S = \sum 2\pi x \cdot \Delta l = 2\pi \sum x \cdot \Delta l,$$

$$\sum x \cdot \Delta l = L \cdot x_0,$$

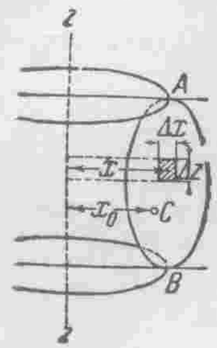
отсюда

$$S = 2\pi \cdot x_0 \cdot L.$$



Фиг. 21.

II. Объем тела вращения плоской фигуры вокруг оси в этой плоскости и ее не пересекающей равен площади фигуры, помноженной на длину окружности, описанной центром тяжести площади фигуры. Доказательство (фиг. 22):



Фиг. 22.

из чертежа

$$\Delta V = 2\pi x \cdot \Delta z \cdot \Delta x = 2\pi x \cdot \Delta S,$$

$$V = 2\pi \sum \Delta S \cdot x, \text{ но } \sum \Delta S \cdot x = S \cdot x_0;$$

следовательно

$$V = 2\pi \cdot x_0 \cdot S.$$

12. Трение

Если два тела, касающиеся своими поверхностями, перемещаются одно относительно другого, производя друг на друга давление N, то в каждый момент необходимо преодолевать так называемое сопротивление трения W, противодействующее этому перемещению. Обыкновенно различают:

а) скользящее трение (для тел с плоскими гранями), когда тела соприкасаются по конечной поверхности;

б) трение качения (для круглых тел), когда тела соприкасаются по линии;

в) трение верчения (для шарообразных тел), когда тела касаются в одной точке.

1. Скользящее трение.

Величина сопротивления трения W выражается зависимостью $W = \mu \cdot N$, где μ — коэфициент скользящего трения и N — нормальное давление.

Коэфициент трения μ зависит от материала трущихся тел, характера их поверхности, от смазочного материала, скорости движения трущихся тел, температуры и давления на единицу поверхности.

Угол ρ, образуемый равнодействующей W и N с нормалью, называется углом трения. Конусом трения называется круговой конус, у которого угол между образующими равен 2ρ, а нормаль является осью конуса. Механическое значение угла трения состоит в том, что

$$\mu = \operatorname{tg} \rho.$$

При решении задач на равновесие с учетом трения скольжения особенность состоит в том, что направления полных реакций опорных поверхностей принимаются не по нормали (как при отсутствии трения), а отклоняются от

нормали на величину упомянутого угла трения в сторону, обратную направлению движения. В остальном полностью применяются вышеизложенные приемы. Важно иметь в виду, что при таком способе определяются только пограничные (крайние) равновесные положения тел, так что характерной особенностью задач на равновесие с учетом трения является их неопределенность (определяются, так сказать, только „зоны“ равновесных положений тел).

Коэфициенты скользящего трения по Ренни

Давление в *кг* на 1 *см*²	Железо по железу μ	Чугун по железу μ	Сталь по чугуну μ	Желтая медь по чугуну μ
8,79	0,140	0,174	0,166	0,157
13,08	0,250	0,275	0,300	0,225
15,75	0,271	0,292	0,333	0,219
18,28	0,285	0,321	0,340	0,214
20,95	0,297	0,329	0,344	0,211
23,62	0,312	0,333	0,347	0,215
26,22	0,350	0,351	0,351	0,206
27,42	0,376	0,363	0,353	0,205
31,50	0,395	0,365	0,354	0,208
34,10	0,403	0,366	0,356	0,221
36,77	0,409	0,366	0,357	0,223
39,37		0,367	0,358	0,233
42,18		0,367	0,359	0,234
44,58	Поверхности повреждены	0,367	0,367	0,235
47,25		0,376	0,403	0,233
49,92		0,434		0,234
55,12			Поверхности повреждены	0,232
57,65		Поверхности повреждены		0,273

Коэфициенты трения μ в зависимости от скорости v *км/час* (Hütte)

Железные бандажи по сухим железным рельсам (Poirée)	$v=$	16,56	26,28	31,68	51,48	72,00	79,20
	$\mu=$	0,209	0,206	0,171	0,145	0,136	0,112
Чугунные тормозные колодки по стальным бандажам (Galton)	$v=$	начало	8,05	16,09	40,03	72,36	96,48
	$\mu=$	0,330	0,273	0,242	0,166	0,127	0,074
Стальные бандажи по стальным рельсам (Galton)	$v=$	начало	10,93	21,8	43,9	65,8	87,6
	$\mu=$	0,242	0,088	0,072	0,07	0,057	0,038

Коэфициенты трения по Морену (Hütte) и др. для небольших давлений (0,96—1,37 *кг/см²*)

Трущиеся тела	Движение направлено	Коэфициент скользящего трения μ			
		насухо	слабая смазка	нормальная смазка	с водой
Металлы:					
Бронза по бронзе	—	0,20	—	—	—
Бронза по чугуну	—	0,21	—	—	—
Бронза по железу	—	—	0,16	—	—
Чугун по чугуну или бронзе . . .	—	—	0,15	—	0,31
Железо по чугуну или бронзе . .	—	0,18	—	—	—
Железо по железу	—	0,44	—	—	—
Различные тела:					
Чугун по дубу .	Вдоль волокон	0,49	0,19	—	0,22
Железо по дубу .	„ „	—	—	0,08 (сало)	0,26
Дуб по дубу . . .	„ „	0,48	—	0,16 (мыло)	—
Дуб по дубу . . .	Поперек волокон	0,34	—	—	0,25
Дуб по дубу . . .	Торец вдоль волокон	0,19	—	—	—
Воловья кожа по дубу	Кожа ребром	0,33	—	—	0,29
Кожаный ремень по дубовому барабану	Вдоль волокон	0,27	—	—	—
Кожаный ремень по чугуну . . .	—	0,56	—	—	0,36
Воловья кожа в поршнях	Плашмя	0,56	0,23	0,15 (масло, мыло)	0,36

Коэфициенты трения μ

а) Для тормозов:

Для скоростей от 1 до 20 *м/сек* величина μ приблизительно постоянна при давлениях от 0,5 до 10 *кг/см²*.

	Бук	Дуб	Тополь	Вяз	Ива
Чугун . .	0,29—0,37	0,30—0,34	0,35—0,40	0,36—0,37	0,46—0,47
Железо .	0,54	0,51—0,40	0,65—0,60	0,60—0,49	0,63—0,60

б) Для точильных камней:

	Чугун	Сталь	Железо
Песчаник крупнозернистый	0,21—0,24	0,29	0,41—0,46
Песчаник мелкозернистый .	0,72	0,94	1,0

в) Коэфициенты μ общего трения для экипажей:

Для железных шин:

Рельсы городских дорог . . . . . 0,003—0,008
Хорошая асфальтовая мостовая . . . 0,010
Хорошая булыжная мостовая . . . . . 0,015—0,020
Плохая булыжная мостовая 0,033
Деревянная мостовая 0,018
Шоссированная дорога . . . . . 0,016—0,023
Шоссированная дорога, покрытая грязью 0,035
Грунтовые дороги . . . . . 0,045—0,160
Сыпучий песок . . . . . 0,15 —0,30

Для резиновых шин: для автомобилей по асфальтовой дороге при скорости 25 *км/час* $\mu = 0{,}021-0{,}031$.

г) Для саней:

Деревянные полозья по гладкому каменному или деревянному пути:
- без смазки . . . . . $\mu = 0{,}38$
- при смазке сухим мылом $\mu = 0{,}15$
- при смазке салом . . $\mu = 0{,}07$

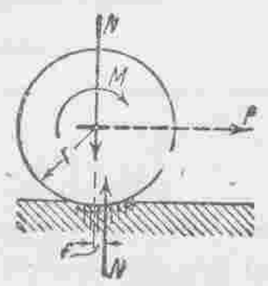
Деревянные полозья по снегу и льду . . . . . $\mu = 0{,}035$
Деревянные полозья, обитые железом, по снегу и льду $\mu = 0{,}02$

Коэфициенты трения μ в поршнях и сальниках

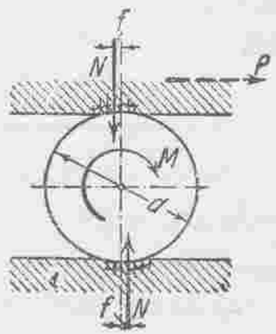
Материалы	Новые	Приработавшиеся
Чугунные кольца поршневых машин и компрессоров . .	0,15	0,07
Чугунные кольца насосов . .	0,30	0,20
Кожаные воротники насосов	0,25	0,15

2. Трение качения

Если цилиндр катится без скольжения и нормальное давление равно N (фиг. 23), то для достижения вращения приходится преодолевать действие пары сил, момент которой $M = N \cdot f$.



Фиг. 23.



Фиг. 24.

Величина f в сантиметрах называется коэфициентом трения качения. Если передвижение производится силой P, приложенной к центру, то $P \cdot r = M = N \cdot f$. В случае нагрузки согласно фиг. 24

$$M = 2N \cdot f \text{ и } P = \frac{2N \cdot f}{d}.$$

Коэфициенты трения f при качении

Трущиеся тела	Коэфициент трения в *см*
Бакаут по бакауту	0,047
Вяз по бакауту	0,081
Железо по железу и сталь по стали	0,05
Шарики из закаленной стали по стали . . .	0,001

а) Трение цапф и подшипников

Момент трения цилиндрической цапфы

$$M = \mu' \cdot P \cdot r \text{ кгсм},$$

где P — общее давление в *кг* на цапфу, $2r$ — диаметр цапфы в *см*, μ' — коэфициент трения цапфы.

Коэфициент μ' трения цапфы зависит от давления на цапфу, скорости цапфы по окружности ее, температуры, рода смазочного материала и формы подшипника.

1. Опыты Штрибека производились над подшипником с белым металлом и кольцевой смазкой; диаметр цапфы $d = 70$ *мм*, длина $l = 70$ *мм*, смазка производилась маслом для газовых двигателей, температура смазки 25°.

2. Опыты Лаше производились над стальной цапфой; вкладыши подшипника из белого металла; $d = 110$ *мм*; $l = 240$ *мм*; $p = 6{,}5$ *кг/см²*; масло Imperial 0, температура 50°.

Значения μ'

$v =$ *м/сек*	p [1]) $= 1$	2,25	4,0	9,0	16,0	25,0	36,0	49,0
7,7	—	0,0573	0,04	0,0209	0,0136	0,0112	—	—
4,03	0,067	0,048	0,0355	0,02	0,0128	0,0102	0,0087	0,0077
2,78	0,05	0,039	0,0288	0,0168	0,0114	0,0091	0,0080	0,0071
1,39	0,0415	0,0302	0,0213	0,0126	0,0085	0,0070	0,0063	0,0059
0,70	0,028	0,0212	0,0156	0,0091	0,0064	0,0052	0,0048	0,0045
0,23	0,018	0,0108	0,0081	0,0051	0,0035	0,0030	0,0027	0,0026
0,12	0,013	0,0072	0,0052	0,0032	0,0025	0,0021	0,0020	0,0020
0,044	0,0095	0,0046	0,0031	0,0020	0,0019	0,0017	0,0017	0,0025
0,029	0,0074	0,0039	0,0036	0,0018	0,0016	0,0017	0,0023	0,0058
0,018	0,0067	0,0034	0,0033	0,0017	0,0016	0,0019	0,0031	0,0089
0.0	—	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,23

$v =$ *м/сек*	3	5	10	15	20	23
$\mu = \mu' p$	0,0057	0,0067	0,0083	0,0104	0,0100	0,0102

[1]) $p = \frac{P}{dl}$.

б) Трение роликовых подшипников

Момент трения

$$M = 1{,}2 \cdot P \cdot f \cdot \frac{D_0}{d} = \mu' \cdot Pr \text{ кгсм},$$

где P — общее давление на подшипник (*кг*), $d = 2r$ — диаметр ролика (*см*), D_0 — диаметр кругового цилиндра, по которому движутся оси роликов (*см*), b — длина роликов (*см*), i — число роликов.

$p = \frac{P}{\frac{i}{5} \cdot d \cdot b}$	3	5	7,5	10	15
f	0,0045	0,0034	0,0027	0,0023	0,0018

Для μ' имеем:

$$\mu' = \frac{1{,}2 \cdot D_0}{r \cdot d} \cdot f.$$

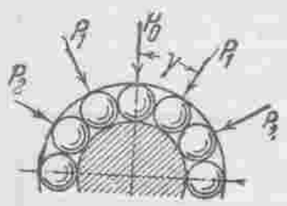
3. Трение верчения

Для шариковых подшипников момент трения равен

$$M = S \cdot f \cdot \frac{D_0}{d} = \mu' \cdot P \cdot r \text{ кгсм},$$

где S — сумма всех сосредоточенных нагрузок на шарики (*кг*), f — коэфициент трения качения (*см*), D_0 — диаметр круга, на котором лежат центры шариков (*см*), d — диаметр шарика (*см*), μ' — коэфициент трения для шариковых подшипников, P — нагрузка одного кольца (*кг*), r — радиус вала (*см*).

При этом (фиг. 25)



Фиг. 25.

$$S = P_0 + 2P_1 + 2P_2 + \ldots + 2P_n,$$

$$P_1 = P_0 \cos^{\frac{3}{2}}\gamma;\ P_2 = p_0 \cos^{\frac{3}{2}} 2\gamma, \ldots$$

$$P = P_0 \left(1 + 2\cos^{\frac{5}{2}}\gamma + 2\cos^{\frac{5}{2}} 2\gamma + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + 2\cos^{\frac{5}{2}} n\gamma\right).$$

Если z есть полное число шариков подшипника, то $\alpha = \frac{360°}{z}$, так что в квадранте число шариков $z' \leqslant \frac{z}{4}$.

$z = 10$	15	20	z	α	$\frac{P}{P_0}$	
$\alpha = 36°$	24°	18°	10°	36°	2,28	или $\frac{z}{4{,}38}$
$\frac{P}{P_0} = 2{,}28$	3,44	4,58	15	24°	3,44	или $\frac{z}{4{,}36}$
или $\frac{P}{P_0} = \frac{z}{4{,}38}$	$\frac{z}{4{,}36}$	$\frac{z}{4{,}37}$	20	18°	4,58	или $\frac{z}{4{,}37}$

В среднем, по Штрибеку, принимается:

$$P_0 = \frac{5}{z} P \quad \text{или} \quad P = 0{,}2 \cdot z \cdot P_0.$$

Для спокойной безударной нагрузки (в частности для плоской опорной траверсы кранового крюка и стальных закаленных шариков) принимают:

$$P_0 = 250\, d^2 \text{ кг},$$

где d — диаметр шарика в *см*.

Значения μ' (по Штрибеку)

P	n		
	65	385	780
380	0,0033	0,0035	0,0037
850	0,0020	0,0021	0,0022
1 100	0,0017	0,0018	0,0019
2 050	0,0015	0,0015	0,0015
3 000	0,0015	0,0013	0,0013

μ' в значительной мере зависит от конструкции подшипника.

II. Кинематика

1. Скорость и ускорение

Скорость v есть отношение длины s пути к промежутку времени t, потребному для прохождения этого пути. При неравномерном движении средняя скорость равна:

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0},$$

т. е. **средняя скорость** какого-либо переменного движения есть отношение длины пройденного пути $(s - s_0)$ к величине промежутка времени $(t - t_0)$.

Переходя к пределу, имеем:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Ускорение w есть приращение скорости в единицу времени, т. е.

$$w = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Среднее ускорение для промежутка времени $t_2 - t_1$ выражается так:

$$w = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Единица скорости (техническая): *м/сек*, или *км/час*. Единица ускорения *м/сек²*.

2. *Прямолинейное движение точки*

а) Равномерное движение: $v = \text{const}$.

б) Равномерно переменное движение: $w = \text{const}$.

$$v = v_0 \pm wt, \quad s = v_0 t \pm \frac{w}{2} t^2 = \left[\frac{v_0 + v}{2}\right] t.$$

Исключая t, получим:

$$v^2 = v_0^2 + 2ws.$$

В частном случае, когда начальная скорость $v_0 = 0$, как, например, при свободном падении, когда вместо w имеем g—ускорение силы тяжести (в среднем $g = 9{,}81$ *м/сек²*) и вместо s берем высоту падения h, имеем:

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{v^2}{2g}, \quad v = gt = \sqrt{2gh}, \quad t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

в) Неравномерное движение: $w = f(t)$

$$v = v_0 + \int_0^t w\,dt, \quad s = v_0 t + \int_0^t v\,dt, \quad v^2 = v_0^2 + 2\int_0^s w\,ds.$$

(последнее равенство вытекает из того, что $w = \frac{dv}{dt} = \frac{dv \cdot ds}{dt \cdot ds} = v\frac{dv}{ds}$.

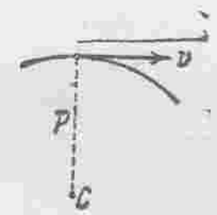
3. *Криволинейное движение точки*

Направление скорости в каждый рассматриваемый момент в каждой точке кривой совпадает с касательной, проведенной в этой точке (фиг. 26).

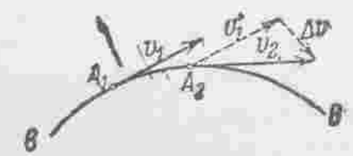
В данном случае ускорение разлагается по правилу параллелограма на **касательное** к кривой (тангенциальное) и на **нормальное** (по нормали).

Как скорость, так и ускорение представляется векторами. Следовательно, под ускорением криволинейного движения понимается геометрическая (векторная) производная по времени от вектора скорости.

Пусть (фиг. 27) в промежуток времени Δt скорость из v_1 изменилась векторно в v_2 (соответственно двум положениям точки в A_1 и A_2). Проведя через точку A_2 прямую $v_1 \nparallel v_2$, увидим,



Фиг. 26.



Фиг. 27.

что $v_2 = v_1' + \Delta v = v_1 + \Delta v_1$; тогда истинное полное ускорение $w_0 = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_1}{\Delta t}$. Из этого видим, что предельное положение вектора полного ускорения w_0 находится в соприкасающейся плоскости к траектории. Эта плоскость определяется двумя смежными касательными и направлена всегда в сторону вогнутости пути (траектории) AB. В теоретической механике доказывается, что **нормальное ускорение** (изменяющее направление скорости) выражается так:

$$w_n = \frac{v^2}{\rho},$$

где ρ — радиус кривизны траектории.

Тангенциальное ускорение (изменяющее величину скорости)

$$w_t = \frac{dv}{dt}.$$

В частном случае, **при неравномерном круговом движении** точки $\rho = r = \text{const}$. (фиг. 28), окружная скорость

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{r\,d\varphi}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} = r\omega,$$

где $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ (производная от углового перемещения по времени) называется **угловою скоростью вращения радиуса**, равной окружной (линейной) скорости точки

Фиг. 28.

на расстоянии единицы от оси вращения. Далее $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$ называется **угловым ускорением**. Имеем:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{w_t}{r}.$$

Таким образом **тангенциальное ускорение** $w_t = r \cdot \varepsilon$, **нормальное ускорение** $w_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$. При $w_t = 0$, $v = \text{const}$. получается **равномерное криволинейное движение**, а при $w_n = 0$ — прямолинейное движение.

При равномерном круговом движении v, ω и w_n — постоянны, w_t и ε — равны нулю:

$$v = r\omega, \quad \omega = \frac{v}{r}, \quad w_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2, \qquad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \approx 0{,}1\ n,$$

где n — число оборотов радиуса в минуту.

4. *Сложное движение точки*

До сего времени рассматривался вопрос о движении точки, отнесенном к неподвижным осям координат; это движение называется **абсолютным**. Если же движение точки мы отнесем к осям, которые сами могут перемещаться в пространстве, то движение точки по отношению к этим последним осям называется **относительным**.

Абсолютное движение, происходящее от движения точки относительно осей движущихся и от движения самих этих осей, будет сложным движением. Относительная траектория (путь) самой движущейся точки (по отношению к подвижным координатным осям) может двигаться различно, но обычно в практике наиболее часто встречаются случаи поступательного движения траектории, когда все ее точки имеют равные и параллельные скорости, а следовательно, проходят равные и параллельные пути. **Абсолютною скоростью** сложного движения точки будем называть ту скорость, которую точка имеет относительно **неподвижных осей координат**, а **относительной скоростью** — ту **скорость**, которую точка имеет **относительно подвижных осей координат**. **Скоростью влечения**, или **переносной скоростью точки**, называется скорость, которую имеет соответствующая **точка** ее **относительной** траектории при перемещении последней в пространстве вместе с подвижными осями координат.

Для случая сложного движения точки в теоретической механике доказываются следующие две теоремы:

1) Скорость абсолютного движения выражается по величине и направлению диагональю параллелограма, построенного на скорости относительного движения и на скорости влечения (переносного движения).

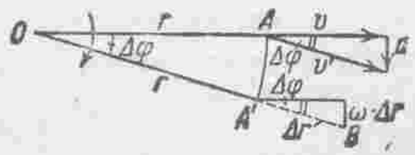
2) Для получения относительной скорости точки следует сложить абсолютную скорость и скорость влечения (переносную), взятую в противоположную сторону.

Для случая поступательного перемещения траектории движения точки (относительно подвижных осей координат) по тем же правилам складываются и ускорения, на основании теоремы: полное ускорение сложного движения выражается по величине и направлению диагональю параллелограма, построенного на полных ускорениях слагаемых движений.

Когда складывается несколько движений, то **полная (абсолютная) скорость** и **полное (абсолютное) ускорение** выражаются **замыкающей стороной** надлежащего векторного многоугольника, т. е. **геометрическою суммой**. **Угловые скорости** при вращательных движениях тела тоже следуют высказанным общим теоремам, если условиться представлять эти скорости векторами.

5. *Ускорение Кориолиса*

Вышеприведенная формулировка о сложении ускорений сделана с оговоркой, что вектор абсолютного ускорения представляет геометрическую сумму векторов **ускорения влечения** и **относительного**, только для случая **поступательного** перемещения относительной траектории. Если же относительная траектория вращается, то дело обстоит по-другому. Рассмотрим случай сложного плоского движения точки, полагая траекторию относительного движения прямой и ее вращение при $\omega = \text{const}$. Скорость относительного движения v пусть тоже постоянна.



Фиг. 29.

В положении OA радиуса r точка A имеет скорость по направлению радиуса (фиг. 29). За промежуток Δt прямая OA повернется вокруг точки O с угловой скоростью ω на угол $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ и точка A' продвинется на $\Delta r = v \cdot \Delta t$ прямолинейно в положение B со скоростью $v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$, так что при означенном вращении вектор v повернется в положение v'; $\overline{v'} = \overline{v} + \overline{u}$,

где $u \perp OA$, причем по величине $u = v \cdot \Delta\varphi = v \cdot \omega \cdot \Delta t$; такая добавочная скорость необходима, следовательно, для перехода v в положение $v' \parallel A'B$. Этой добавочной скорости соответствует ускорение $w_1' = \frac{u}{\Delta t} = v \cdot \omega$. Далее точка B сравнительно с точкой A' имеет окружную скорость бо́льшую на $\omega \cdot \Delta r$, чему будет соответствовать другое ускорение $w_1'' = \frac{\omega \cdot \Delta r}{\Delta t} = \omega \cdot v$, по направлению одинаковое с w_1', т. е. перпендикулярное OA. Таким образом полная величина добавочного ускорения

$$w_0 = w_1' + w_1'' = v \cdot \omega + v \cdot \omega = 2v \cdot \omega.$$

Оно называется ускорением Кориолиса и направлено всегда перпендикулярно к скорости относительного движения.

Следовательно, абсолютное ускорение сложного движения таково:

$$\overline{w}_0 = \overline{w}_1 + \overline{w}_2 + \overline{w}_c,$$

где $\overline{w}_1$ — ускорение в л е ч е н и я, $\overline{w}_2$ — ускорение относительного движения (при отсутствии вращения относительно траектории), $\overline{w}_c$ — кориолисово ускорение, вектор которого повернут на прямой угол от вектора относительной скорости в сторону вращения относительной траектории. Множитель 2 в выражении $w_c = 2v\omega$ появляется от двух физических причин: 1) удлинения радиуса r (увеличивающего окружную скорость точки A) и 2) вращения того же радиуса, поворачивающего вектор относительной скорости точки. Для случая переменных скоростей v и ω произвольного вида относительной траектории плоского движения мы имели бы (до предела):

$$w_c = 2\,(v + \Delta v)\,(\omega + \Delta\omega) = 2v\omega + 2\Delta v \cdot \omega + 2v \cdot \Delta\omega + 2\Delta v \cdot \Delta\omega.$$

В пределе же (отбрасывая бесконечно малые высших порядков) получаем опять:

$$w_c = 2v \cdot \omega,$$

так что теорема о добавочном (кориолисовом) ускорении для случая плоской траектории сложного движения доказывается во всей общности.

Для случая пространственного сложного движения точки доказательство несколько усложняется, но ведется аналогично, причем теорема тогда формулируется так: вектор (абсолютного) ускорения сложного движения точки равен геометрической сумме трех векторов: вектора ускорения относительного движения, вектора ускорения переносного движения и вектора поворотного ускорения (Кориолиса):

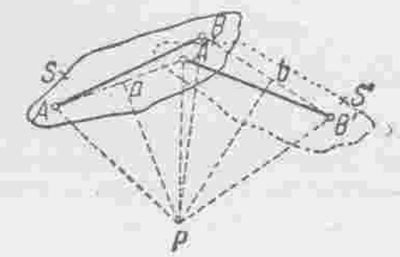
$$\overline{w} = \overline{w}_r + \overline{w}_e + \overline{w}_c,$$

причем w_c равно не $2\,v_r\omega$, а $2v_r\,\omega \cdot \sin\alpha$, где α есть угол между вектором относительной скорости движения v_r и мгновенной осью вращения относительной траектории. Правило построения вектора w_c: вектор скорости v_r умножается на 2, проектируется на плоскость, перпендикулярную к мгновенной оси вращения, и повертывается на 90° в сторону вращения.

6. *Плоское движение твердого тела*

По теореме Шаля, всякое плоское перемещение фигуры можно получить одним вращением вокруг некоторой точки плоскости, называемой центром вращения (фиг. 30).

При рассмотрении непрерывного движения фигуры S точки P будут непрерывно перемещаться; в этом случае эти точки получают название мгновенных центров вращения или полюсов, и плавная линия, их соединяющая, образует кривую, называемую н е п о д в и ж н о й п о л о и д о й. Если бы оказалось, что $Pa \parallel Pb$, то мгновенный центр вращения отодвинулся бы в бесконечность, а все новые положения отрезка оказались бы параллельными первоначальному положению AB. Тогда движение фигуры S получает название поступательного, при котором скорости всех точек фигуры S равны и параллельны.



Фиг. 30.

Если центр поворота P все время движения остается неподвижным, то движение фигуры S называется п р о с т о в р а щ а т е л ь н ы м и характеризуется следующими кинематическими величинами: угловым перемещением φ радиуса, соединяющего произвольную точку фигуры S, величиною изменения этого угла в единицу времени $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, которое называется угловою скоростью, линейною окружной скоростью $v = r\omega$ и ускорением движущейся точки $\overline{w}_0 = \overline{w}_n + \overline{w}_t$, причем, как было упомянуто при общем обзоре криволинейного движения точки,

$$w_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = v \cdot \omega$$

(направлено по радиусу),

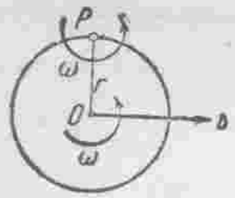
$$w_t = \frac{dv}{dt} = r\varepsilon$$

(направлено по касательной), где ε есть угловое ускорение, равное $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

7. Сложение движений твердого тела

I. От сложения двух поступательных движений получается движение тоже поступательное со скоростью, равной геометрической сумме скоростей слагаемых движений.

II. От сложения вращательного движения и поступательного, перпендикулярного к оси вращения, получается движение, вращательное вокруг оси, параллельной прежней и с прежней угловой скоростью. Новая ось вращения



Фиг. 31.

отстоит от прежней на расстоянии $\frac{v}{\omega}$, где v — скорость поступательного движения, а ω — мгновенная угловая скорость (фиг. 31).

На основании приведенной теоремы II можно переносить ось вращения параллельно самой себе, прибавляя соответствующее поступательное движение, скорость которого равна скорости вращательного движения той точки, в которую переносится ось.

III. От сложения двух вращательных движений вокруг параллельных осей, направленных в одну сторону, получается мгновенное вращение около оси, параллельной данным, лежащей с ними в одной плоскости и направленной в ту же сторону. Угловая скорость этого вращения равна сумме угловых скоростей слагаемых движений; мгновенный центр сложного движения делит расстояние между центрами слагаемых движений обратно пропорционально их угловым скоростям.

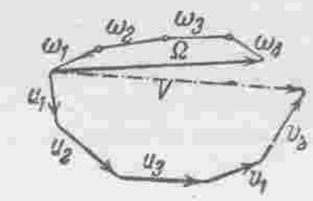
IV. От сложения двух вращений, направленных в разные стороны вокруг параллельных осей получается мгновенное вращение около оси, параллельной данным и лежащей в одной с ними плоскости. Угловая скорость равна разности угловых скоростей слагаемых вращений. Мгновенный центр сложного движения делит расстояние между центрами слагаемых вращений внешним образом обратно пропорционально угловым скоростям и лежит со стороны оси вращательного движения с большей угловой скоростью.

V. От сложения двух вращательных движений вокруг пересекающихся осей получается сложное вращение, которое выражается по величине и направлению диагональю параллелограма, построенного на слагаемых вращениях. Мгновенная ось вращения совпадает с диагональю параллелограма, а угловая скорость равна геометрической сумме угловых скоростей слагаемых вращений.

VI. При сложении двух вращательных движений вокруг непараллельных и непересекающихся осей (перекрещивающиеся прямые) получается винтовое движение. Мгновенная ось вращения — скольжения этого винтового движения направлена параллельно диагоналям параллелограма, построенного на векторах угловых скоростей слагаемых вращений. Ось эта проходит через такую точку, которая делит кратчайшее расстояние между осями слагаемых вращений на части, прямо пропорциональные тангенсам углов, образуемых осями слагаемых вращений с осью сложного винтового движения.

Примечание. В теоретической механике вращательное движение изображается вектором, длина и направление которого эквивалентны величине угловой скорости вращения; вектор этот откладывается вдоль оси вращения. В результате получается формальная аналогия с действиями над векторами сил и моментов в статике, если сопоставить силе — угловую скорость, моменту — скорость поступательного движения.

VII. Сложение нескольких поступательных и вращательных движений. Если имеется несколько поступательных и вращательных движений, то при сложении сначала переносим все оси вращения ω_1, ω_2, ω_3 так, чтобы они проходили через одну точку, прибавив при этом переносе соответственные поступательные движения u_1, u_2, u_3, ... Слагаем все вращательные движения по правилу многоугольника в одно вращательное движение Ω (фиг. 32). Точно так же складываем все поступательные движения, как данные v_1, v_2, ..., так и прибавленные при переносе осей вращения. Получаем одно поступательное движение V, которое с вращательным Ω и дает одно вообще винтовое движение.



Фиг. 32.

III. ДИНАМИКА

1. Общие положения

Сила, действующая на данную точку, равна произведению массы точки на ускорение, сообщаемое ей силою, т. е.

$$P = m \cdot w = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2S}{dt^2}.$$

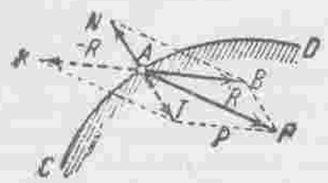
Если $P = 0$, то должно быть и $w = 0$, так как $m = \text{const}$. (Закон инерции Галилея-Ньютона.)

По закону инерции всякое тело при отсутствии внешних сил стремится сохранить состояние покоя или состояние прямолинейного и равномерного движения.

Несколько сил, действующих на тело и сообщающих ему ускорения, могут быть заменены их равнодействующей, причем если последняя равна нулю, то и результирующее $w = 0$. По закону равенства действия и противодействия (Ньютон), сила, с которой тело m_1 действует на другое тело m_2, равна силе, с которой тело m_2 действует на тело m_1. Единица силы в технике *кг* или *т* (тонна). Единица массы: $\frac{кг\ сек^2}{м}$ $\left(m = \frac{P}{g}\right.$, где g — ускорение силы тяжести).

2. Принцип Даламбера

Если под влиянием приложенной силы P точка A двигается, подчиняясь условиям наложенных связей (например, удерживаясь все время или на поверхности или на какой-либо линии), то движение точки называется несвободным, и очень часто возникает вопрос о динамическом воздействии на точку условий связи или реакции связи (например реакции поддерживающей поверхности). Так, если точка движется по поверхности CD, причем движущая сила равна P (фиг. 33), то возникает вопрос об опорной реакции N, направленной по нормали к поверхности CD. Если силы N и P сложим по правилу параллелограма, то получим равнодействующую $\overline{R} = \overline{N} + \overline{P}$; она и будет движущей силой для точки A. По предыдущему, $R = m \cdot w$, где m — масса движущейся точки, w — ускорение. Продолжим силу реакции N в противоположную сторону и проведем через точку P линию PT до встречи с продолжением N в точке T. Затем через точку T проводим $TK \parallel P$ или $TK \parallel AH$. Из чертежа видим, что $\overline{AT} = -\overline{R} + \overline{P} = -N$, или $\overline{P} - \overline{R} = -N$; но $R = m \cdot w$. Величина $-m \cdot w$ называется силой инерции точки A, а $-N$ есть сила, уравновешивающая воздействие реакции N. Следовательно, имеем: в рассматриваемом случае движения точки по поверхности равнодействующая приложенной движущей („внешней") силы и силы инерции нормальна к поверхности, т. е. уравновешивает опорную реакцию N. Эта равнодействующая дает давление движущейся точки на опорную поверхность. Более общая формулировка (в динамике системы) этого положения, называемого принципом Даламбера, следующая: совокупность



Фиг. 33.

действующих „внешних" или „активных" приложенных сил и силы инерции представляет собою уравновешивающуюся систему сил. Напоминаем, что силами инерции называются произведения масс на ускорения, взятые с обратным знаком.

3. Механическая работа, живая сила, потенциал, мощность

Произведение силы P на путь s называется механической работой силы P, если P и s совпадают по направлению. Вообще же элементарной работой, совершенной какой-либо силой P на элементе пути ds, называется выражение

$$P \cdot \cos\varphi \cdot ds = P \cos\varphi \cdot v \cdot dt,$$

где φ — угол между направлениями пути и силы. $P \cdot \cos\varphi$ есть проекция силы на направление движения. Полная работа силы P на протяжении пути $(S - S_0)$ выражается формулой:

$$A = \int_{S_0}^{S} P \cos\varphi \cdot ds.$$

Если на точку действует несколько сил, то точка при отсутствии связей и сопротивлений получит ускорение по направлению равнодействующей всех сил, а потому полная работа равнодействующей выражается суммой работ составляющих. В кинематике для неравномерного прямолинейного движения точки было дано:

$$v^2 = v_0^2 + 2\int_0^S w \cdot ds;$$

по умножении этого равенства на массу m имеем:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \int_0^S P\, ds, \qquad (1)$$

так как $P = mw$, или, при наличии угла между силой P и ds:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \int_0^S P \cos\varphi \cdot ds. \qquad (2)$$

Выражение $\frac{mv^2}{2} = T$ называется кинетической энергией, или живой силой движущейся массы. Отсюда получаем вывод: при-

ращение живой силы $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ на пути s равно работе, произведенной равнодействующей сил, приложенных к точке.

Если имеется функция — U от координат x, y, z точки приложения силы P, компоненты которой по осям X, Y, Z представляют частные производные от функции — U, т. е.

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z},$$

то — U называется силовою функцией силы P, а U — потенциалом или потенциальной энергией. Силы, имеющие силовую функцию, называются консервативными.

Так как работа:

$$A = \int_{s_0}^{s} (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) =$$

$$= -\int_{s_0}^{s} \left(\frac{\partial U}{\partial x}\,dx + \frac{\partial U}{\partial y}\,dy + \frac{\partial U}{\partial z}\,dz \right) =$$

$$= -\int_{s_0}^{s} dU = -(U - U_0)$$

и на основании (1): $A = T - T_0$, то

$$T - T_0 = -(U - U_0),$$

или

$$T + U = \text{const}.,$$

т. е. сумма кинетической и потенциальной энергии, или полная энергия системы, находящейся под действием только консервативных сил, остается постоянной (закон сохранения энергии); при движении системы, совершающемся под действием одних консервативных сил, происходит только преобразование энергии без изменения ее величины. Для точки массы m при круговом движении или при вращательном движении системы имеем:

$$A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M\,d\varphi,$$

где M — вращающий момент, и далее:

$$T = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = mr^2\,\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2} = \frac{I(\omega^2 - \omega_0^2)}{2},$$

где $I = mr^2$ называется моментом инерции, который физически и характеризует инертность распределенной различным образом относительно оси вращения массы для вращательного или кругового движения: сама же масса m характеризует инертность тела только для прямолинейного или поступательного его движения. Размерность момента инерции: (*кг м сек*²). Технической единицей работы является 1 килограммометр (1 *кгм*).

Мощность силы P есть работа, совершенная силой в единицу времени, т. е.

$$\frac{dA}{dt} = N;$$

средней мощностью называют отношение полной работы к тому времени, в продолжение которого работа выполнена, т. е.

$$\frac{A}{t} = N_{\text{средн.}}$$

За единицу мощности или эффекта в технике принимается:

$$1\ л.\ с. = \frac{75\ кгм}{сек} = 0{,}736\ квт \text{ (kW в электротехнике).}$$

Таким образом: 1 киловатт = 1,36 *л. с.* = 102 *кгм/сек*

1 *кгм/сек* = 9,81 ватт
1 *л. с.-ч* = 270 000 *кгм*
1 *квт-ч* = 367 000 *кгм*.

Для равномерного кругового движения:

$$N = P \cdot v = Pr \cdot \omega = M\omega = \frac{\pi n}{30} \cdot M = \sim 0{,}1\ nM\ кгм/сек,$$

$$N\ л.\ с. = \frac{Pv}{75} = \frac{Pr \cdot \omega}{75} = \frac{M\omega}{75} = \frac{M \cdot \pi \cdot n}{30 \cdot 75}\ л.\ с.,$$

откуда

$$M = 716{,}2 \cdot \frac{N}{n}\ кгм = 71\,620 \cdot \frac{N}{n}\ кгсм.$$

4. *Количество движения и импульс силы*

Из выражения $w = \frac{dv}{dt}$ имеем:

$$mv - mv_0 = \int_{t_0}^{t} P \cdot dt,$$

где mv называется количеством движения материальной точки

с массой m, движущейся со скоростью v, а $\int_{t_0}^{t} P \cdot dt$ — импульсом силы за время $t - t_0$. Таким образом приращение количества движения за промежуток времени $t - t_0$ равно импульсу силы за то же время.

Количество движения и импульс силы есть величины, имеющие направления, т. е. векторные.

Количество движения совпадает с направлением скорости. Импульс силы совпадает с направлением силы, т. е. ускорения.

Для вращательного движения:

$$\int_{t_0}^{t} P \cdot r \cdot dt = \int_{t_0}^{t} M \cdot dt = m \cdot r (v_1 - v_0) = m \cdot r^2 (\omega_1 - \omega_0) = I \cdot (\omega_1 - \omega_0).$$

Из выражения $P \cdot dt = m \cdot dv = mr\, d\omega$ получаем:

$$P \cdot r = M = mr^2 \cdot \frac{d\omega}{dt} = I \cdot \varepsilon,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{M}{I}.$$

5. *Движение системы*

1. Для поступательного движения системы кинетическая энергия

$$T = \sum \frac{mv^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum m = \frac{M \cdot v^2}{2}.$$

Количество движения:

$$B = \sum m \cdot v = v \cdot \sum m = M \cdot v.$$

2. При вращательном движении вокруг неподвижного центра:

$$T = \sum \frac{m \cdot v^2}{2} = \sum \frac{m \cdot r^2 \cdot \omega^2}{2} = I \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

Количество движения:

$$B = \sum m \cdot v = \sum m \cdot r^2 \cdot \frac{v}{r} = I \cdot \omega,$$

причем ω — мгновенная угловая скорость.

Для быстрого вывода и поверки формул при вращательном движении очень полезно иметь в виду табличку формальных механических аналогий:

Поступательное движение		Вращательное движение	
Путь	s	Угол	φ
Сила	P	Момент	M
Масса.	m	Момент инерции .	I
Линейная скорость	v	Угловая скорость	ω
Ускорение	$w = \frac{dv}{dt}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
Живая сила	$\frac{mv^2}{2}$		$I \cdot \frac{\omega^2}{2}$
Работа	$P \cdot s$		$M \cdot \varphi$
Количество движения	mv		$I \cdot v$
Импульс силы . .	$P \cdot t$		$M \cdot t$

Диференцируя по t выражения координат центра тяжести $\bar{x} = \frac{\sum m \cdot x}{M}$, $\bar{y} = \frac{\sum m \cdot y}{M}$, получаем:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{\sum m \cdot \frac{dx}{dt}}{M} = v_0, \quad M \cdot v_0 = \sum m \cdot v;$$

$$\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = \frac{\sum m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}}{M} = w_0, \quad M \cdot w_0 = \sum m \cdot w.$$

Следовательно, центр тяжести свободной системы двигается как одна материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы и к которой приложена равнодействующая всех внешних сил, параллельно перенесенных в центр тяжести. „Внутренние“ силы, как взаимно уравновешивающиеся, не изменяют движения центра тяжести. Если тело имеет сложное движение, поступательное и вращательное (бандаж колеса по рельсу), то, по теореме Кёнига (подкрепляемой одновременно законом сохранения энергии), имеем:

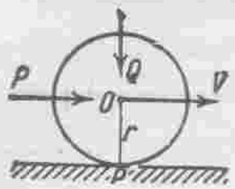
$$T = \frac{M \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2},$$

где v — скорость поступательного движения (центра колеса), ω — угловая скорость (Фиг. 34); следовательно:

$$P \cdot s = \frac{M \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2\,P \cdot g \cdot s}{Q\left(1 + \frac{i^2}{r^2}\right)}}$$



Фиг. 34.

где Q есть вес колесного ската, g — ускорение силы тяжести, i — так называемый радиус инерции, т. е.

$$i = \sqrt{\frac{I}{M}}.$$

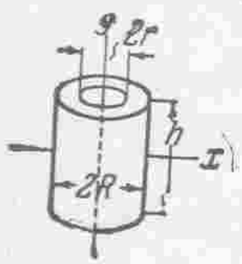
6. Моменты инерции некоторых тел

а) Прямой полый цилиндр (Фиг. 35):

$$I_y = \frac{1}{2} M \cdot (R^2 + r^2) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot h\,(R^4 - r^4) \cdot m,$$

где m есть масса единицы объема.



Фиг. 35.

Отсюда для сплошного круглого цилиндра ($r = 0$):

$$I_y = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2,$$

$$I_x = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \left(R^2 + \frac{1}{3} h^2\right) \cdot m.$$

б) Сплошной шар:

$$I_y = I_x = \frac{8}{15} \cdot \pi \cdot R^5 \cdot m.$$

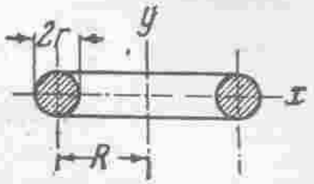
в) Полый шар:

$$I_y = I_x = \frac{8}{15} \cdot \pi \cdot (R^5 - r^5) \cdot m.$$

г) Кольцо (тор, Фиг. 36):

$$I_z = m\,2\pi\,Rr^2\left[R^2 + \frac{3}{16}(2\,r)^2\right],$$

$$I_x = m\,\pi R\,r^2\left[\frac{R^2}{2} + \frac{5}{32}(2\,r)^2\right].$$

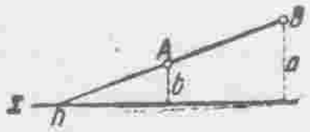


Фиг. 36.

д) Прямой отрезок (Фиг. 37): $Ab = l$,

$$I_{xAB} = I_{xDB} - I_{xDA},$$

$$I_{xDB} = \frac{1}{3} \cdot Ma^2.$$



Фиг. 37.

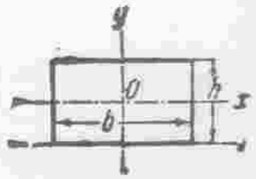
е) Площадь прямоугольника (Фиг. 38):

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot M \cdot h^2,$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot M \cdot b^2, \quad I_z = \frac{1}{3} \cdot M \cdot h^2,$$

$$I_0\,[\text{полярный}] = I_x + I_y =$$

$$= \frac{1}{12} \cdot M \cdot \frac{b^2 + h^2}{12}.$$



Фиг. 38.

ж) Плоское круглое кольцо (Фиг. 39):

$$I_x = I_y = \frac{R^2 + r^2}{4} M,$$

$$I_0\,[\text{полярный}] = I_x + I_y = \frac{R^2 + r^2}{2} M.$$

Фиг. 39.

7. *Маятник*

Простой маятник. Если α есть угол отклонения маятника от вертикального направления, t — время (сек.) одного качания, т. е. время прохождения в одном направлении дуги 2α, и l — длина маятника, то

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \cdots \right].$$

При малых углах отклонения можно принимать

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

или точнее:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{16} \alpha^2\right),$$

где α выражается в угловых единицах. Если α выражено в градусах, то

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + 0{,}00001904\, \alpha^2).$$

Длина секундного маятника

$$l = \frac{g}{\pi^2}.$$

При $g = 9{,}81$ *м/сек*²:

$$l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}994 \text{ м},$$

причем

$$\frac{\pi}{\sqrt{g}} = 1{,}003033.$$

Таблица длины секундного маятника в различных пунктах земли.

Полюс	$l = 0{,}99619$ *м*
Широта 45°	$l = 0{,}99356$ *м*
Экватор	$l = 0{,}99098$ *м*
Лондон	$l = 0{,}99412$ *м*
Париж	$l = 0{,}99387$ *м*
Милан	$l = 0{,}99355$ *м*
Рим	$l = 0{,}99331$ *м*

Сложным (также физическим) маятником называется неизменяемая материальная система, совершающая, под влиянием силы тяжести, качания около неподвижной горизонтальной

оси. Точка пересечения этой оси с плоскостью, проходящей через центр тяжести системы и перпендикулярной к означенной оси, называется центром вращения или центром подвеса.

Колебания физического маятника вполне тождественны с колебаниями математического (или простого) маятника, имеющего длину l, определяемую формулой

$$l = \frac{I}{m\xi},$$

где I — момент инерции физического маятника относительно оси вращения, m — его масса и ξ — расстояние оси вращения от центра тяжести; или

$$l = \frac{mi^2 + m\xi^2}{m\xi} = \frac{i^2 + \xi^2}{\xi} = \xi + \frac{i^2}{\xi},$$

где i — радиус инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной оси вращения.

Таким образом время одного простого качания физического маятника при малых углах отклонения равно:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \pi \sqrt{\frac{I}{m\xi g}} \text{ (сек)}.$$

8. *Удар*

Прямой центральный удар. Если назовем через m_1 и m_2 массы, v_1 и v_2 скорости тел до удара и u_1 и u_2 скорости тел непосредственно за ударом, то при прямом центральном ударе не вполне упругих тел:

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 (v_1 - v_2) \cdot k}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 (v_1 - v_2) \cdot k}{m_1 + m_2},$$

Потеря живой силы:

$$\Delta T = \frac{1 - k^2}{2} \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2.$$

В этих формулах $k = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$ есть коэфициент восстановления, определяемый опытом. Для тел совершенно упругих

$k = 1$; при этом $\Delta T = 0$, т. е. при ударе тел совершенно упругих живая сила не меняется. Для совершенно неупругих тел $k = 0$ и $u_1 = u_2$; в этом случае происходит потеря живой силы, причем живая сила, потерянная при ударе, равна живой силе от потерянных скоростей (теорема Карно). Нетрудно видеть, что величина импульса при ударе тел совершенно упругих вдвое больше, чем при ударе тел совершенно неупругих.

Вообще коэфициент k удовлетворяет условию $0 < k < 1$. Значения этого коэфициента для некоторых тел: для стали и пробки $k = {}^5/_9$, для стекла $k = {}^{15}/_{16}$, для слоновой кости $k = {}^8/_9$, для дерева $k = {}^1/_2$ при $v \approx 2{,}8$ *м/сек*.

Эксцентрический удар двух тел, имеющих неподвижные и взаимно параллельные оси вращения (Фиг. 40). К этому случаю могут быть применены данные выше формулы прямого центрального удара, если в них подставить: 1) вместо v_1 и v_2, соответственно, $a_1\omega_1$ и $a_2\omega_2$, где a_1 и a_2 — длины перпендикуляров, опущенных из центров вращения на направление удара AB, ω_1 и ω_2 — угловые скорости вращения тел до удара и 2) вместо m_1 и m_2, соответственно, $\frac{I_1}{a_1^2}$ и $\frac{I_2}{a_2^2}$; эти выражения представляют массы, приведенные к основаниям вышеозначенных перпендикуляров, причем I_1 и I_2 — моменты инерции относительно соответствующих осей вращения.

Фиг. 40.

Случаи технического использования удара. Если тело с массой M, по которому производится удар, неподвижно, то из общих выражений для случая не вполне упругого тела (коэфициент восстановления k) имеем: полная кинетическая энергия ударяющего тела

$$T = \frac{mv^2}{2},$$

для потери живой силы его при ударе (работа деформации или преодолеваемых сопротивлений)

$$\Delta T = \frac{1}{2}\,\frac{m \cdot M}{m + M}\,(1 - k^2)\,v^2,$$

где для неупругого удара $k = 0$, для абсолютно упругого удара $k = 1$. Ввиду незначительности коэфициента k для тел (в случаях практического использования удара) примем $k \approx 0$. Тогда остающаяся работа выразится:

$$T_1 = T - \Delta T = \frac{mv^2}{2} - \frac{m \cdot M \cdot v^2}{2(m + M)} = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{m}{m + M} = \frac{T \cdot m}{m + M}, \quad (1)$$

$$\Delta T = \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{M}{m + M} = \frac{T \cdot M}{m + M}. \quad (2)$$

Делим числитель и знаменатель дроби (1) на m, дроби (2) на M; имеем:

$$T_1 = \frac{T}{1 + \frac{M}{m}} \quad (1')$$

и

$$\Delta T = \frac{T}{1 + \frac{m}{M}}. \quad (2')$$

Или, подставляя взамен масс веса P и p, окончательно получим:

$$T_1 = \frac{T}{1 + \frac{P}{p}} \quad (1')$$

и

$$\Delta T = \frac{T}{1 + \frac{p}{P}}. \quad (2')$$

Отношение

$$\frac{T_1}{T} = \eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{P}{p}}$$

называется коэфициентом полезного действия удара, равно как и

$$\frac{\Delta T}{T} = \eta_2 = \frac{1}{1 + \frac{p}{P}}.$$

На практике пользуются ударом для выполнения работ двух родов:

1) Целевая установка работ первого рода состоит в деформации тела (ковка, чеканка и штамповка металлов, раздробление тел и пр.). Работа такого рода деформации происходит за счет ΔT, и для повышения эффективности использования, т. е. η_2, необходимо уменьшение $\frac{p}{P}$, т. е. необходимо вес ударяемого тела P значительно повысить сравнительно с весом

ударяющего p (отсюда ясно, почему при ковке массив наковальни берут во много раз более веса молота p).

2) При работах второго рода целевая установка состоит в перемещении тел после удара и преодолении возникающего при этом сопротивления, что происходит, например, при забивке свай в землю, вбивании гвоздей, клиньев и пр. В таком случае работа возникает только за счет T_1, и в противоположность первой категории для повышения эффективности (η_1) требуется уменьшение величины отношения $\frac{P}{p}$, т. е. при этом необходимо, чтобы вес ударяемого тела P был менее веса ударяющего тела p, так что при вбивании свай, гвоздей и пр. является очень выгодным повышать вес бабы (сравнительно со сваей), молотка (при вбивании гвоздей) и пр.

Примеры.

1. Ковка. Паровым молотом (вес бабы $p = 2000$ *кг*), свободно падающим без начальной скорости с высоты $h = 2$ *м*, проковывается кусок железа, вес которого вместе с наковальней $P = 18\,000$ *кг*. Найти η_2 молота.

В этом случае $T = P \cdot h = 4000$ *кгм*. Потеря работы при ударе или работа деформации:

$$\Delta T = \frac{T}{1 + \frac{p}{P}} = \frac{4000}{1 + \frac{2000}{18\,000}} = 3\,600 \text{ кгм}.$$

Бесполезная работа (сотрясение фундамента, сбивание наковальни и пр.):

$$T_1 = T - \Delta T = 400 \text{ кгм},$$

или около 10% полной работы.

Следовательно:

$$\eta_2 = \frac{1}{1 + \frac{p}{P}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{9}{10} = 0{,}90.$$

2. Забивка свай. Баба копра, свободно падая с высоты $H = 3$ *м*, углубляет своим ударом сваю на $h = 0{,}02$ *м*; зная, что вес бабы $p = 1000$ *кг*, а вес сваи $P = 200$ *кг*, определить полезную работу бабы, а также сопротивление грунта.

Полная работа, идущая на забивку сваи:

$$T_1 = \frac{T}{1 + \frac{P}{p}} = \frac{3000}{1 + \frac{200}{1000}} = 2500 \text{ кгм}.$$

Совокупная работа веса бабы и сваи после удара $T = (P + p) \cdot h = 1200 \cdot h = 1200 \cdot 0{,}02 = 24$ *кгм*.

Ясно, что сумма работы T_1 и T должна равняться работе сопротивления грунта $k \cdot h$, т. е.

$$2500 + 24 = 0{,}02\ k,$$

откуда $k = 126\,200$ *кг*.

Сопоставив огромную величину сопротивления грунта и незначительную работу веса бабы и сваи, ясно видим значение удара для подобных работ, которые почти невозможно было бы произвести простым давлением.

Заметим, что, определив сопротивление k грунта вбиванием пробной сваи, мы вместе с тем определим и безопасную нагрузку на сваю; эта нагрузка для безопасности принимается не более $^1/_8\ k$. Бесполезная (или вредная) работа деформации в данном случае равна:

$$T - T_1 = 500 \text{ кгм},$$

т. е. составляет около 16% полной работы бабы. Коэфициент полезного действия

$$\eta_1 = \sim \frac{1}{1 + \frac{P}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{200}{1000}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{8}} = \frac{5}{6} = 0{,}83.$$

9. Гармоническое колебательное движение

На массу m действует сила P (*кг*) $= k \cdot s$, где k есть коэфициент пропорциональности, а s — отклонение материальной точки от положения, занимаемого при покое.

Уравнение движения будет:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{k}{m} s = 0.$$

Интегрируя, получим:

$$s = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \sin\left(t \sqrt{\frac{k}{m}}\right), \quad v = v_0 \cos\left(t \sqrt{\frac{k}{m}}\right)$$

где v_0 — начальная скорость при $t = 0$. Амплитуда колебания

$$a = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \text{поэтому} \quad s = a \sin\left(t \sqrt{\frac{k}{m}}\right).$$

Период (продолжительность) одного полного колебания

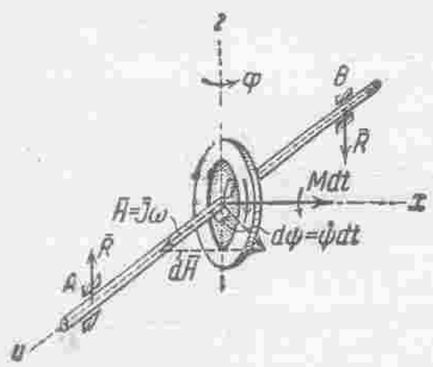
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Частота колебаний

$$n = \frac{1}{T}.$$

10. О гироскопическом эффекте

В технической практике часто возникает задача об определении дополнительных действующих усилий, которые возникают вследствие вынужденного поворота оси вращения быстро вращающегося тела (ось симметрии которого в большинстве случаев совпадает с осью вращения), например реакции подшипников пароходной турбины во время поворотов, добавочные реакции в креплениях коренного вала мотора с пропеллером в аэроплане при виражах и много других случаев, в частности искусственного сохранения направления движения торпед, искусственного сохранения положения гироскопического компаса и пр. Тогда и возникает задача об особенностях движения гироскопа или задача о „волчке". Рассмотрим ее на конкретном примере махового колеса, вращающегося с угловой скоростью ω на горизонтальной оси (Фиг. 41). Момент инерции маховика пусть будет I, так что момент количества движения будет $\overline{H} = \overline{I} \cdot \overline{\omega}$ (в векторной форме). Допустим, что ось вращения маховика Oy вращается с угловою скоростью $\dot{\psi}$, оставаясь в горизонтальной плоскости (вокруг вертикальной оси Oz), так что за время dt она повернется в горизонтальной плоскости на угол $d\psi = \dot{\psi} \cdot dt$. Подсчитаем момент, необходимый для означенного поворота, и установим его направление. Припоминаем из теории вращательного движения твердого тела основную зависимость $\frac{d\overline{H}}{dt} = \overline{M}$ (изменение момента количеств движения по времени равно статическому моменту всех внешних сил относительно точки O) применительно к показанному на фигуре находим:



Фиг. 41.

$$dH = H \cdot d\psi = I\omega \cdot \dot{\psi} \cdot dt;$$

направление $\overline{dH} \parallel Ox$. Следовательно, изменение направления вектора момента количеств движения $\overline{H}$, совпадающего с осью вращения $\overline{\omega}$, вызывается моментом $\overline{M} \cdot \overline{dt}$, направленным по оси x; таким образом получаем:

$$M \cdot dt = I \cdot \omega \cdot \dot{\psi} \cdot dt,$$

или

$$M = I \cdot \omega \cdot \dot{\psi}.$$

Момент, равнопротивоположный означенному ($-M$), с которым гироскоп противодействует указанному изменению направления вектора своего количества движения, называется **гироскопическим моментом**, направление его определяется по правилу Грюэ — векторного параллелизма осей вращения, — по которому гироскоп стремится выпрямиться, т. е. стремится поставить свою первоначальную ось вращения в положение, параллельное вращению $\dot{\psi}$. Если бы ось симметрии гироскопа не была перпендикулярна к оси вращения $\dot{\psi}$, а составляла бы с нею угол Θ, то гироскопический момент имел бы величину

$$M = I \cdot \omega \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \Theta.$$

Пример. Паровая турбина установлена в паровозе так, что ее ось перпендикулярна к направлению движения паровоза, причем направление вращения турбины одинаково с направлением вращения колес паровоза. Момент инерции рабочего колеса этой турбины относительно оси ее вращения равен $I = 140$ *кгм/сек*². Как велик гироскопический момент, появляющийся при движении паровоза по закруглению с радиусом $\rho = 200$ *м* со скоростью $v = 20$ *м/сек*?

Для данного случая на закруглении

$$\dot{\psi} = \frac{v}{\rho} = \frac{1}{10} \text{ сек.},$$

а потому гироскопический момент

$$M = I \cdot \omega \cdot \dot{\psi} = 140 \cdot 100 \cdot \frac{1}{10} = 1400 \text{ кг} \cdot 1{,}4 \text{ м},$$

где 1,4 *м* есть ширина колеи; следовательно, $k = 1000$ *кг*, вследствие чего при левом закруглении и при вращении рабочего колеса турбины в одном направлении с колесами паровоза полное давление колес паровоза на левый внутренний рельс уменьшится на это значение, на правый же внешний рельс настолько же увеличится (вращение $\dot{\psi}$ будет против часовой стрелки, если смотреть сверху).

ОТДЕЛ ВОСЬМОЙ

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

I. РАСТЯЖЕНИЕ

1. *Общие формулы*

$$F=\frac{P_{max}}{R} \quad (1), \quad P_{max}=FR_z \quad (2), \quad R_z=\frac{P_{max}}{F} \quad (3),$$

$$\sigma=\frac{P}{F} \quad (4), \quad \sigma=E\varepsilon \quad (5), \quad E=\frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (6),$$

$$\varepsilon=\frac{L-l}{l}=\frac{\sigma}{E}=\frac{P}{EF} \quad (7), \quad L-l\ \Delta l=\frac{Pl}{EF} \quad (8),$$

где: F — площадь поперечного сечения (в *см*²),
P_{max} — наибольшая растягивающая сила,
R_z — допускаемое нормальное напряжение,
σ — существующее нормальное напряжение,
E — модуль упругости материала при растяжении (или сжатии),
ε — относительное удлинение,
l — длина бруса до растяжения,
L — длина бруса после растяжения,
$L-l=\Delta l$ — абсолютное удлинение.

Формулы: (1) служит для расчета площади поперечного сечения бруса по заданной наибольшей осевой нагрузке, (2) — для расчета наибольшей осевой нагрузки по заданному поперечному сечению, (3) служит для определения допускаемого нормального напряжения, (4) — существующего нормального напряжения, (5) выражает закон Гука, (6) служит определением модуля упругости, формула (7) определяет относительное удлинение, формула (8) — полное удлинение.

Пример. Рассчитать диаметр круглой стальной штанги подъемного крана, растягиваемой силой $P = 4800$ *кг*.

Принимая для железа $R_z = 600$ *кг/см*², имеем

$$\frac{\pi d^2}{4}=\frac{P}{R_z},$$

откуда

$$d=\sqrt{\frac{4P}{\pi R_z}}=\sqrt{\frac{4\cdot 4800}{3{,}14\cdot 600}}\ см^2=3{,}19\ см\approx 32\ мм.$$

Если l — длина вертикального бруса (с заделанным верхним концом), γ — удельный вес материала бруса (*кг/см*³) и P — внешняя сила, растягивающая его по оси, то полная растягивающая сила $= P + G$, где $G = Fl\gamma$ — вес бруса. Площадь опасного поперечного сечения (в плоскости заделки) определяется из уравнения

$$F=\frac{P+G}{R_z},$$

если заранее задан вес G, и по формуле

$$F=\frac{P}{R_z-\gamma l},$$

если задана длина l бруса.

2. *Допускаемые напряжения на растяжение в машиностроении по Баху в кг/см²*

Материалы	I	II	III
Сварочное железо . . .	900	600	300
Литое железо	900—1500	600—1000	300—500
Литая сталь	1200—1800	800—1200	400—600
Чугун	300	200	100
Стальное литье	600—1200	400—800	200—400

Примечание. Допускаемые напряжения в графе I относятся к спокойной нагрузке, в графе II — к такой нагрузке, при которой напряжение материала меняется попеременно от нуля до некоторой наибольшей величины и затем от этой наибольшей величины обратно до нуля; допускаемые напряжения в графе III относятся к такой нагрузке, при которой напряжение материала меняется от некоторого наибольшего положительного значения величины до такого же наибольшего отрицательного значения, и обратно. Для железа высшего

качества величины допускаемого напряжения могут быть увеличены.

В строительном деле допускают напряжения:

Железо (не маркированное)	до 1200	*кг/см²*
Чугун	„ 300	„
Сосна вдоль волокон	„ 110	„
Дуб	„ 160	„

Допускаемые напряжения для елового дерева берут на 10% меньше, чем для сосны.

Для временных сооружений допускаемые напряжения в дереве могут быть повышены на 25%, а во вспомогательных сооружениях даже на 50%.

Допускаемые напряжения не являются раз навсегда установленными, а изменяются с прогрессом расчетной техники и с улучшением качества материала. В ряде случаев они регламентируются правительственными постановлениями.

3. *Некоторые данные о материалах*

Материал	Разрушающее напряжение *кг/см²*	Модуль упругости *кг/см²*
Сварочное железо	3300—4000	2 000 000
Литое железо	3400—5000	2 150 000
Литая сталь	5000—16 000	2 200 000
Рессорная сталь не закаленная	10 000 и больше	2 200 000
Рессорная сталь закаленная	17 000 и больше	2 200 000
Стальная отливка	3500—7000 и больше	2 150 000
Чугун	1200—2400	750 000—1 050 000
Никелевая сталь	5600—6500	2 090 000
Красная медь (листы) . . .	2000—2300	1 150 000
Бронза	2000	900 000
Алюминий прокатный . .	700—800	680 000
Свинец мягкий	12 500	50 000
Цинк прокатный	1900—2500	—
Мягкое дерево (ель, сосна)	600—700	1 0000
Твердое дерево (дуб, бук)	800—900	110 000
Среднее для строит. дерева	75	—
Гранит	5000	250 000—500 000
Кирпич обыкновенный . .	8—15	100 000

II. СЖАТИЕ

1. *Допускаемые напряжения на сжатие R в машиностроении по Баху в кг/см²*

Материал	I	II
Сварочное железо	900	600
Литое железо	900—1200	600—800
Литая сталь	1200—1500	800—1000
Стальное литье	900—1200	600—900
Чугун	900	600

Примечание: Допускаемые напряжения в графе I относятся к спокойной нагрузке, в графе II — к такой нагрузке, при которой напряжение материала меняется попеременно от нуля до некоторой наибольшей величины и затем от этой наибольшей величины обратно до нуля.

2. *Допускаемые и разрушающие напряжения для каменных материалов и кладок на сжатие в кг/см²*

Материал	Разрушающее напряжение	Допускаемое напряжение
Гранит	1000	40
Известняк	500	20
Песчаник	500	20
Кирпич обыкновенный	100	—
Кладки гранитные на цементном растворе	800	30
Кладки известняк. плит. на цементном растворе 1 : 4 . .	200	20
Кладки бутовые на цементном растворе 1 : 4	150	15
Кладки бутовые на известняковом растворе	—	700
Кладки кирпичные на цементном растворе	80	13
Кладки кирпичные на романском растворе	60	10
Кладки кирпичные на известняковом растворе	50	8
Пустотные бетонные камни норм. бет.	—	13

3. *Допускаемые напряжения для дерева на сжатие и смятие в кг/см²*

Род нагрузки материала	Сосна	Дуб
Сжатие	90	125
Смятие металлом по дереву .	70	100
Смятие деревом по дереву . .	50	80
Смятие поперек волокон . . .	25	50

Пример на сжатие

Какая нагрузка на сжатие разрушит короткие железные и чугунные квадратные бруски, если в опасном сечении сторона поперечного сечения = 30 *мм*. По формуле

$$P = FR,$$

где

$$F = 30^2,$$

а

$$R_ж = 26 \div 35 \text{ (принимаем 35 кг на 1 мм}^2\text{)}$$

получаем:

$$P_ж = 30^2 \cdot 35 = 31\,500 \text{ кг}$$

для чугуна:

$$R_ч = 60 \div 75 \text{ (принимаем 75 кг на 1 мм}^2\text{)},$$

следовательно

$$P_ч = 30^2 \cdot 75 = 67\,500 \text{ кг}.$$

Допускаемая нагрузка определится из той же формулы, если вместо разрушающего напряжения подставить допускаемое

напряжение

$$P_ж = 30 \cdot 9 = 8000 \text{ кг},$$
$$P_ч = 30^2 \cdot 10 = 9000 \text{ кг},$$

где 9 и 10 — допускаемые напряжения для железа и чугуна в *кг/мм²*

Пример на раздавливание (раздробление)

Определить толщину фундаментной стены под строение, весом 1 613 *т* = 161 3000 *кг*, длиной снаружи в 18,29 *м* и шириной в 12,19 *м*.

Если толщина стены будет x, то длина ее будет равна $2\ (18{,}29 + 12{,}19 - 2x) = 60{,}96 - 4x$, округлив, можно принять $= (61 - 4x)$ *м*. Площадь

$$F = (61 - 4x)\,x \text{ м}^2.$$

Принимая допускаемое напряжение для кирпича в 5 *кг/см²* т. е. $R_d = 5$ *кг* на 1 *см²*, то получим, что

$$(61 - 4x)\,x = \frac{1\,613\,000}{5},$$

отсюда $x = 0{,}55$ *м*.

Площадь F фундамента, принимающего давление, будет

$$F = 61x - 4x^2 = 61 \cdot 0{,}55 - 4\,(0{,}55)^2 = 32{,}34 \text{ м}^2,$$

а выдерживаемое безопасно давление:

$$P = F \cdot R_d = 32{,}34 \cdot 5 \cdot 10\,000 = 323\,400 \cdot 5 = 1\,617\,000 \text{ кг}.$$

III. СОПРОТИВЛЕНИЕ ИЗГИБУ

Общая формула для балок, подверженных изгибу

$$M = R\,\frac{I}{z},$$

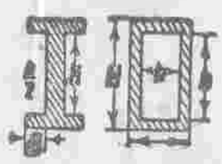
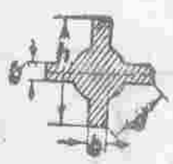
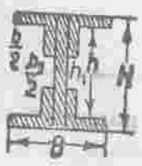
где M — изгибающий момент, R — допускаемое напряжение на изгиб, I — момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси, z — расстояние наиболее вытянутого или сжатого волокна от нейтральной оси.

1. Величины I, $\frac{I}{z}$ и z для различных форм поперечного сечения

№ по порядку	Форма поперечного сечения	I	$\frac{I}{z} = W$	z
1		$\frac{c^4}{12}$	$\frac{c^3}{6}$	$\frac{c}{2}$
2		$\frac{c^4}{12}$	$0{,}118\ c^3$	$\frac{c}{\sqrt{2}}$
3		$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{h}{2}$
4		$\frac{b}{12}\ (H^3-h^3)$	$\frac{b\ (H^3-h^3)}{6H}$	$\frac{H}{3}$
5		$\frac{1}{36}\ bh^3$	$\frac{bh^2}{24}$	$\frac{2}{3}\ h$
6		$0{,}110\ r^4$	$0{,}19\ r^3$	$0{,}58\ r$
7		$\frac{A^4-a^4}{12}$	$\frac{A^4-a^4}{6A}$	$\frac{A}{2}$
8		$\frac{A^4-a^4}{12}$	$\frac{A^4-a^4}{12A}\sqrt{2}=0{,}1179\times$ $\times\frac{A^4-a^4}{A}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$
9		$\frac{5}{16}\sqrt{3}\cdot r^4=0{,}5413\,r^4$	для 1; $\frac{5}{8}\ r^3$ для 2; $0{,}5413\ r^3$	$r\ \frac{\sqrt{3}}{2}$ r
10	Правильный многоугольник о n сторонах, у которого s—сторона, F—площадь и r—радиус описанного круга	$\frac{F}{12}\left(3r^2-\frac{s^2}{2}\right)$ Приблизительно $\frac{F}{4}\ r^2$	$\frac{1}{4}\ Fr$	r

Момент инерции . . . I (дюйм)^4 = 0,024 I $см^4$
Момент сопротивления . . . W (дюйм)^3 = 0,061 W $см^3$

Продолжение

№ по порядку	Форма поперечного сечения	I	$\frac{I}{z} = W$	z
11		$\frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4} = 0{,}7854 r^4$	$\frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi r^3}{4} = 0{,}0982 d^3$	$\frac{d}{2}$
12		$\frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$	$\frac{\pi}{32}\frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{4}\frac{R^4 - r^4}{R}$	$\frac{D}{2}$
13		$\frac{\pi}{64} dD^3 = 0{,}0401 dD^3$	$\frac{\pi}{32} dD^3 = 0{,}0982 dD^3$	$\frac{D}{2}$
14		$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	$\frac{H}{2}$
15		$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	$\frac{H}{2}$
16		$\frac{BH^3 + bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 + bh^3}{6H}$	$\frac{H}{2}$
17		$\frac{b(h^3 - h_1^3)}{12} + \frac{b_1(h_1^3 - h_2^3)}{12}$	$\frac{b(h^3 - h_1^3)}{6h} + b_1\frac{(h_1^3 - h_2^3)}{6h}$	$\frac{h}{2}$
18		$\frac{1}{12}\left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h - d)\right]$	$\frac{1}{6h}[0{,}589\, d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h - d)]$	$\frac{h}{2}$
19		$\frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3}{6H}$	$\frac{H}{2}$

Продолжение

№ по порядку	Форма поперечного сечения	I	$\frac{I}{z} = W$		z
		Балка, составленная из стенки, двух полок и четырех уголков			
20		$\frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3 - b_{11}h_{11}^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3 - b_{11}h_{11}^3}{6H}$		$\frac{H}{2}$
21		—	Приблизительно $\frac{5}{18} Bhe$		—
22				площадь в *см*²	вес одного *пог. м.* в *кг*
		$h = 131$ *мм*	$W = 0{,}00014$	42,75	32,66
		$h = 118$ *мм*	$W = 0{,}00012$	39,00	29,80
		$h = 105$ *мм*	$W = 0{,}00009$	34,20	26,10

2. *Значения изгибающего момента (M)*

1. Балка подвержена действию сосредоточенного груза P

Способ закрепления балки и распределения нагрузки			M	Прогиб f	Опасное сечение
	1	Балка закреплена одним концом, а на другом (свободном) действует груз	$P \cdot l$	$f = \frac{1}{3} \frac{Pl^3}{EI}$	В месте укрепления
	2	Балка лежит свободно на двух опорах, груз действует по середине	$\frac{P \cdot l}{4}$	$f = \frac{1}{48} \frac{Pl^3}{EI}$	На середине
	3	Балка лежит свободно на двух опорах, груз действует в произвольной точке ее (не в середине)	$\frac{Pm \cdot n}{l}$	$f = \frac{1}{3} \frac{Pm^2n^2}{EIl}$	В точке приложения силы
	4	Балка лежит свободно на двух опорах, груз действует в двух точках, симметрично расположенных	$P \cdot m$	$f = \frac{1}{16} \frac{Pml^2}{EIl}$	Между точками приложения сил

Продолжение

Способ закрепления балки и распределения нагрузки			M	Прогиб f	Опасное сечение
	5	Балка закреплена одним концом, а другой свободно лежит на опоре; груз действует по середине	$\frac{3}{16} P \cdot l$	$f = \frac{1}{107} \frac{Pl^3}{EI}$	В месте укрепления
	6	Балка закреплена двумя концами, груз действует по середине	$\frac{Pl}{8}$	$f = \frac{1}{192} \frac{Pl^3}{EI}$	В местах укрепления и под нагрузкой
II. Балка подвержена действию равномерно-распределенного груза p на один пог. метр					
	7	Балка закреплена одним концом, а другим свободна	$\frac{pl^2}{2}$	$f = \frac{1}{8} \frac{pl^4}{EI}$	В месте укрепления
	8	Балка свободно лежит на двух опорах	$\frac{pl^2}{8}$	$f = \frac{5}{384} \frac{pl^4}{EI}$	По середине
	9	Балка закреплена одним концом, а другим свободно лежит на опоре	$\frac{pl^2}{8}$	$f = \frac{1}{192} \frac{pl^4}{EI}$	В месте укрепления
	10	Балка закреплена обоими концами	$\frac{pl^2}{12}$	$f = \frac{1}{384} \frac{pl^4}{EI}$	В местах укрепления
	11	Балка закреплена одним концом, а на другом совершенно свободна. На балку действует равномерно распределен. груз p, а на свободном конце ее сосредоточенный груз P	$\left(p + \frac{pl}{2}\right) l$	$f = \frac{\frac{1}{3} P + \frac{1}{8} pl}{EI} l^3$	В месте закрепления
	12	Балка на трех опорах, равноотстоящих друг от друга	$\frac{pl^2}{32}$	—	—
	13	Балка на четырех опорах, равноотстоящих друг от друга	$\frac{pl^2}{90}$	—	—

Для № 1 уравнение упругой линии будет

$$y = \frac{Pl^3}{2EI} \left[\frac{x}{l} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{l^3} \right];$$

Для № 2

$$y = \frac{Pl^3}{16\,EI} \left[\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right].$$

3. *Допускаемые напряжения на изгиб в машиностроении по Баху в кг/см²*

Материал	I*)	II	III
Сварочное железо . . .	900	600	300
Литое „ . . .	900—1200	600—800	300—400
Литая сталь	1200—1500	800—1000	400—500
Стальное литье	750—1050	500—700	250—350
Рессорная сталь	7500	5000	—
Чугун необработанный .	450—600	300—400	150—200
„ обработанный . .	350—500	280—340	120—120

4. *Напряжения на изгиб, допускаемые в строительных конструкциях*

Материал	*кг/см²*
Железо (раст.)	1200
„ (сжат.)	1200
Чугун (раст.)	300
„ (сжат.)	750
Сосна	90
Дуб	125

Пример. Какую высоту должна иметь еловая балка, закрепленная одним концом и нагруженная на другом силой в 750 *кг*, при длине 1,75 *м* и ширине в 0,2 *м*?

Из формулы стр. 443 случай 1 имеем:

$$Pl = \frac{bh^2}{6} \cdot 0{,}44, \quad \text{откуда} \quad h = \sqrt{\frac{6 \cdot 750 \cdot 1750}{0{,}44 \cdot 200}} = 299 \text{ мм}.$$

Пример. Четыре горизонтальные дубовые балки должны поддерживать балкон, пол которого несет равномерную нагрузку 2145 *кг*, длина балок = 2 *м*, а расстояние между крайними балками, т.е. ширина балкона = 3 *м*. Каковы размеры сечения балок, если ширина b относится к высоте h, как 1 : 3, и если балкон должен выдержать еще добавочный груз в 350 *кг*, приложенный на самом конце.

*) См. примечание к таблице 2 на стр. 433

Если примем во внимание вес балок, то:

$$\frac{350}{4} \cdot 2000 + \frac{1}{2}\left(\frac{2145}{4} + \frac{h^3}{3} \cdot 2000 \cdot 0{,}000000735\right) \cdot 2000 = \frac{h^3}{18}\, 0{,}66,$$

или

$$0{,}000037h^3 - 0{,}00049h^2 = 711{,}25, \quad \text{откуда}$$

$$h = 273 \text{ мм}, \text{ а следовательно, } b = 91 \text{ мм}.$$

Пример. Две двутавровые балки в мостовом кране, лежащие свободно обоими концами и имеющие длину = 3,6 *м*, нагружены: в середине грузом $P_1 = 4000$ *кг* и в расстоянии 1 *м* от опоры грузом $P_2 = 800$ *кг*. Какое сечение надо взять для балок?

Реакции опор будут:

$$A = \frac{4000 \cdot 1{,}8 + 800 \cdot 1}{3{,}6} = 2222{,}22 \text{ кг},$$

$$B = 4000 + 800 - 2222{,}22 = 2577{,}78 \text{ кг}.$$

Момент для середины балки, взятый от реакции A, будет:

$$M = 2222{,}22 \cdot 1{,}8 = 4000 \text{ кгм},$$

и момент в точке C приложения силы P_2, будет:

$$M_C = -2577{,}78 \cdot 1 = -2577{,}78 \text{ кгм}.$$

Опасное сечение находится в середине. Искомый момент сопротивления будет для каждой балки

$$W = \frac{4000 \cdot 100}{2 \cdot 700} \approx 285{,}7 \text{ в см}^3,$$

ибо на каждую из балок приходится половина момента сопротивления. Профиль двутаврового железа подбирается по таблицам.

Пример. Какой груз выдержит железнодорожный рельс, высотой в 118 *мм* и длиной в 0,8 *м* на своем конце? По таблицам профилей мы находим, что для такой высоты рельса соответственный момент сопротивления будет 120 *см*³, следовательно:

$$P \cdot 80 = 120 \cdot 600 \text{ или } P = 900 \text{ кг}.$$

Пример. Квадратная железная балка со стороной сечения = 50 *мм*, положена на двух опорах, расстояние между которыми = 1000 *мм* и нагружена в середине грузом = 400 *кг*. Проверить прочность ее.

Наибольший момент $M_{max} = \frac{400 \cdot 100}{4} = 10\,000$ *кгсм*; момент

сопротивления $W = \frac{I}{z} = \frac{5^3}{6} = 20{,}83$ *см*³, отсюда напряжение материала $R_b = \frac{M}{W} = \frac{10\,000}{20{,}83} = 480$ *кг/см*².

Напряжение $R = 480$ *кг* на 1 *см*² вполне допустимо.

Пример. Сосредоточенный груз в 2000 *кг* действует на середину двутавровой железной балки №..., свободно лежащей на опорах, расстояние между которыми = 6 *м* = 600 *см*. Определить величину напряжения. Момент сопротивления определится по таблицам: $W_x = 201{,}4$ *см*³.

Из формулы: $\frac{Pl}{4} = R_b \cdot W = R_b \cdot 201{,}4$ имеем

$$R = \frac{Pl}{4 \cdot 201{,}4},$$

или при $P = 2000$ *кг*, $l = 600$ *см*,

$$R_b = \frac{2000 \cdot 600}{4 \cdot 201{,}4} = 1490 \text{ кг/см}^2.$$

Для железа $R_b = 1490$ *кг/см*² слишком велико.

5. *Касательные напряжения*

Из формулы $M = R\frac{I}{z}$ определяются только нормальные напряжения при изгибе, соответствующие случаю „чистого" изгиба совокупностью „пар" сил. Когда же балка нагружается нормальными к ее оси нагрузками, в результате дающими поперечную силу Q (срезывающее усилие), то в продольных плоскостях ее, расположенных перпендикулярно к вертикальной оси симметрии поперечного сечения возникают касательные (тангенциальные) напряжения, выражаемые формулой

$$\tau = \frac{QS}{Ib},$$

где Q — поперечная сила, S — статический момент площади обреза относительно нейтральной оси, I — экваториальный момент инерции поперечного сечения, b — ширина поперечного сечения в рассматриваемом месте. Касательные напряжения возникают одновременно и в плоскости поперечного сечения (по закону парности касательных напряжений), τ_{max} — всегда в нейтральном слое.

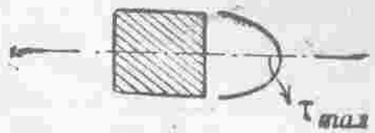
Для прямоугольного сечения (фиг. 1),

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\,\frac{Q}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh}$$

(располагаются по закону параболы).

Для круга (радиуса r)

$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{F} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{\pi r^2}.$$



Фиг. 1.

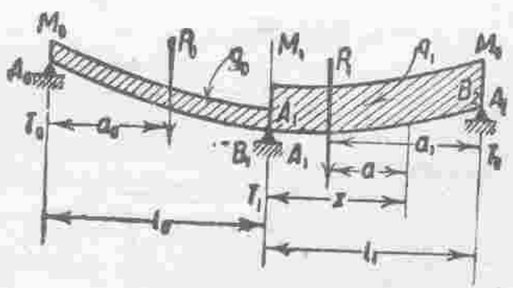
Для тонкостенного кругового кольца $\tau_{max} = 2 \cdot \frac{Q}{F}$. Для двутаврового железа τ распределены приблизительно равномерно по всему вертикальному ребру: $\tau_{max} = \sim \frac{Q}{F_{р.бра}}$. F — везде площадь поперечного сечения.

6. *Неразрезные балки, балки на многих опорах*

а) Изгибающие моменты над опорами

[Уравнение (Клапейрона) трех опорных моментов].

Если M_0, M_1, M_2 суть изгибающие моменты над тремя произвольными последовательными опорами A_0, A_1, A_2 (фиг. 2), y_0, y_1, y_2 — расстояния опорных точек A_0, A_1, A_2 до некоторой (произвольной) горизонтальной плоскости, то уравнение напишется:



Фиг. 2.

$$6EI\left(\frac{y_1 - y_0}{l_0} + \frac{y_1 - y_2}{l_1}\right) = M_0 l_0 + 2M_1(l_0 + l_1) + M_2 l_1 +$$

$$+ \frac{\sum P_0 a_0 (l_0^2 - a_0^2)}{l_1} + \frac{\sum P_1 a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} + \frac{1}{4}(q_0 l_0^3 + q_1 l_1^3)$$

(уравнение Клапейрона.)

В случае равномерно-распределенной нагрузки, когда опоры лежат на одной высоте, имеем:

$$M_0 l_0 + 2M_1 (l_0 + l_1) + M_2 l_1 = -\frac{1}{4}(q_0 l_0^3 + q_1 l_1^3).$$

Для n пролетов с $n+1$ опорами может быть составлено $n-1$ таких уравнений. Кроме того, для крайних опор имеем еще два уравнения $M_0 = 0$ и $M_n = 0$, итого $n+1$ уравнений для $n+1$ неизвестных моментов.

в) Опорные реакции

Если $A_0, A_1, \ldots, A_{n-1} \ldots$ суть части общего сопротивления опор от нагрузок с правой стороны и $B_1, B_2, \ldots, B_n$ — от нагрузок с левой стороны каждой опоры, $T_0, T_1, \ldots, T_n$ — полное сопротивление опор, то

$$T_0 = A_0; \quad T_1 = A_1 + B_1; \ldots; \quad T_n = B_n.$$

Изгибающий момент в любом месте на расстоянии x от первой опоры равен:

$$M = M_1 - \frac{q_1 x^2}{2} - \sum_0^x P_1 a + A_1 x;$$

для $x = l$, имеем:

$$A_1 = \frac{M_2 - M_1}{l_1} + \frac{q_1 l_1}{2} + \frac{\Sigma P_1 a_1}{l_1};$$

точно так же:

$$B_1 = \frac{M_0 - M_1}{l_0} + \frac{q_0 l_0}{2} + \frac{\Sigma P_1 a_0}{l_0}.$$

Отсюда определяем

$$T = A_1 + B_1 = \ldots$$

IV. СОПРОТИВЛЕНИЕ СРЕЗЫВАНИЮ (СКАЛЫВАНИЮ)

Для среза имеем формулу $P = FR_s$, где P — срезывающая сила в плоскости поперечного сечения и проходит через центр тяжести сечения; F — площадь сечения тела; R_s — допускаемое напряжение на срезывание.

Модуль упругости сдвига для металлов $= \frac{3}{8}$ модуля упругости для растяжения и сжатия. Для металлов разрушающее напряжение составляет от $^3/_5$ до $^4/_5$ разрушающего напряжения растяжения. Для дерева крепость срезывания различна по разным направлениям по причине волокнистого строения дерева: она мала по направлению волокон и сравнительно велика по радиальному направлению годовых колец.

1. Допускаемые напряжения на срез в машиностроении по Баху в кг/см²

Материал	I *)	II	III
Сварочное железо	720	480	240
Литое "	720—960	480—640	240—320
Литая сталь	960—1200	640—800	320—400
Стальное литье	480—840	320—560	160—280
Чугун	300	200	100

2. Допускаемые напряжения на срез в строительных конструкциях

Железо (заклепки)	900	*кг/см²*
Сосна (скалывание вдоль волокон) . . .	12	"
Дуб (скалывание вдоль волокон)	16	"
Сосна (скалывание поперек волокон) .	30	"
Дуб (скалывание поперек волокон) . .	65	"

3. Разрушающие напряжения на срез для дерева

‖ — вдоль волокон и ⊥ — поперек волокон в *кг/см²*

Хвойное дерево	‖	. . . . .	65
"	"	⊥	230
Дуб	"	‖	75
"	"	⊥	270

*) См. примечание к таблице 2 на стр. 433.

Пример: Определить диаметр железного болта, подвергающегося разрывающему усилию, равному 10 000 *кг*, и высоту головки его, подвергающейся срезывающему усилию от той же нагрузки в 10 000 *кг*.

Диаметр определится из формулы:

$$R_z \cdot \frac{\pi d^2}{4} = P, \text{ откуда}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 10\,000}{\pi \cdot 7{,}5}} = 41{,}23 \text{ мм},$$

где $R_z = 6 \div 10$ *кг/мм²* и нами принято равным 7,5 *кг/мм²*.

Поверхность, подвергающаяся срезыванию $= \pi dh$, а следовательно,

$$\pi dh \left(\frac{4}{5} R_b\right) = P, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{5 \cdot 10\,000}{4 \cdot \pi \cdot 7{,}5 \cdot 41{,}23} = 12{,}89 \text{ мм}.$$

V. СОПРОТИВЛЕНИЕ КРУЧЕНИЮ

Обозначения: G — модуль упругости при сдвиге, P — внешняя сила, действующая на кручение (в *кг*), r — плечо действия силы P, перпендикулярное к оси кручения бруска (в *см*), I_p — полярный момент инерции сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести; a — сторона квадратного сечения (в *см*); b и h — ширина и высота прямоугольного сечения или малая и большая ось эллиптического сечения в *см*; d — диаметр круглого сечения в *см*; R_s — допускаемое напряжение на скручивание в *кг/см²*; l — длина скручиваемого бруса; φ — угол закручивания при длине l.

1. Допускаемые напряжения на кручение в машиностроении по Баху в кг/см²

Материал	I*)	II	III
Сварочное железо	360	240	120
Литое „	600—840	400—560	200—280
Литая сталь	900—1200	600—800	300—400
Стальное литье	480—840	320—560	160—280
Рессорная сталь	6000	4000	—

*) См. примечание к таблице 2 на стр. 433.

2. Расчетные уравнения при кручении

Сечение	Крутящий момент	Сопротивление кручения чугуна
Круг	$Pr = \frac{\pi}{16} d^3 R_s$	Равно сопротивлению растяжения
Круговое кольцо	$Pr = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} R_s \ldots$	Равно 0,8 сопротивления растяжения [1]
Эллипс	$Pr = \frac{\pi}{16} b^2 h R_s \ldots$	Равно от 1 до 1,25 сопротивления растяжения [2]
Прямоугольник	$Pr = \frac{2}{9} b^2 h R_s$	Равно от 1,4 до 1,6 сопротивления растяжения
Квадрат	$Pr = \frac{2}{9} a^3 R_s$	

Угол закручивания

Угол закручивания на расстоянии l определяется для круглого вала по формуле:

$$\varphi = \frac{P \cdot l}{G I_p},$$

где l — длина вала, а I_p — полярный момент инерции $\approx 0{,}1\, d^4$.

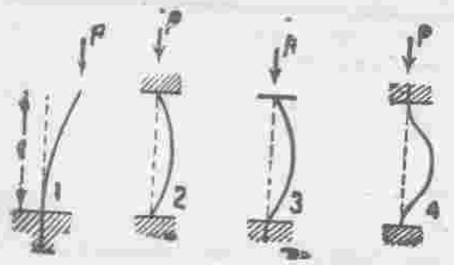
[1]) Выбор допускаемого напряжения зависит от отношения $\frac{d}{D}$. По мере приближения этого отношения к нулю допускаемое напряжение увеличивается до единицы. Значение 0,8 имеет место при $\frac{d}{D} = 0{,}7$.

[2]) Допускаемое напряжение будет тем меньше (и тем более будет приближаться к меньшему указанному значению), чем более прямоугольное сечение приближается к квадратному, а эллиптическое — к круглому.

Сечение	Угол закручивания φ при данном	
	моменте кручения Pr	напряжении кручения τ
Круг	$\varphi = \frac{Prl}{GI_p} = \frac{32}{\pi d^4} \frac{Pr}{G} l$	$\varphi = 2 \frac{\tau}{G} \frac{l}{d}$
Круговое кольцо	$\varphi = \frac{Prl}{GI_p} = \frac{32}{\pi (D^4 - d^4)} \frac{Pr}{G} l$	$\varphi = 2 \frac{\tau}{G} \frac{l}{D}$
Эллипс	$\varphi = \frac{16}{\pi} \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \frac{Pr}{G} l$	$\varphi = \frac{\tau}{G} \frac{b^2 + h^2}{bh^2} l$
Квадрат	$\varphi = 7{,}2 \frac{1}{a^4} \frac{Pr}{G} l$	$\varphi = 1{,}5 \frac{\tau}{G} \frac{l}{a}$.

VI. ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

Когда длина значительно превосходит поперечные размеры сжимаемого тела, последнее изгибается (продольный изгиб, черт. 3). Нагрузка, при которой возможна потеря прямолинейности оси тела, называется критической. Она может быть найдена для колонны постоянного сечения по формуле Эйлера:



Фиг. 3.

$$P_{кр} = k \frac{EI_{min}}{l^2},$$

где E есть модуль упругости, I_{min} — наименьший момент инерции, l — длина колонны, k — некоторый коэфициент, зависящий от вида заделки концов колонны.

Значения коэфициента k для разных случаев заделки (фиг. 3).

1	Один конец заделан, другой свободен	$k = \frac{\pi^2}{4}$	3	Один конец на шарнире, другой заделан	$k = 2\pi^2$
2	Оба конца на шарнирах	$k = \pi^2$	4	Оба конца заделаны	$k = 4\pi^2$

Допускаемая нагрузка

$$P = \frac{P_{кр}}{n},$$

где n есть запас устойчивости, который может быть принят равным: для железа и стали $n = 4 - 5$, для чугуна $n = 8$, для дерева $n = 8 \div 10$.

Формула Эйлера применима только в случаях, когда

$l : i > 110$ для железа,
$l : i > 80$ для чугуна,
$l : i > 100$ для дерева,

где $i = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}}$ (F—площадь сечения). Для значений $l : i$ меньших указанных, допускаемую нагрузку находят по формуле:

$$P = \frac{R_{кр}}{n} F \text{ или } P = \varphi R_d F,$$

где $R_{кр}$ есть критическое напряжение, определяемое по нижеприведенным таблицам, n — запас устойчивости, F — площадь сечения колонны, φ — коэфициент уменьшения, определяемый по таблицам, R_d — допускаемое напряжение на сжатие.

Значения критического напряжения $R_{кр}$ и коэфициента уменьшения φ.

1. Стойки из литого железа, по Ясинскому

$l : i =$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$R_{кр} =$	3080	2940	2790	2650	2500	2350	2200	2050	1900	1760
$\varphi =$	0,88	0,84	0,80	0,76	0,71	0,67	0,63	0,59	0,54	0,50

2. Стойки чугунные, по Тетмайеру

$l : i =$	10	20	30	40	50	55	60	65	70	75	80
$R_{кр} =$	6610	5570	4640	3810	3080	2760	2470	2200	1960	1740	1550
$\varphi =$	0,83	0,70	0,58	0,48	0,39	0,35	0,31	0,28	0,25	0,22	0,19

3. Стойки деревянные, по Тетмайеру

$l : i =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$R_{кр} =$	274	254	235	216	196	177	157	138	118	99
$\varphi =$	0,98	0,91	0,84	0,77	0,70	0,63	0,56	0,49	0,42	0,35

Промежуточные величины находятся интерполяцией, для чего лучше всего приведенные данные нанести на клетчатую бумагу.

„Единые нормы строительного проектирования“, утвержденные 14 марта 1930 г., предлагают пользоваться коэфициентами уменьшения, указанными в нижеследующей таблице [1]):

$\frac{l}{i}$	Дерево		Чугун		Сталь 3		Сталь 5		Специальная сталь	
	φ	k	φ	k	φ	k	φ	k	φ	k
0	—	—	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
10	0,931	1,074	0,97	0,03	0,99	1,01	0,99	1,01	0,99	1,01
20	0,862	1,060	0,91	1,10	0,97	1,03	0,97	1,03	0,97	1,63
30	0,793	1,261	0,81	1,23	0,93	1,07	0,935	1,07	0,935	1,07
40	0,724	1,381	0,69	1,45	0,893	1,12	0,893	1,12	0,893	1,12
50	0,655	1,527	0,57	1,75	0,840	1,19	0,840	1,19	0,840	1,19
60	0,586	1,706	0,44	2,27	0,798	1,25	0,798	1,25	0,798	1,25
70	0,517	0,898	0,34	2,94	0,741	1,35	0,730	1,37	0,730	1,37
80	0,448	2,232	0,26	3,84	0,683	1,47	0,652	1,53	0,630	1,59
90	0,379	2,639	0,20	5,00	0,626	1,60	0,562	1,75	0,542	1,84
100	0,310	3,226	0,16	6,25	0,568	1,76	0,489	2,04	0,439	2,28
110	—	—	—	—	0,511	1,96	0,430	2,32	0,363	2,75
120	—	—	—	—	0,453	2,20	0,358	2,79	0,305	3,27
130	—	—	—	—	0,396	2,52	0,317	3,15	0,261	3,82
140	—	—	—	—	0,355	2,82	0,289	3,46	0,240	4,16
150	—	—	—	—	0,316	3,16	0,256	3,90	0,214	4,68
160	—	—	—	—	0,289	3,46	0,237	4,22	0,193	5,16
170	—	—	—	—	0,270	3,70	0,216	4,62	0,180	5,55
180	—	—	—	—	0,236	4,28	0,200	5,00	0,154	6,46
190	—	—	—	—	0,218	4,57	0,191	5,24	0,145	6,90
200	—	—	—	—	0,191	5,24	0,173	5,78	0,136	7,35

Для дерева при $\frac{l}{i} = 5$, имеем $\varphi = 0{,}966$ и $k = 1{,}035$.

---

[1]) Основные допускаемые напряжения для транспортных, гидротехнических, промышленных и гражданских сооружений II класса (обычные капитальные сооружения) принимаются следующие:

Сталь 3 . . . . . 1400—1700 *кг/см²*
Сталь 5 . . . . . 1750—2100 „
Сталь специальная . . . 2100—2500 „
Чугун . . . . . 1000—1200 „

Основное напряжение на сжатие выбирается в соответствии с указаниями норм. Коэфициент k есть величина обратная φ, т. е.

$$k = \frac{1}{\varphi}.$$

Этим коэфициентом „Единые нормы“ разрешают пользоваться при вычислении напряжения от совместного продольного и поперечного изгиба по условной формуле

$$R = \frac{M}{W_{\text{брутто}}} + \frac{P}{F_{\text{брутто}}} \cdot k,$$

где M — изгибающий момент, P — сжимающая нагрузка, $W_{\text{брутто}}$ — момент сопротивления сечения брутто, т. е. без вычета заклепочных отверстий, а F — площадь поперечного сечения тоже брутто.

Характеристики приведенных выше металлов следующие

	Сталь 3	Сталь 5 (повышенная)	Сталь (специальная)	Чугун ЧI
Временное сопротивление (*кг/см²*) . . .	3700—4400	5000—6000	4800—6200	раст. 1500 сж. 6000
Наименьший предел текучести (*кг/см²*) .	2200	3000	3600	—
Относительное удлинение (%)	22	18	20	—
Модуль упругости (*кг/см²*)	$2{,}1 \cdot 10^6$	$21 \cdot 10^5$	$21 \cdot 10^6$	10^6 $\frac{\text{раст.}}{\text{сж.}}$

Первая цифра соответствует случаю, когда учитываются только основные нагрузки, а вторая случаю совместного действия основных и случайных нагрузок.

Для сооружений I класса (особо ответственные сооружения) напряжения понижаются на 10%; для III класса (сооружения облегченного типа) повышаются на 10%, а для IV класса (временные сооружения) повышаются на 20%.

Для дерева основное напряжение получается как результат учета весьма многочисленных факторов, поэтому за подробностями отсылаем к тексту „Единых норм“.

Расчеты на устойчивость (продольный изгиб) при пользовании таблицей „Единых норм“ для металлов делаются всегда по сечению брутто. Для дерева при $\frac{l}{r}$ 100 „Единые нормы“ предлагают вести расчет по следующим допускаемым напряжениям на сжатие

$l:r$	$R_{сж}$ *кг/см²*	$l:r$	$R_{сж}$ *кг/см²*
101	24	130	14
110	20	140	12
120	17	150	11

Если ослабление сечения в деревянной стойке меньше 25% всего сечения, то расчет такой стойки ведется по сечению брутто, в противном случае расчет ведется по 1,33 $F_{нетто}$ всего сечения, где $F_{нетто}$ — площадь сечения за вычетом ослабления.

Как таблицы Ясинского и Тетмейера, так и „Единые нормы строительного проектирования“ Комитета по стандартизации предполагают шарнирное закрепление концов стойки или колонны, но ими можно пользоваться и для других случаев, если ввести соответствующий коэфициент длины.

Так, например, при расчете стойки с заделанными концами коэфициент длины равен 0,5. Следовательно, расчетная длина должна быть взята равной половине заданной длины стойки. По этой длине и ведут расчет, применяя таблицы.

Пример. Найти поперечный размер квадратной деревянной колонны длиной 4 *м*, несущей нагрузку 7 *т* при запасе устойчивости $n = 10$. Концы колонны укреплены шарнирно. По формуле Эйлера находим:

$$I = \frac{n \cdot P \cdot l^2}{\pi^2 E} = \frac{10 \cdot 700 \cdot 400^2}{10 \cdot 1 \cdot 10^5} = 11\,200 \text{ см}^4.$$

Для квадрата $I = a^4 : 12$, откуда $a = 19{,}15$ *см*. Примем $a = 20$ *см*. Тогда $i = \sqrt{I : F} = 13\,330 : 400 = 5{,}77$; $l : r = 69{,}4$. Формула Эйлера оказывается неприменимой. По таблицам Ясинского находим для $l : i = 69{,}4$ критическое напряжение $R_{кр} = 158{,}5$ *кг/см²*.

Допускаемая нагрузка

$$P = \frac{P_{кр} \cdot F}{n} = \frac{158{,}5 \cdot 400}{10} = 6{,}325 \text{ т},$$

т. е. меньше требуемой.

Берем $a = 21$ *см*. Тогда $l : i = 65{,}6$. По таблицам находим для этого $l : i$ критическое напряжение: $R = 165{,}7$ *кг/см²*. Допустимая нагрузка

$$P = \frac{165{,}7 \cdot 441}{10} = 7{,}31 \text{ т},$$

следовательно, размер $a = 21$ *см* достаточен. Легко убедиться, что при $a = 20{,}5$ *см* допустимая нагрузка будет меньше заданной, а изменять размеры меньше, чем на 5 *мм* в деревянной колонне нецелесообразно.

Пример. Какую нагрузку можно передать на двутавровую балку № 20, работающую как колонна с шарнирно укрепленными концами, если длина ее равна 3 *м*. (Сооружение временное.)

$$I_{min} = 103{,}4 \text{ см}^4; \quad F = 31{,}91; \quad i = \sqrt{I : F} = 1{,}8; \quad l : i = 167.$$

По „Единым нормам“ основное напряжение для стали 3, принимая во внимание класс сооружения (IV) $R_d = 1400 + 0{,}20 \cdot 1400 = 1680$ *кг/см²*. Коэфициент уменьшения $\varphi = 0{,}276$. Следовательно, искомая нагрузка

$$P = R_d \cdot \varphi \cdot F = 1680 \cdot 0{,}276 \cdot 31{,}91 = 14{,}8 \text{ т}.$$

VII. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

1. При одновременном изгибе и растяжении (сжатии) наибольшие напряжения определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}.$$

2. Когда плоскость изгибающего момента не совпадает ни с одной главной осью инерции, момент раскладывается по осям x и y и напряжение изгиба определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_y} x + \frac{M_y}{I_x} y.$$

3. При наличии нормальных и касательных напряжений максимальные нормальные напряжения определяются согласно третьей теории прочности:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

максимальные касательные напряжения:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

следовательно:

a) при одновременном срезании силой Q и растяжении силой P:

$$\sigma_{max} = \frac{1}{F}\sqrt{P^2 + 4Q^2};$$

b) при кручении и растяжении:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\left(\frac{P}{F}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{кр}}{W_0}\right)^2};$$

c) при изгибе и кручении сплошного круглого вала:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{кр}}{W_0}\right)^2} = \frac{1}{W}\sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2};$$

d) при изгибе и кручении прямоугольного сечения:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{\frac{bh^2}{6}}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{кр}}{\frac{2}{9}bh^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{\frac{bh^2}{6}}\sqrt{M_{изг}^2 + \left(\frac{2}{3}M_{кр}\right)^2}.$$

ОТДЕЛ ДЕВЯТЫЙ

МЕХАНИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ МЕТАЛЛОВ

Прочность материалов обусловливается сцеплением молекул. Мерою прочности считается сила, необходимая для преодоления этого сопротивления.

I. ИСПЫТАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

1. *Испытание на растяжение*

Если на концы цилиндрического стержня с диаметром d и длиной l действуют силы P (фиг. 1), то длина стержня увеличивается, а диаметр уменьшается. Первоначальная длина l_0 изменяется в длину l. Разность $l - l_0$ дает удлинение Δl. Удлинение, отнесенное к единице длины стержня, т. е.

$$\frac{l - l_0}{l} = \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$$

называется относительным удлинением.

Величина напряжения определяется уравнением

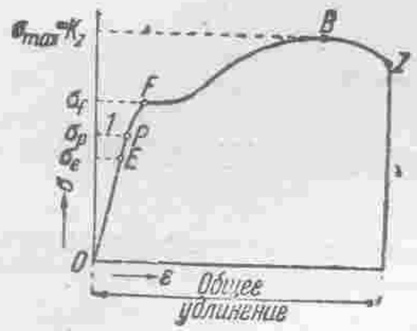
$$\sigma = \frac{P}{f},$$

Фиг. 1.

где P — действующая внешняя сила; f — площадь поперечного сечения.

Сила, производящая разрыв образца, называется разрывающей нагрузкой, а вызываемое ею напряжение материала — временным сопротивлением на растяжение и обозначается буквой σ_b.

Диаграмма растяжения. При растяжении цилиндрического стержня из мягкой стали возрастающей растягивающей силой R для зависимости между напряжением растяжения σ и относительным удлинением ε получается кривая, изображенная на фиг. 2. От точки O до точки P диаграмма дает прямую линию, указывающую на возрастание относительного удлинения ε пропорционально силе R до некоторого напряжения, соответствующего точке P, называемого пределом пропорциональности. Начиная с этой точки, кривая отходит от прямой плавным искривлением и в точке F переходит в линию, параллельную оси абсцисс. Точка F отмечает переход материала в новое состояние, в котором удлинение значительно растет почти без приращения силы R. Соответствующее этому состоянию напряжение называется пределом текучести, а время, в продолжение которого происходит течение материала, — периодом текучести.



Фиг. 2.

Выше предела текучести металл вновь начинает оказывать сопротивление удлинениям. Но деформация возрастает уже не пропорционально возрастанию силы R, а быстрее. Этот период заканчивается в точке B, где получается максимальное напряжение, называемое временным сопротивлением.

Максимальная нагрузка получается умножением временного сопротивления на площадь поперечного сечения образца.

Напряжения растяжения при пределах упругости, пропорциональности и текучести обозначаются буквами σ_e, σ_p и σ_f, а максимальное напряжение — σ_{max}, или σ_b.

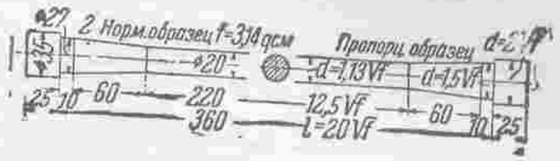
От точки F до точки B растягиваемый стержень удлиняется более или менее равномерно по всей длине. Но вблизи точки B деформация концентрируется в каком-либо одном месте стержня, которое начинает быстро удлиняться, уменьшая площадь своего поперечного сечения. При этом нагрузка падает с B до Z, и здесь происходит разрыв бруска.

При испытании на растяжение определяются удлинение, уменьшение поперечного сечения образца, временное сопротивление, пределы текучести и пропорциональности.

Площадь, ограниченная линией изменения нагрузки и осью абсцисс, дает величину работы, затраченной на разрушение образца.

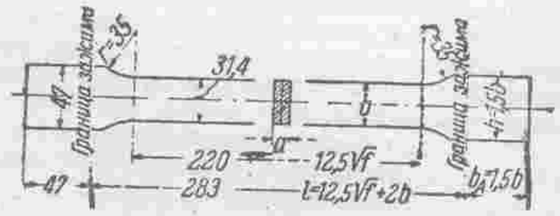
Форма образца весьма существенно влияет на результаты испытания. Отсюда — стремление пользоваться однотипными образцами. На фиг. 3 и 4 показан вид нормального (слева) и пропорционального (справа) образцов.

Нормальный круглый образец имеет диаметр 20 *мм* и площадь поперечного сечения 3,14 *см*². Такую же площадь имеет и нормальный плоский образец, причем отношение сторон $a : b$ сечения образца может колебаться от 1 : 1 до 1 : 6. Расчетная длина l нормального образца принимается $l = 10d = 200$ *мм*.



Фиг. 3.

Размеры пропорционального образца (фиг. 3 и 4, справа) вычисляются в зависимости от расчетной площади поперечного сечения.

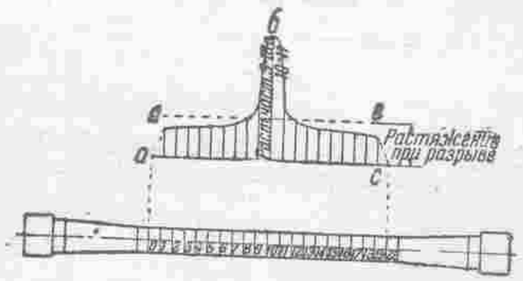


Фиг. 4.

Удлинение бруска после разрыва определяется измерением расстояния между крайними кернами. Но при таком подсчете возможны ошибки оттого, что удлинение неравномерно по всей длине: та часть образца, где образовалась шейка при разрыве, будет вытянута больше, и, начиная с этого места, удлинения отдельных частиц будет падать по направлению к головкам.

На фиг. 5 изображен нормальный круглый образец, на котором штрихи нанесены через каждые 10 *мм*.

На этой же фигуре выше изображена кривая, характеризующая удлинение отдельных разграфленных частей, причем предположено, что разрыв произошел по сечению *10*, т. е. в середине.



Фиг. 5.

Среднее удлинение можно рассматривать как высоту площади *adec*, равновеликой площади *abc*.

Это среднее удлинение зависит от места расположения максимума удлинения, т. е. от места разрыва, при смещении которого вправо или влево среднее удлинение уменьшается. Поэтому предложен способ учитывать влияние места разрыва на значение удлинения материала, сделав допустимое практически предположение, что деформация происходит симметрично к месту разрыва.

Предположим, что разрыв произошел в средней трети образца, показанного на фиг. 6.

Здесь деформация частей 0 — 7′ и 0 — 6′ симметрична, а часть 7′ — 13′ удлинена менее, чем это было бы при разрыве в середине образца, так как удлинение 10′ — 12′ меньше удлинения частей 7′ — 10′. Поэтому удлинение высчитывается так: измеряют длины 0—10′, 0 — 7′ и 7′ — 10′, находят их сумму l', и разность $l' - l$ (где l — первоначальная расчетная длина) дает искомое удлинение.

Фиг. 6.

Сжатие поперечного сечения. Степень сжатия поперечного сечения характеризует пластичность испытуемого материала и выражается в процентах относительно первоначальной площади.

Обозначив через f первоначальную площадь, через f' — площадь, получившуюся в месте разрыва, величину сжатия поперечного сечения можно выразить формулой:

$$\psi = \frac{f - f'}{f} \cdot 100,$$

причем для круглых стержней ψ можно выразить в зависимости от диаметра:

$$\psi = \frac{\frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} \cdot 100 = \left[1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2\right] \cdot 100.$$

Сопротивление разрыву получается путем деления наивысшей достигнутой нагрузки на первоначальную площадь, т. е.

$$\sigma = \frac{B}{f} \text{ кг/мм}^2 \text{ или кг/см}^2.$$

Предел текучести F обычно определяется из диаграммы, так как весьма многие металлы при растяжении дают более или менее четкий перегиб кривой при достижении предела текучести.

Важнейшей величиной, характеризующей испытуемый материал, является предел упругости E. Но для определения упругих свойств необходимы весьма точные приборы, которые могли бы измерять тысячные доли миллиметра.

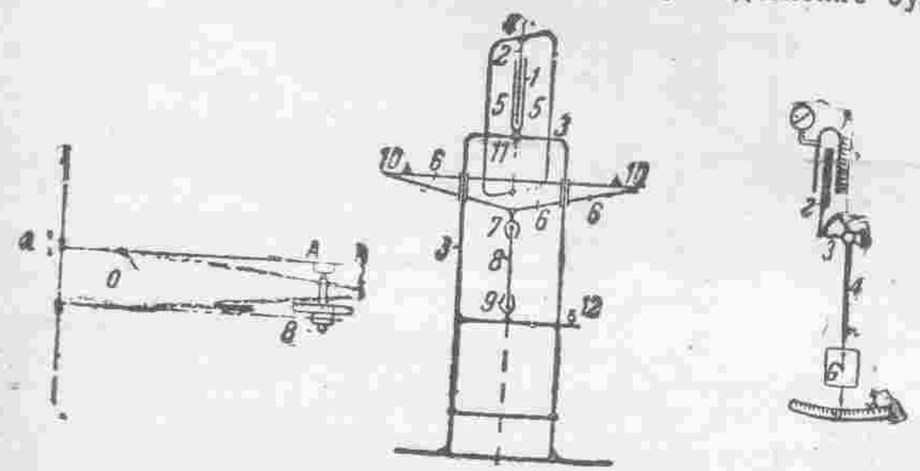
Из таких приборов наибольшее распространение получили прибор Мартенса и экстенсометр Кембриджа.

Первый из этих приборов хотя и работает с большой точностью, но зато несколько громоздок. Более компактным

является прибор Кембриджа с микрометренным винтом, схема которого показана на фиг. 7.

Машины для испытания на растяжение. Из многочисленных и разнообразных конструкций этих машин чаще употребляются машины с рычажным и гидравлическим возбуждением нагрузки. Более плавное изменение нагрузки дают гидравлические машины. На фиг. 8 изображена схема такой испытательной машины.

Как видно из этой схемы, испытуемый образец *8* захватывается зажимами *9* и *7*, из которых зажим *7* подвижный. Накачивая масло в цилиндр *1*, приподнимают поршень *2*, соединенный тягами *5* с перекладиной *6*, куда прикреплен зажим *7*. Верхней опорой служит опора *11*. Давление поршня передается на фундамент посредством стоек *3*. Измерителем нагрузки служит маятниковый прибор (фиг. 9). Цилиндр машины соединен с цилиндром *1* прибора. В обоих цилиндрах давление будет



Фиг. 7. Фиг. 8. Фиг. 9.

одинаковое. Давлением масла поршень *2* действует на рычаг *3*, отклоняет маятник *4*, вес которого G. Угол отклонения маятника *4* соответствует нагрузке образца.

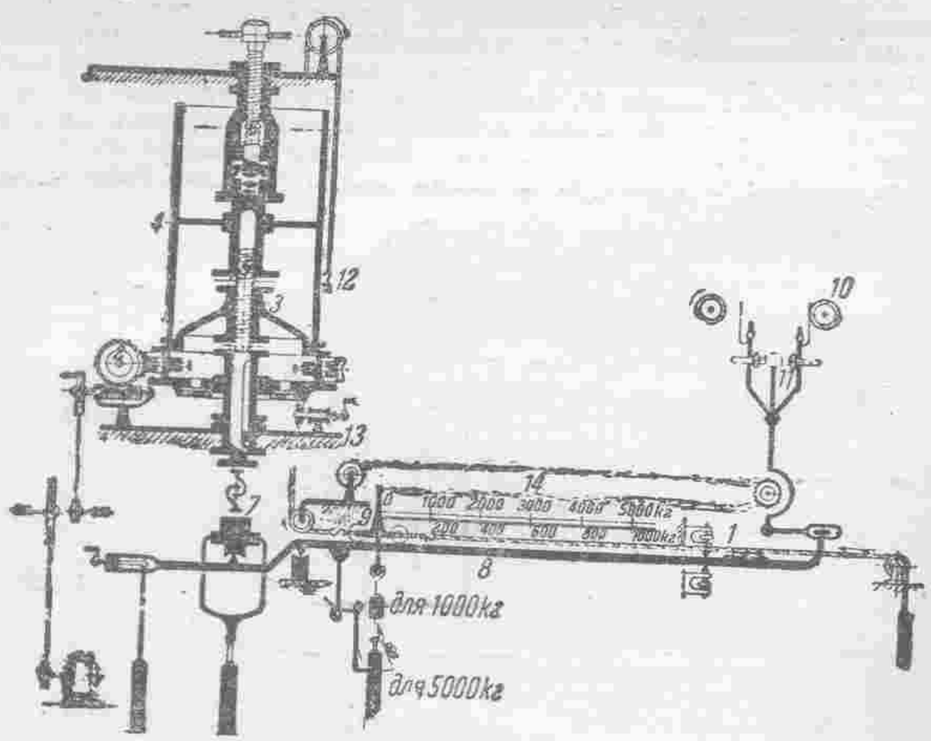
2. Испытание на сжатие

В теле возникают напряжения сжатия, если действующие на него внешние силы стремятся укоротить его длину.

Форма образца оказывает здесь большее влияние на результаты испытаний, чем при растяжении. Особенно важное значение имеют при этом: параллельность соприкасающихся с зажимом плоскостей, правильное направление действия усилия

и длина образца. Нормальной формой образца считается куб или цилиндр.

Машины для испытания на сжатие. Машины для испытания на сжатие иногда могут заменяться машинами, предназначенными для испытания на растяжение, если у них имеются соответствующие приспособления (например пресс системы Амслера). Но в настоящее время сконструирован целый ряд машин, предназначаемых исключительно для испытания на сжатие.



Фиг. 10.

Для малых образцов употребляется пресс Гагарина (фиг. 10). Эта машина предназначается, главным образом, для испытания на сжатие, но специальное приспособление позволяет пользоваться ею как разрывной машиной. Круглые образцы на разрыв для пресса Гагарина обычно имеют диаметр 6 *мм*, расстояние между головками 30 *мм*, диаметр головки 12 *мм* и высоту головки 6 *мм*.

Ввиду особой важности правильной передачи нагрузки для обеспечения параллельности сжимающих плоскостей одна из них должна быть снабжена шаровой опорой. Платформа с шаровой опорой должна быть расположена на неподвижной части машины.

3. Испытание на изгиб

Призматическое тело нагружается при испытании на изгиб внешней силой, перпендикулярной к его оси.

Чаще всего укладывают пробный брусок на двух опорах, по середине между которыми нагружают брусок силой.

Зависимость изменения прогиба f от нагрузки p в данном случае может быть изображена графически, как при испытаниях на растяжение. Получается аналогичная кривая, где различаются нагрузки, соответствующие пределу пропорциональности P, пределу текучести при изгибе F, и разрушающей нагрузке B.

4. Испытание на кручение

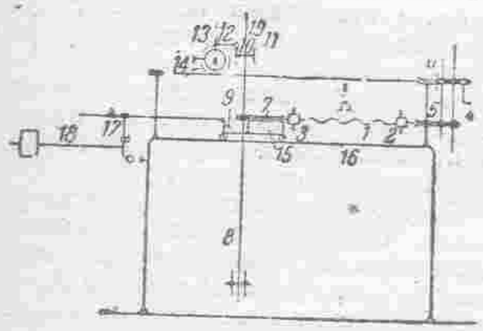
Это испытание применяется для металлов довольно редко, главным образом, для цилиндрических образцов.

Успешность этого испытания зависит от способа закрепления пробного образца и конструкции зажимов.

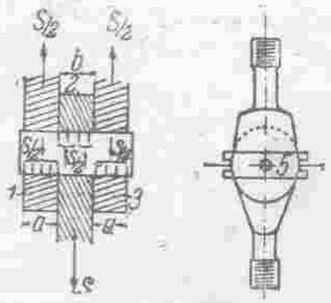
На фиг. 11 изображена схема специальной машины Амслера для испытания на кручение с максимальным крутящим моментом.

В этой машине пробный брусок *1* закреплен в зажимах *2* и *3* и закручивается рукояткой *4*. Число оборотов регистрируется счетчиками *5* и *6*. Захват *3* укреплен на оси *7* маятника *8*, отклоняющегося на углы, величина которых отсчитывается на шкалах *9* и *11*.

При испытании на кручение, кроме момента, при котором наступает разрушение, определяется еще и угол закручивания при постепенном увеличении крутящего момента.



Фиг. 11.



Фиг. 12.

5. Испытание на сдвиг (срез)

Это испытание производится довольно редко. Схема испытания изображена на фиг. 12. Образец *4* вкладывается в закаленные стальные кольца *1*, *2*, *3* (направление действия сил показано стрелками).

При испытании на сдвиг трудно избежать изгибающих напряжений как бы ни были устроены зажимы.

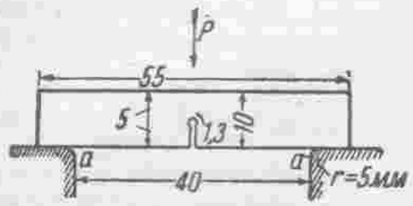
II. ИСПЫТАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИЛИ УДАРНОЙ НАГРУЗКОЙ

Практика показала недостаточность испытания статической нагрузкой материалов, весьма быстро подвергающихся возрастающим напряжениям и даже ударам, так как отношение материала к спокойным и мгновенным нагрузкам различно.

Отсюда — необходимость испытания прочности на удар, которое теперь начинает применяться все чаще и чаще, тем более что в работе машин сравнительно редко имеют дело с нагрузкой исключительно статического характера.

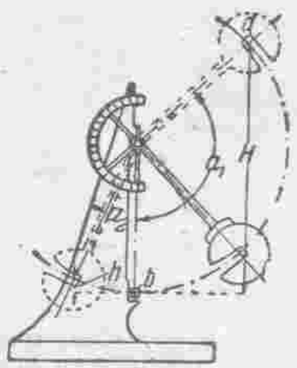
1. *Испытание на изгиб.*

Из всех видов испытания динамической нагрузкой больше всего распространено испытание на изгиб. Ударная нагрузка производится посредством копра.



Фиг. 13.

Копры для этого вида испытаний изготовляются различных мощностей (на 250, 75, 25 и 10 *кгм*). Образцы почти всегда снабжаются надрезом и выполняются согласно стандартам. Форма надреза оказывает большое влияние на результаты испытания; результаты испытаний образцов с различными по форме надрезами не могут сравниваться между собой. Обыкновенно пользуются надрезом, форма которого изображена на фиг. 13.



Фиг. 14.

Образец устанавливается на копре, образуя балку на двух опорах, причем удар приходится по середине образца (в направлении стрелки P).

Работу A *кгм*, затраченную на разрушение образца, делят на площадь сечения образца F *см*² и получают таким путем значение работы a_1 *кгм/см*², приходящейся на 1 *см*² сечения бруса, т. е.

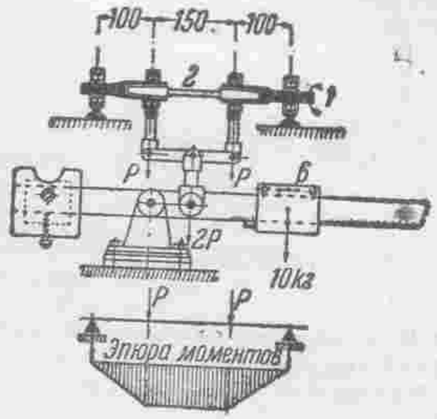
$$a_1 \ кгм/см^2 = \frac{A}{F} \ кгм/см^2.$$

Из многочисленных видов копров наиболее совершенными являются маятниковые копры типа Шарпи, отличающиеся простой конструкцией. На фиг. 14 изображена схема работы такого копра.

2. *Испытание на усталость (длительной, переменной нагрузкой)*

Если деталь многократно нагружается переменной или знакопеременной нагрузкой, то при некоторых условиях наступает разрушение материала детали от усталости.

При испытании материалов на усталость пользуются теми же видами нагрузок, как и при статическом испытании. Наиболее распространено испытание изгибающей и растягивающей нагрузками с переменой их направления.



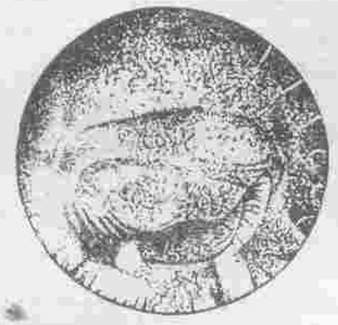
Фиг. 15.

На фиг. 15 изображена схема машины Шенка для испытания на усталость при изгибе вращающегося около своей оси образца, который при помощи двух головок опирается на два шариковые подшипника. Образец нагружается с помощью рычажных весов через систему тяг и два шариковых подшипника нагрузкой $2P$. Образец работает как балка, положенная на две опоры и нагруженная двумя симметрично расположенными равными грузами P и P. Испытуемая длина образца во всех точках подвергается изгибу постоянным моментом. В данном на фигуре положении верхние волокна образца подвергаются сжатию, а нижние — растяжению; после поворота образца на 180° сжатые волокна попадут вниз и испытают растяжение, а растянутые, наоборот, попадут вверх и будут сжиматься. Таким образом при вращении от электромотора образец подвергается переменному действию напряжения. Изменяя грузы и замечая по счетчику число оборотов, которое требуется для разрушения образца, мы можем установить безопасное напряжение (предел усталости).

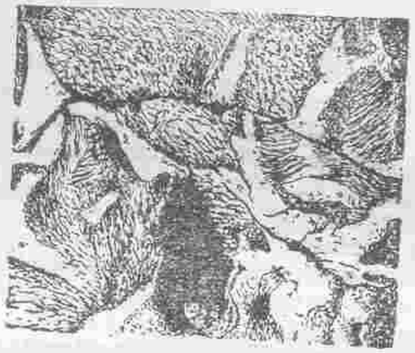
При испытаниях переменной ударной нагрузкой число выдерживаемых образцом ударов в значительной степени зависит от формы запила, которым он всегда снабжается. Поэтому рекомендуется применение нормальных образцов, которые могут иметь круглые и остроугольные запилы (заточки).

Излом, вызванный усталостью материала, не сопровождается такими же деформациями, как обычный излом, например от разрывающей или изгибающей силы. Картина излома от усталости весьма напоминает излом хрупкого материала, причем вид излома зависит от характера действия усилий.

На фиг. 16 и 17 приведены фотографии излома стали от усталости, показывающие, что излом состоит из двух характерных частей: 1) крупнокристаллического в середине, получающегося



Фиг. 16.



Фиг. 17.

в момент окончательного разрушения образца, и 2) мелкозернистого, получающегося благодаря трению при раскрывании и закрывании трещин при многочисленных изменениях напряжений.

3. *Испытание твердости материалов*

Единый метод испытания твердости еще не установлен, так как пока нет еще однообразия в определении самого понятия „твердость" (поскольку ходячее определение этого понятия в данном случае неприменимо).

Но в общем основой данного понятия служит следующее определение: твердость есть то сопротивление, которое оказывает одно тело проникновению в него другого.

III. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТВЕРДОСТИ

1. *Испытания вдавливанием*

В этих испытаниях штемпель специальной формы вдавливается безударным давлением в поверхность испытуемого тела. При этом определяется глубина отпечатка при постоянном давлении или же давление, потребное для получения отпечатка определенной глубины.

2. *Испытание шариком Бринеля*

Стальной шарик D (фиг. 18) диаметром в 10 *мм* вдавливается под определенным статическим давлением груза P в поверхность испытуемого материала, причем наибольший диаметр оставляемого отпечатка измеряется с точностью до сотых долей миллиметра.

Частное от деления приложенной нагрузки P *кг* на поверхность f сферического отпечатка (в квадратных миллиметрах) называется „числом твердости" по Бринелю и обозначается буквой H_B. Поверхность отпечатка вычисляется по формуле:

$$fk = \pi D h, \text{ где } h = \frac{D}{2} - \sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{d^2}{4}}.$$

Тогда $$H_B = \frac{2P}{\pi D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)}.$$

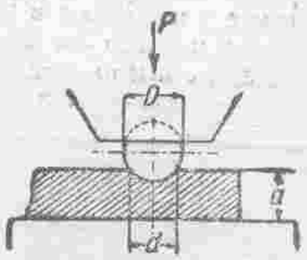
Во избежание утомительных вычислений применяются особые таблицы.

При определении твердости по Бринелю необходимо руководствоваться следующими правилами:

a) испытание должно производиться на гладкой плоской поверхности;

b) расстояние центра отпечатка от края образца или от другого отпечатка надо выбирать так, чтобы не было никаких явлений, влияющих на результат (выпучивание края и т. п.);

c) нагрузка должна постепенно и без толчков повышаться в течение 15 сек. и держаться на конечной величине 30 сек.; для стали, где $H_B \geqslant 140$ *кг/мм²*, достаточно 10 сек.



Фиг. 18.

Диаметр отпечатка d должен измеряться до сотых долей миллиметра. Для некруглых отпечатков для каждого берется средний диаметр. Для характеристики материала необходима средняя величина по крайней мере из двух отпечатков.

В зависимости от толщины и природы испытуемого образца следует применять следующие диаметры шариков и величины нагрузки:

Толщина образца в *мм*	Диаметр шарика D в *мм*	Нагрузка		
		30 D^2 для чугуна и стали	10 D^2 для твердой меди, латуни, бронзы и т. п.	2,5 D^2 для более мягких материалов
Более 6 .	10	3 000	1 000	250
От 6 до 3	5	750	250	62,5
Менее 3 .	2,5	187,5	62,5	15,6

Материалом шариков здесь служит закаленная сталь твердости не менее 630 *кг/мм²*.

Крупное достоинство испытания по способу Бринеля заключается в существовании зависимости между числами твердости и временным сопротивлением разрыву σ_b. При приемных испытаниях это позволяет значительно сокращать число дорогостоящих испытаний на растяжение.

Для стали в среднем можно считать:

$$\sigma_b \approx 0{,}344\, H_B \text{ кг/мм}^2 \text{ при } H_B > 125;$$

$$\sigma_b \approx 0{,}362\, H_B \quad \text{„} \quad \text{„} \quad H_B > 175.$$

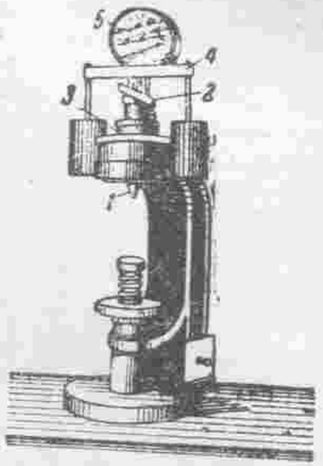
Примерная зависимость между твердостью по Бринелю и временным сопротивлением растяжению для простой незакаленной углеродистой стали.

Твердость по Бринелю	Временное сопротивление растяжению в кг/мм²	Твердость по Бринелю	Временное сопротивление растяжению в кг/мм²	Твердость по Бринелю	Временное сопротивление растяжению в кг/мм²
280	100	210	75	140	50
270	97	200	72	130	47
260	94	190	68	120	43
250	90	180	65	110	40
240	86	170	61	100	36
230	83	160	58	90	32
220	79	150	54	80	29

Таблица твердости материалов, определенной способом Бринеля

Свинец (литой)	4— 8	Никелевая сталь, отожженная	130—160
Баббит	15— 20	Быстрорежущая сталь	150—260
Цинк (листовой)	25— 40	Инструментальная сталь, отожженная	200—215
Медь (листовая)	30— 60	Хромоникелевая сталь	175—300
Железо	70— 80	Белый чугун	230—410
Фосфористая бронза (литье в землю)	80— 95	Закаленная сталь, никелевая	300—600
Мягкая сталь	80—100	Закаленная сталь, инструментальная	450—700
Дюралюминий (листовой)	90—120	Хромоникелевая сталь, закаленная	600—700
Латунь (мунц)	90—120		
Фосфористая бронза (литье в кокиль)	100—150		
Серый чугун, отлитый в песок	115—200		

Для испытания твердости методом вдавливания имеются специальные машины самых разнообразных конструкций. Из них наиболее распространенным является гидравлический пресс системы шведской фирмы Альфа. Это весьма компактный и удобный в работе прибор (фиг. 19).



Фиг. 19.

Кроме специальных прессов для определения твердости методом вдавливания пользуются также особыми небольшими легкопереносными приборами. Эти приборы позволяют измерять твердость крупных отливок и поковок, которые неудобно подводить к прессу.

На фиг. 20 изображен один из таких приборов: ударный испытатель твердости Польди. Этот прибор состоит из головки b, ввинчиваемой в оправу a; концы c головки — пружинящие; они удерживают стальной шарик f. Внутрь оправы вставлены боек g с заплечиком h и спиральная пружина i. В окно d головки b вставлен эталонный стержень e прямоугольного сечения.

Если, держа прибор в руке, подвести шарик к поверхности испытуемого тела, а другой рукой ударить по бойку, то на испытуемой поверхности и на эталонном стержне e останется по отпечатку.

Если, обозначить силу удара через P, то для эталона

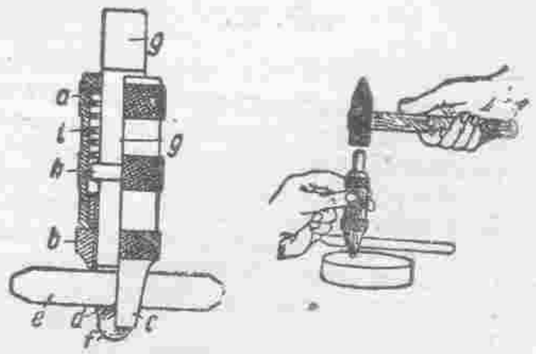
$$H_e = \frac{P}{F_e} \text{ и } P = H_e F_e,$$

а для испытуемого тела

$$H_i = \frac{P}{F_i} \text{ и } P = H_i F_i,$$

отсюда получается:

$$H_e F_e = H_i F_i \text{ или } H_i = H_e \frac{F_e}{F_i},$$

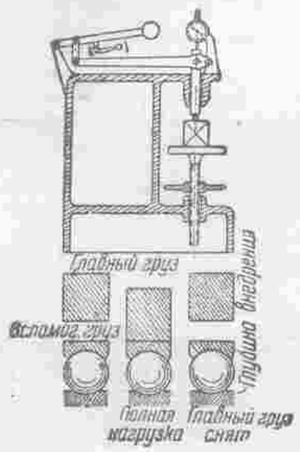


Фиг. 20.

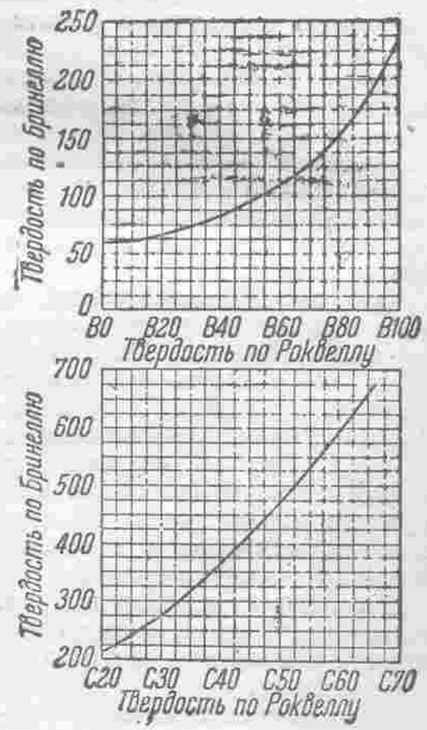
где H_i — твердость испытуемого образца; H_l — твердость эта-

лона (известная); F_l — площадь лунки на поверхности испытуемого образца; F_e — площадь лунки на поверхности эталона.

Кроме метода Бринеля в настоящее время применяется метод Роквела, состоящий в том, что измеряется разность при двух нагрузках глубин вдавливания шарика или конуса при помощи специального измерителя, стрелка которого сразу указывает твердость материала (фиг. 21). Для мягких металлов применяются



Фиг. 21.



Фиг. 22.

шарики с диаметром в 1,59 *мм* ($^1/_{16}''$) (шкала *B*) и нагрузкой в 100 *кг*; для твердых металлов применяется алмазный конус (шкала *C*) с телесным углом 120° и нагрузкой в 150 *кг*.

Нагрузка увеличивается постепенно автоматически в течение 3—6 сек. Ввиду малых размеров отпечатков этот метод совершенно не портит внешнего вида изделий, а потому он имеет большое распространение. Рекомендуется применять алмаз лишь для твердости 200 и выше, а ниже применяется стальной шарик.

Соотношение между твердостью по Бринелю и твердостью по Роквелу видно из графиков (фиг. 22), или его можно определить по следующей эмпирической формуле: если H_B — твердость по Бринелю, P_B — твердость по шкале *B* Роквела,

а P_C — твердость по шкале *C*, то

$$H_B = \frac{7\,300}{130 - P_B} \text{ для значений } P_B \text{ от 35 до 100,}$$

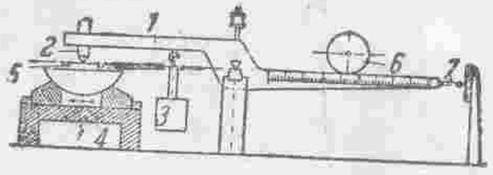
$$H_B = \frac{1\,420\,000}{100 - P_C} \text{ для значений } P_C \text{ от 20 до 40,}$$

$$H_B = \frac{25\,000}{100 - P_C} \text{ для значений } P_C \text{ больших 40.}$$

3. Испытание на твердость методом царапания

Это старейший из применяемых методов испытания на твердость. Он заключается в определении положения испытуемого тела по твердости в выбранном стандартном ряду.

Более точное определение твердости по методу царапания получается при помощи прибора Мартенса, схема которого дана на фиг. 23. Этот прибор состоит из коромысла *1* с подвешенным грузом *3* и передвижным грузом *6*, позволяющим изменять силу давления алмазного острия *2* на поверхности образца *5*.



Фиг. 23.

Для измерения ширины царапины служат специальные микроскопы и приборы. По ширине царапины и судят о твердости.

4. Особые методы определения твердости

Испытание отскакиванием шарика (склероскоп Шора). Идея метода — определение меры твердости высотой отскакивания стального бойка (с вделанным в конце алмазом), падающего на образец с определенной высоты.

Хотя получаемые этим способом числа являются определителями не только твердости, но и упругости образца, склероскоп может применяться с успехом тогда, когда требуется определить степень равномерности твердости материалов или же установить влияние на них обработки (отжиг, закалка).

Поэтому склероскопом широко пользуются для определения однородности материала, контроля термической обработки и т. д. Особенную ценность он имеет при контроле закалки стали.

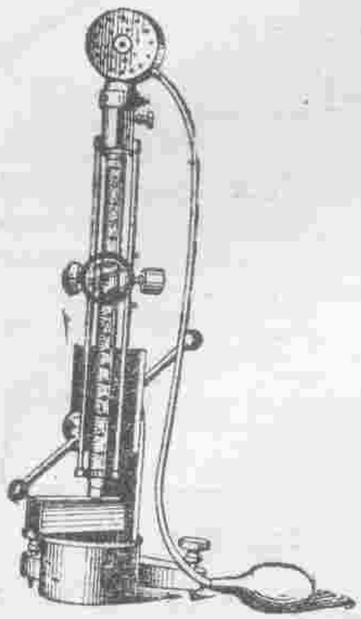
На фиг. 24 и 25 изображен склероскоп Шора.

Наивысшая точка отскакивания шарика (бойка) может быть отсчитана по особой шкале, помещенной за стеклянной трубкой. Эта высота и является **числом твердости по Шору**.

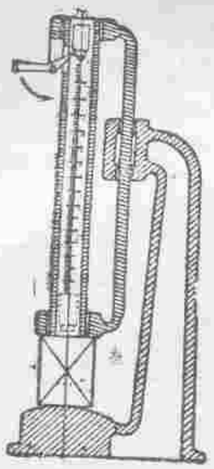
При испытании больших предметов (например, вальцы) стеклянная трубка с ее оправой может выниматься из штатива и ставиться вертикально на то место, которое подлежит испытанию.

5. Маятниковый прибор Э. Герберта

Этот прибор состоит из дугообразного маятника, опорой которого служит рубиновый или стальной шарик диаметром в 1 *мм*. Вес всего прибора 2 или 4 *кг*. Испытуемый предмет закрепляется в специальных тисках, что позволяет установить испытуемую поверхность горизонтально с достаточной точностью.



Фиг. 24.



Фиг. 25.

Прибор устанавливается опорным шариком на эту поверхность и выводится из положения равновесия на определенное число делений. Затем замечают или время для десяти односторонних качаний (метод по времени) или деление, до которого дойдет пузырек уровня прибора в конце первого одностороннего качания (метод по шкале).

Числа твердости Бринеля
(диаметр шарика $D = 10$ *мм*)

Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке			Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке		
		в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*			в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*
1,55	1,8975	1 582	528	261	1,80	2,5761	164	388	194
1,60	2,0232	1 487	495	248	1,85	2,7112	1 108	368	185
1,65	2,1866	1 373	458	229	1,90	2,8620	1 048	350	175
1,70	2,2871	1 310	437	218	1,95	3,0159	995	332	166
1,75	2,4378	1 236	411	206	2,00	3,1762	946	316	157,7

Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке			Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке		
		в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*			в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*
2,05	3,3427	898	298	149,8	3,55	10,2353	293	98	49
2,10	3,5290	857	286	143	3,60	10,5338	286	95	48
2,15	3,6757	817	273	136	3,65	10,8416	277	92	46
2,20	3,8485	782	261	130	3,70	11,1495	269	90	45
2,25	4,0275	744	248	124	3,75	11,4495	262	88	44
2,30	4,2097	713	238	119	3,80	11,7496	255	85	43
2,35	4,3982	683	227	114	3,85	12,0951	248	83	41
2,40	4,5930	652	218	109	3,90	12,4407	241	81	40
2,45	4,7885	627	209	105	3,95	12,7785	235	78	39
2,50	4,9889	600	200	100	4,00	13,1162	228	76	38
2,55	5,1931	578	193	96	4,05	13,4712	223	75	37
2,60	5,4036	555	185	93	4,10	13,8262	217	73	36
2,65	5,6188	532	178	89	4,15	14,1749	212	71	35
2,70	5,8340	512	171	86	4,20	14,5236	207	69	34,5
2,75	6,0586	495	166	83	4,25	14,8943	202	67	33,6
2,80	6,2832	477	159	80	4,30	15,2650	196	65	32,6
2,85	6,5172	460	153	77	4,35	15,6451	192	64	32
2,90	6,7513	444	148	74	4,40	16,0253	187	63	31,2
2,95	6,9696	430	144	73	4,45	16,4148	183	61	30,4
3,00	7,1880	413	140	70	4,50	16,8044	179	60	29,7
3,05	7,4629	402	134	67	4,55	17,2065	174	58	29,1
3,10	7,7378	387	129	65	4,60	17,6087	170	57	28,4
3,15	8,0001	375	125	63	4,65	18,0186	166	56	27,8
3,20	8,2624	364	121	61	4,70	18,4286	163	54	27,2
3,25	8,5310	351	117	59	4,75	18,8527	160	53	26,5
3,30	8,7996	340	114	57	4,80	18,2768	156	52	25,9
3,35	9,0792	332	111	55	4,85	19,7135	153	51	25,4
3,40	9,3588	321	107	54	4,90	20,1502	149	50	24,9
3,45	9,6478	311	104	52	4,95	20,5978	146	49	24,4
3,50	9,9369	302	101	50	5,00	21,0455	143	48	23,8

Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке			Диаметр отпечатка в *мм*	Поверхность отпечатка в *мм*²	Число твердости в *кг* на 1 *мм*² при нагрузке		
		в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*			в 3 000 *кг*	в 1 000 *кг*	в 500 *кг*
5,05	21,5041	140	46,5	23,3	6,55	38,3872	79	26	13,1
5,10	21,9629	137	45,5	22,8	6,60	39,0720	77	25,5	12,8
5,15	22,4357	134	44,5	22,3	6,65	39,3632	76	25,2	12,6
5,20	22,9085	131	44	21,8	6,70	40,4700	74	24,7	12,4
5,25	23,3939	128	43	21,5	6,75	41,1832	73	24,4	12,2
5,30	23,8793	126	42	21	6,80	41,9058	71,5	23,8	11,9
5,35	24,3694	124	41	20,6	6,85	42,6409	70	23,5	11,7
5,40	24,8720	121	40	20,1	6,90	43,3855	69	23	11,5
5,45	25,3778	118	39,5	19,7	6,95	44,1394	68	22,6	11,3
5,50	25,8931	116	39	19,3	7,00	44,9028	67	22	11,1
5,55	26,4114	114	38	19	7,05	45,6877	65,5	21,8	10,9
5,60	26,9392	112	37	18,6	7,10	46,4642	64,5	21,5	10,75
5,65	27,4733	109	36,5	18,2	7,15	47,2622	63,5	21,2	10,6
5,70	28,0168	107	35,7	17,8	7,20	48,0696	62,5	20,8	10,4
5,75	28,5634	105	35	17,5	7,25	48,8895	61,5	20,4	10,22
5,80	29,1163	103	34,4	18,2	7,30	49,7221	60,3	20,1	10,02
5,85	29,6818	101	33,8	16,9	7,35	50,5703	59,4	19,8	9,9
5,90	30,2536	99	33	16,6	7,40	51,4279	58,6	19,5	9,76
5,95	30,8616	97	32,5	16,2	7,45	52,2982	57,5	19,2	9,6
6,00	31,4160	95	31	15,9	7,50	53,1810	56,5	18,9	9,45
6,05	32,0066	94	31	15,6	7,55	54,0795	55,6	18,5	9,28
6,10	32,6098	92	30,6	15,3	7,60	54,9905	54,8	18,2	9,13
6,15	33,2136	90	30	15,1	7,65	55,9173	53,9	17,9	8,98
6,20	33,8350	89	29,6	14,8	7,70	56,8567	53	17,6	8,83
6,25	34,4602	87	29	14,5	7,75	57,7332	52,1	17,3	8,7
6,30	35,0634	86	28,5	14,3	7,80	58,7824	51,2	17,1	8,45
6,35	35,7325	84	28	14,0	7,85	59,8192	50,3	16,8	8,38
6,40	36,3823	82	27,5	13,8	7,90	60,7742	49,5	16,5	8,25
6,45	37,0426	81	27	13,5	7,95	61,7931	48,7	16,2	8,12
6,50	37,7086	80	26,5	13,3	8,00	62,8320	48	16	8

Соотношение между твердостями по Бринелю, Роквелу *С* и *В* и Шору

(По данным Американского общества обработки стали)

Бринель	Роквел		Шор	Бринель	Роквел		Шор
	C	*B*			*C*	*B*	
780	64	—	98	212	—	97	31
745	63	—	98	207	—	95	30
712	61	—	97	201	—	94	29
682	60	—	96	197	—	93	29
653	59	—	95	192	—	92	28
627	57	—	93	187	—	91	28
601	56	—	92	183	—	90	27
578	55	—	90	179	—	90	26
555	53	—	88	174	—	89	26
534	52	—	86	170	—	88	25
514	51	—	84	167	—	87	25
495	50	—	81	163	—	86	24
477	49	—	79	159	—	85	24
461	48	—	76	156	—	84	23
444	47	—	74	152	—	83	23
429	45	—	72	149	—	82	22
415	43	—	69	146	—	81	22
401	42	—	67	143	—	80	21
388	41	—	64	140	—	79	21
375	40	—	62	137	—	78	20
363	39	—	60	134	—	77	20
352	38	—	58	131	—	76	19
341	36	—	56	128	—	75	19
331	35	—	54	126	—	74	19
321	33	—	52	123	—	73	19
311	32	—	50	121	—	72	19
302	31	—	48	118	—	71	19
293	30	—	47	116	—	70	19
285	29	—	45	114	—	68	18
277	28	—	43	111	—	67	18
269	27	—	41	109	—	66	18
262	25	—	40	107	—	65	18
255	24	—	38	105	—	64	18
248	23	—	37	103	—	63	18
241	22	102	36	101	—	62	17
235	21	101	35	99,2	—	61	—
229	19	100	34	97,3	—	60	—
223	—	99	33	95,5	—	59	—
217	—	98	32	93,7	—	58	—

Продолжение

Бринель	Роквел C	Роквел B	Шор	Бринель	Роквел C	Роквел B	Шор
92,0	—	57	—	78,2	—	42	—
90,5	—	55	—	76,8	—	41	—
88,7	—	54	—	75,4	—	40	—
87,1	—	52	—	74,1	—	39	—
85,5	—	50	—	72,8	—	37	—
84,0	—	49	—	71,6	—	35	—
82,5	—	47	—	70,4	—	33	—
81,0	—	45	—	69,2	—	31	—
79,6	—	43	—	68,0	—	29	—

IV. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЫ

Это простейший вид испытания материалов, не требующий сложных приспособлений и применяющийся только к металлам.

Технологические пробы подразделяются на 3 группы: 1. Кузнечные пробы. 2. Испытание загибом. 3. Особые пробы.

1. Группа первая. Кузнечные пробы

Сюда относятся пробы на расплющивание, осаживание, раздачу, продавливание, свариваемость, развертывание, выдавливание и на загиб флянца. Эти пробы производятся в горячем виде и в холодном виде.

Из кузнечных проб в настоящее время наибольшее распространение имеет проба на раздачу. Она заключается в том, что плоский брусок раздается ударами молота вширь и вдоль. При этом предписывается, во сколько раз ширина b_1 или длина l_1 должна превзойти первоначальную b или l и во сколько раз толщина a_1 должна быть меньше прежней толщины a. Испытание продолжается до тех пор, пока не появятся трещины на ребрах образца, который по возможности повсюду должен иметь одинаковую толщину.

Для суждения о качестве материала рекомендуется пользоваться при раздаче вширь (m) или при вытягивании вдоль (D) следующими величинами:

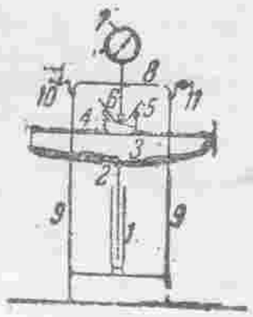
$$m = \frac{b_1}{b}\,100 \quad \text{или} \quad D = \frac{l_1}{l}\,100.$$

Для заклепочного материала применяется проба на осаживание. Эта проба обычно производится над цилиндром, высота которого равна 2 диаметрам. Самая осадка производится при светлокрасном калении до появления трещин, причем мерилом качества материала принимают величину осадки.

2. Группа вторая. Испытание загибом

Пробы на загиб производятся почти исключительно над частями железных конструкций, трубами и специальными образцами. Эти образцы берутся длиной в 150—300 *мм* при ширине, равной четырехкратной толщине. Металлы подвергаются испытанию как в холодном, так и в нагретом состояниях (при синем и при красном нагревах).

Самое изгибание производится или под молотом, или же на специальных станках. На фиг. 26 изображена схема такого станка.



Фиг. 26.

Способы производства испытания подразделяются по роду нагрузки и расположения опор: на загиб на оправке и на свободный загиб. При этом определяется, переносит ли испытуемый материал известный загиб без появления трещин или какой загиб способен переносить материал без появления трещин.

В первом случае следует прямо согнуть материал до предписанного предела и убедиться, удовлетворяет ли данная проба условиям или нет.

Во втором случае следует определять угол загиба, при котором начинают появляться надрывы. Этот угол дается нормами.

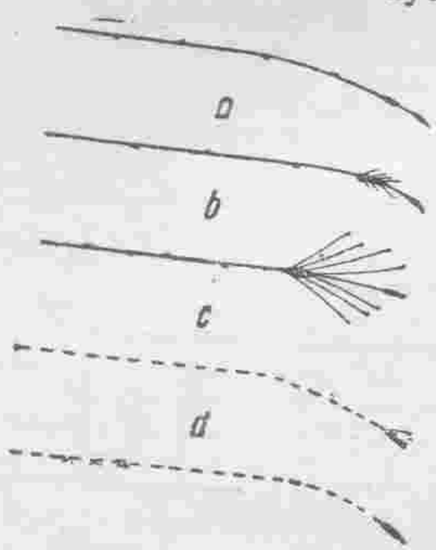
3. Группа третья. Особые пробы

Число разновидностей технологических проб очень велико. Ниже приводится краткое упоминание лишь о некоторых из них в качестве примеров, характеризующих разнообразие этих проб.

Испытание стальных шариков. Производится на приборе для сравнительных исследований упругости и твердости стальных шариков для шариковых подшипников. Испытуемые шарики один за другим падают по желобку под известным углом на ровную твердую плиту, отскакивая от нее на различную высоту, в зависимости от своей твердости и упругости, причем пригодные из них должны перепрыгнуть за поставленное на пути препятствие.

Испытание проволоки. Производится на растяжение; кроме того, проволока также подвергается пробе на изгиб и закручивание. При пробе на изгиб проволока защемляется в губки тисок, имеющие определенные закругления, и поочередно перегибается в разные стороны. Число перегибов до разрушения является характерной величиной.

Определение сорта стали по искре. Проба на искру является наиболее простым и скорым способом приближенного распознавания сортов стали. Этот метод состоит в наблюдении пучка искр, которые дает испытуемый образец стали на вращающемся наждачном диске, так как получаемый пучок искр для разных сортов стали различен по форме и цвету.



Фиг. 27.

Такое испытание уточняется, если наждачный диск окружить темным футляром для большей ясности характера получаемых искр. При этом полезно иметь заранее заготовленные образцы определенных сортов стали. Тогда, сравнивая искры испытуемого куска с искрами известных образцов, легче остановиться на требуемом сорте.

а) Мягкое железо дает пучок искр, где каждый луч представляет прямую линию (фиг. 27a), оканчивающуюся яркой каплей, непосредственно за которой идет темнокрасная капелька меньших размеров. Яркость капельки зависит от большего или меньшего количества кремния в стали: чем больше кремния, тем ярче капелька.

б) Сталь с 0,4—0,5% углерода (средней твердости) дает яркие короткие иглы вокруг первой яркой капельки (фиг. 27b), и чем больше в стали содержания углерода, тем больше появляется таких игл. По Берману число последних пропорционально содержанию углерода в стали.

в) Инструментальная сталь с некоторым количеством марганца дает несколько иной вид игл, а именно: каждая игла веерообразно расщепляется на конце (фиг. 27c), и здесь содержание игл пропорционально содержанию углерода.

г) Хромовольфрамовая сталь (быстрорежущая) характеризуется двумя видами лучей: темнокрасными и толстыми кирпично-красными. Оба вида этих лучей перерывчаты (фиг. 27d). Изображенный сноп лучей своей окраской настолько характерен для быстрорежущих сталей, что его никак нельзя смешать с другими сортами стали

д) У цементированной стали, наружный слой которой более науглерожен, чем внутренние слои, состоящие из мягкого железа, сноп искр с наружных слоев будет характерен для углеродистой стали, сердцевина же будет отвечать „по искре" мягкому железу.

V. ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЯ

За последнее время чрезвычайно большое распространение получили так называемые физические методы испытания. К числу главнейших методов физических испытаний металлов следует отнести следующие:

1. Рентгеновские методы

Применяются для следующих целей:

а) для просвечивания металла;

б) для анализа кристаллической структуры (определение размещения атомов и расстояний между ними, определение размеров зерен и их ориентировки, определение внутренних напряжений и пр.).

2. Магнитные методы.

Применяются для следующих целей:

а) для обнаружения в изделиях внешних и внутренних пороков—трещин, усадочных раковин, шлаковых и других включений, обезуглероженных мест и пр. (магнитная дефектоскопия);

б) для определения зависимости между механическими свойствами металла и его структурой (прибора аустенитометр, катодный анализатор и др.).

3. Термические методы

Применяются для следующих целей:

а) для определения критических точек

б) для определения теплового расширения и теплопроводности.

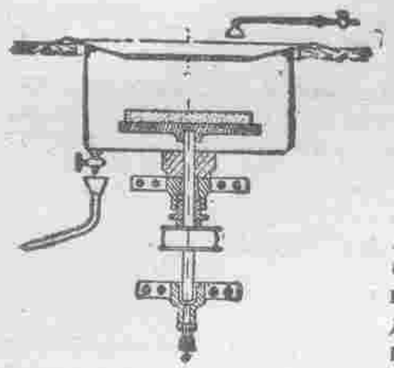
VI. МЕТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТАЛЛА

1. Методы определения микроструктуры металлов

Под микроструктурой металла понимают форму и расположение „составляющих" структуру металла кристаллов, невидимых для невооруженного глаза, но обнаруживаемых

микроскопическим исследованием после соответствующей подготовки металла.

Подготовка образцов. Образец должен представлять собой по возможности среднюю пробу исследуемого металла. До микроскопического исследования необходимо соответствующим образом подготовить металл, иначе говоря, „подготовить шлиф". Взятие пробы, выбор места и величина ее являются одной из ответственнейших и труднейших частей всего микроанализа. После вырезки из материала приступают к шлифовке поверхности пробы различными по грубости зерна сортами наждачной бумаги на особых шлифовальных машинах-станках или даже вручную. После шлифовки поверхность образца полируется, причем на шпиндель специального станка надевается диск, на который натягивается сукно, смачиваемое полировальной жидкостью (фиг. 28).



Фиг. 28.

Проявление структуры на поверхности шлифа. Поверхность шлифа после полировки представляется под микроскопом в виде сплошной зеркальной поверхности. Отсюда необходимость особой обработки для проявления структуры. Это достигается посредством: а) так называемой рельефной, а также кислотной полировки или б) протравливания подлежащей микроанализу поверхности образца.

Способ рельефной полировки основан на том, что при применении тонкого полировочного средства (окись алюминия) на мягкой подкладке легко обрабатывающие составляющие снимаются больше. Поэтому более твердые из них получаются рельефно выступающими над поверхностью шлифа.

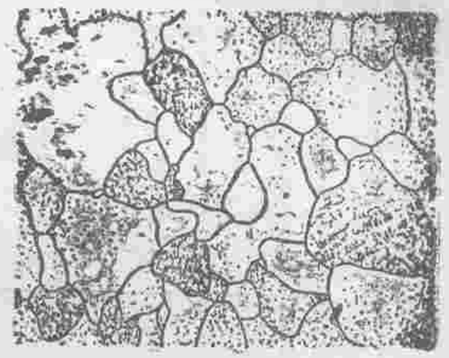
Для кислотного способа выявления рельефа пользуются химическим воздействием на поверхность шлифа, прибавляя для этого к полировочному средству слабые травящие вещества.

По Осмонду для этого можно применять полученный холодным путем лакричный экстракт или азотнокислый аммоний.

Протравливание шлифов. При протравливании металлических шлифов структура делается видимой, потому что отдельные ее составляющие разъедаются и окрашиваются различно.

Самый процесс протравливания шлифа заключается в том, что он сначала обезжиривается, а затем погружается в соответствующий реактив. Этим достигается выявление отдельных кристаллических составляющих, причем или показываются

границы между отдельными зернами (кристаллиты), или последние окрашиваются в различные цвета, или же на кристаллитах вытравливаются так называемые „фигуры травления" в зависимости от ориентации кристалла. На фиг. 29 показана микрофотография шлифа чистого железа, где отдельные зерна отделены друг от друга тонкими линиями в виде сетки.



Фиг. 29.

Протравливающие средства (реактивы) При большом разнообразии протравливающих средств выбор их в зависимости от опыта определяется условиями каждого отдельного исследования. Единственным общим правилом является здесь требование „наибольшей чистоты" при производстве работы.

В приводимой таблице даны наиболее часто применяемые реактивы с указанием характера их действия (см. табл. на стр. 486).

Приведем краткие указания о действии некоторых важнейших реактивов.

Растворы азотной кислоты (спиртовой и водный) являются весьма распространенным реактивом при травлении углеродистых и специальных сортов стали, чугуна, свинца и т. п. Чаще всего применяется реактив следующего состава: азотной кислоты 2,5 *см*³, этилового спирта 100 *см*³.

Серная кислота средней концентрации широко применяется при травлении в горячем виде ковких: латуни, олова и дендритов твердых растворов меди. Чаще всего берется реактив следующего состава: 1 объемная часть серной кислоты (уд. вес 1,84) на объемную часть воды. Лучшая температура травления 60—80°.

Соляная кислота концентрированная (уд. вес 1,12) употребляется при травлении свинца, олова, висмута и других сплавов.

Плавиковая кислота применяется лишь для травления алюминия и его сплавов.

Аммиак (уд. вес 0,91) является наиболее удобным реактивом для травления меди и ее сплавов. Действие этого реактива усиливается при доступе воздуха. Образующаяся при этом окись меди растворяется.

Металлографические микроскопы. При помощи металлографических микроскопов мы наблюдаем структуру металлов в отраженном свете.

Важнейшие реактивы, применяемые для травления шлифов металлических сплавов[1]).

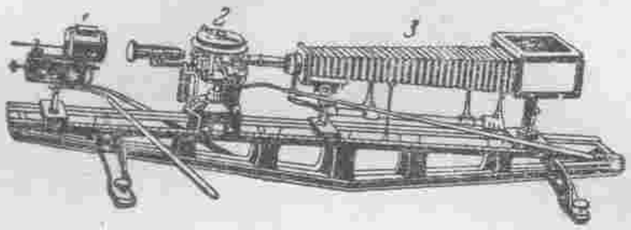
Материалы шлифа	Реактивы выявляющие			Продолжительность травления в минутах
	границу кристаллитов	поверхность кристаллитов	строение кристаллитов	
Алюминий	Спиртовой раствор соляной кислоты. Едкий натр, плавиковая кислота	Плавиковая или соляная кислота	Плавиковая или соляная кислота	1
Алюминий-цинк	Плавиковая кислота, разбавленная азотной кислотой	Плавиковая или азотная кислота	—	1—10
Алюминий-медь	То же	То же	—	1—10
Алюминий-магний β	—	Азотная кислота 20% (70° С) Хромовая кислота	Плавиковая или соляная кислота —	1—10
Висмут	Соляная кислота	Соляная кислота	—	—
Железо сварочное и литое (феррит)	Спиртовые растворы пикриновой кислоты	Персульфаты	Персульфат	1—10
	Спиртовые растворы соляной кислоты	Спиртовые растворы азотной кислоты	Спиртовые растворы азотной кислоты	
	Спиртовые растворы азотной кислоты		Раствор двойной хлористой соли меди и аммония	
Сварочная и литая сталь	—	Спиртовые растворы: пикриновой кислоты, соляной кислоты азотной кислоты, иода Персульфаты Электролиз	— — — — —	10—60 10—60 1—10 1—10 1—10
Специальные стали	—	Спиртовые растворы азотной, пикриновой, соляной кислот		
Аустенит, мартенсит	—	Спиртовые растворы азотной, пикриновой, соляной кислот	—	—
Тросит, осмондит, сорбит	—	То же, реактив Курбатова, серная кислота	—	—
Перлит	—	То же, травящая полировка	—	—
Цементит	—	Пикрат натрия (отпуск до 280° С)	—	—
Включения фосфора	—	Реактивы Розенгейна, Стэда (отпуск до 280° С)	—	—
Белый и серый чугуны	—	Персульфаты, азотная кислота	—	—
Сернистые включения	—	Спиртовые и водные растворы органических кислот	—	—
Золото Сплавы золота	Бром-соляная кислота То же	Бром-соляная кислота То же	— —	1—30 1—30
Кадмий Кадмиевые сплавы	Хромовая кислота То же	Хромовая кислота То же	Хромовая кислота —	1—10 1—10

[1]) Одинг И. А., Современные методы испытания металлов.

Продолжение

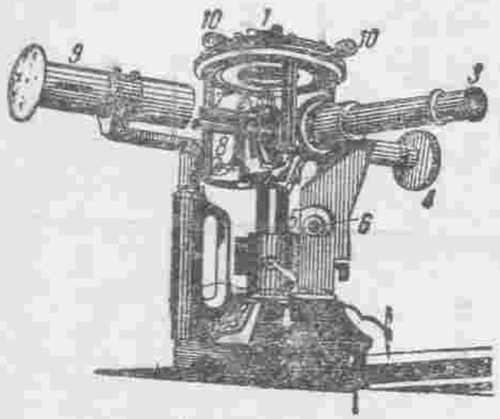
Материалы шлифа	Реактивы выявляющие			Продолжительность травления в минутах
	границу кристаллитов	поверхность кристаллитов	строение кристаллитов	
Магний	Спиртовые растворы плавиковой кислоты	Хромовая кислота	—	1—10
Медь	Аммиак Хромовая кислота	Персульфаты Раствор двойной хлористой соли, меди и аммония	Персульфат	1—30
Латунь α	То же, что и для меди	Азотная кислота Хлористое железо		1—50
Латунь α—β	—	То же, что и для меди		
Латунь β	То же, что и для меди	Серная кислота, аммиак	Персульфат	
Латунь β—γ	Аммиак	То же, что и для меди	То же, что и для меди	
Марганцовистая латунь	Хромовая кислота	Серная кислота	Персульфат	1—10
Бронза α	Хромовая кислота	Аммиак (отпуск)	Персульфат	10—20
Бронза α—δ	То же, что и для меди	То же, что и для меди		
	—	Отпуск до 280° С		
Никель	Соляная кислота	—	—	10—20
Нейзильбер	То же, что и для меди	То же, что и для меди	То же, что и для меди	
Олово	Соляная кислота	Соляная кислота + хлористый калий	—	5—10
Белый металл	—	Соляная кислота	—	—
Платина	Бром-соляная кислота Царская водка	—		10—30
Свинец	Соляная кислота	Спиртовой раствор азотной кислоты	—	1—10
Баббиты	То же	Уксусная кислота, пергидроль	—	1—10
Типографский сплав	Спиртовой раствор соляной кислоты; дымящая соляная кислота	Спиртовой раствор соляной кислоты	—	1—10
Серебро	Азотная кислота	Азотная кислота	—	1—10
Сплавы серебра	То же	То же	—	1—10
Сурьма	Соляная кислота	Соляная кислота	—	1—10
Цинк	Соляная кислота	Хромовая кислота	—	5—60

На фиг. 30 изображен большой металлографический микроскоп Рейхерта, где *1* — источник света (вольтова дуга), *2* — микроскоп, *3* — фотографическая камера.



Фиг. 30.

На фиг. 31 более подробно изображен самый микроскоп типа Ле-Шателье. Шлиф *1* кладется на предметный столик микроскопа, благодаря чему поверхность его совпадает с поверхностью столика и становится перпендикулярно к оптической оси объектива *2*. Изображение мы наблюдаем в окуляр *3*. Для фотографии применяется проекционный окуляр *4*. Грубая установка на фокус производится винтом *5*, а тонкая — микрометренным винтом *6*. Трубка *7* несет осветительную призму, а трубка *8* плоско-параллельную пластинку из тонкого стекла; переставляя эти трубки, мы меняем косое освещение на прямое, и обратно. Труба *9* несет систему линз, превращающую расходящийся пучок лучей источника света в сходящийся. По обеим сторонам этой трубы расположены диафрагмы — одна простая, покрытая асбестом, другая ирисовая. Предметный столик микроскопа может передвигаться в горизонтальной плоскости при помощи двух микрометренных винтов *10*, расположенных крестообразно.



Фиг. 31.

Для больших увеличений в современных микроскопах применяются апохроматические объективы, исправленные в отношении сферической и хроматической аберрации. При помощи апохроматических объективов в 1, 5, 2, 3, 4, 8 и 16 *мм* и соответствующих окуляров 4, 6, 8, 12 и 18 *мм* получается увеличение от 100 до 4000 и выше.

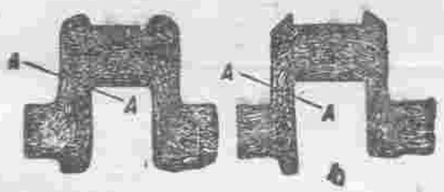
При увеличении ниже 100 обычно применяются более простые объективы и окуляры Гюйгенса.

2. *Макроструктура металлов*

При исследовании полированных и травленых образцов стали физическая структура последних, видимая невооруженным глазом или при слабых увеличениях, так называемая макроструктура, позволяет нам судить об общих неоднородностях строения и способах механической обработки, вследствие чего исследование на макроструктуру имеет чрезвычайно большое значение при суждении о механических достоинствах металлического изделия.

При изготовлении шлифов для макроструктуры можно не давать им тонкой шлифовки, а ограничиваться шлифовкой наждачной бумагой № 0. Макроструктуру можно фотографировать и с шлифа, протравленного на микроструктуру.

Лучшим реактивом для травления макроструктуры стали, особенно для выявления волокон, является раствор части технической соляной кислоты в 1 части воды. Этот реактив употребляется подогретым до 80°. Перед травлением образец очищается, нагревается в горячей воде, а затем погружается в реактив, нагретый



Фиг. 32.

до 80°. Время травления определяется практически. После травления образец промывается и сушится. Для предохранения от окисления поверхность покрывается тонким слоем вазелина или прозрачного лака.

Ниже приводится таблица реактивов, применяемых для травления макроструктуры, и способ Баумана для определения серы и фосфора в стали.

Для получения фотографических снимков с макроструктуры с небольшим увеличением от одного до десяти раз обычно пользуются обыкновенным фотографическим аппаратом. Наиболее удобным для этих снимков является вертикальное расположение фотокамеры при горизонтальном положении объекта. Освещение при этих снимках должно быть равномерным и падать на объект таким образом, чтобы важнейшие и характерные черты структуры были ясно выявлены.

На фиг. 32 дано фотографическое изображение макроструктуры правильно и неправильно откованного коленчатого вала.

Реактивы для травления макроструктуры [1]

(Из всех нижеперечисленных реактивов стандартными являются соляная кислота и способ Баумана).

Реактив	Состав	Назначение	Примечание
Соляная кислота	1 часть крепкой соляной кислоты и 1 часть воды. Применяется нагретым до 100°	Сегрегация, волокна и глубокое травление	Продолжительность травления от 10 до 45 мин., пока структура хорошо не выявится
Смесь серной и соляной кислот — реактив Совера	3 ч. воды, 2 ч. крепкой серной кислоты и 1 ч. крепкой соляной кислоты. Применяется нагретым до 100°	Сегрегация, волокна и глубокое травление	Продолжительность травления от 10 до 30 мин., пока структура хорошо не выявится
Персульфат аммония	10—20 частей персульфата аммония $(NH_4)_2S_2O_8$ в 100 *см*³ воды	Дендриты, кристаллич. структура и сегрегация	Продолжительность травления от ½ до 1 мин.
Пикриновая кислота	Насыщенный на холоду раствор пикриновой кислоты $C_6H_2(NO_2)_3OH$ в воде	Сетчатая и дендритная кристаллизация	Травление производится в неск. приемов до 6 раз. Продолж. 6—8 час. для кажд. травл. После кажд. травл. макрошлиф прочищается самой мелкой наждачной бумагой и снова травится, пока изображение не будет совершенно ясным.
Реактив Гейна	10 *г* двойной соли хлорной меди и аммония $CuClNH_4Cl+6H_2O$ в 100 *см*³ воды	Сегрегация, места, богатые фосфором, серой, углеродом и другими примесями, окрашиваются в темный цвет	Продолжительность травления 1 мин. Осевшая на поверхности макрошлифа медь осторожно очищается ваткой
Реактив Стэда	10 *г* хлорной меди $CuCl_2$, 40 *г* хлорного магния $MgCl_2$, 10 *см*³ крепкой соляной кислоты HCl, 20 *см*³ воды, 1000 *см*³ этилового спирта	Сегрегация, места, свободные от фосфора, покрываются медью, а места, богатые фосфором, остаются светлыми	Реактив наносят по каплям на поверхность шлифа, пока не выявится макроструктура. Затем шлиф моют в горячей воде, после чего иногда, для большей контрастности, в аммиаке и, наконец, в спирте
Реактив Ле-Шателье и Лемуана	10 *г* хлорной меди $CuCl_2$, 40 *г* хлорного магния $MgCl_2$, 20 *см*³ крепкой соляной к-ты HCl, 180 *см*³ воды, 1000 *см*³ абсолютного этилового спирта	Для тех же целей, что и реактив Стэда	Так же, как и реактив Стэда, но авторы указывают, что пропорция воды имеет большое значение для его чувствительности
Реактив Розенгайна и Хаугтона	30 *г* хлорного железа $FeCl_3$, 100 *см*³ соляной кислоты HCl, 10 *г* хлорной меди $CuCl_2$, 5 *г* хлористого олова $SnCl_2$, 1000 *см*³ воды	Сегрегация и проч. части, содержащие фосфор, окрашиваются тем меньше, чем больше в них фосфора. Феррит окрашивается в наиболее темный цвет, перлит остается светлым	Продолжительность травления от 10 сек. до 2 мин.
Реактив Ле-Шателье и Дюпюи	100 *см*³ этилового спирта, 10 *см*³ воды, 1 *г* хлорной меди $CuCl_2$, 5 *г* пикриновой к-ты $C_6H_2(NO_2)_3OH$, 2,5 *см*³ крепкой соляной к-ты HCl	Сегрегация и пр.	Пропорции хлорной меди и пикриновой и соляной кислот можно менять

[1] Болховитинов Н. Ф., Металлография и термическая обработка стали и чугуна.

Продолжение

Реактив	Состав	Назначение	Примечание
Реактив Обергоффера	500 *см*³ этилового спирта, 500 *см*³ воды, 5 *г* хлорного олова $SnCl_2$, 1 *г* хлорной меди $CuCl_2$, 30 *г* хлорного железа $FeCl_3$, 50 *см*³ соляной кислоты HCl	Сегрегация и пр. Действуют подобно реактиву Розенгайна и Хаугтона	
Реактив Хумфрея	120 *г* двойной соли хлорной меди и аммония $CuClNH_4Cl+6H_2O$, 50 *см*³ соляной кислоты HCl, 1000 *см*³ воды	Сегрегация и прочие части структуры, затвердевшие первыми, разъедаются сильнее, чем части, затвердевшие последними	Сначала травление производится нейтральн. раствором; когда штрихи на шлифе будут полностью уничтожены, тогда травят сначала нейтральн. раствором, постепенно прибавляя в него к-ту до рекомендуемого количества ее в реактиве. Продолж. травления от 20 мин. до 1 часа.
Реактив Дикенсона	Сначала травление 10%-ным раствором азотной кислоты; затем новое травление реактивом: 40 *г* хлорн. железа $FeCl_3$, 3 *г* хлорн. меди $CuCl_2$, 40 *см*³ соляной к-ты HCl, 500 *см*³ воды	Сегрегация и пр.	
Отпечатки по Бауману	Бромо-серебряная бумага, смоченная 5%-ным водным раствором серной кислоты в течение 10 мин.	Сера и фосфор создают почернение бумаги	Бумага смачивается и накладывается на макрошлиф. По истечении 3 мин. бумага снимается и фиксируется. Все производится на свету

ОТДЕЛ ДЕСЯТЫЙ

ГИДРАВЛИКА

I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЖИДКОСТЯХ

1. Удельные веса жидкостей

Вода пресная чистая	1,00
„ соленая	1,02—1,03

Нефтепродукты

Нефтяной эфир	0,65—0,66	Мазут	0,89—0,92
Бензин 1-го сорта	0,70—0,72	„ черный	0,93—0,94
„ 2-го „	0,74—0,75	Гудрон	0,93—0,95
Керосин	0,82—0,83	Нефть легкая	0,86—0,88
Соляровое масло	0,88—0,89	„ тяжелая	0,92—0,93

Кислоты

Азотная — 25% HNO_3	1,15	Серная — 27% H_2SO_4	1,20
„ — 40% HNO_3	1,25	„ — 50% H_2SO_4	1,40
„ — 90% HNO_3	1,50	„ — 87% H_2SO_4	1,80
Соляная — 10% HCl	1,05	„ дымящаяся H_2SO_4	1,89
„ — 40% HCl	1,20	Ртуть	13,596

2. Плотность воды при различных температурах

$t°$	ρ	$t°$	ρ	$t°$	ρ	$t°$	ρ
0	0,99987	8	0,99989	30	0,99576	60	0,98338
3	0,99999	10	0,99975	35	0,99413	70	0,97794
4	1,00000	15	0,99916	40	0,99235	80	0,97194
5	0,99999	20	0,99826	45	0,99037	90	0,96556
6	0,99997	25	0,99712	50	0,988820	100	0,95865

3. *Коэфициент температурного расширения воды в миллионных долях*

При давлении, в *ат*	При температуре				
	0—10°	10—20°	40—50°	60—70°	90—100°
1	14	150	422	556	719
100	43	165	422	548	—

4. *Абсолютный коэфициент вязкости*

Абсолютный коэфициент вязкости (или коэфициент внутреннего трения жидкости) выражает в динах силу трения, приходящуюся на 1 *см*² площади соприкасания двух скользящих друг по другу слоев жидкости, при условии, что при переходе к слою, отстоящему на 1 *см*, скорость изменяется на 1 *см/сек*. Размерность абсолютного коэфициента вязкости $[\mu] = [ML^{-1}T^{-1}]$, где M, L и T — единицы измерения массы, длины и времени.

Таблица значений вязкости μ для воды

Температура $t°$	0°	5°	10°	15°	20°	30°	40°	50°
μ	0,0178	0,0152	0,0131	0,0114	0,0101	0,0081	0,0066	0,0055

Таблица коэфициентов вязкости нефтяных продуктов (при $t = 15°$)

Род продуктов	Удельный вес	Коэфициент вязкости μ
Бензин	0,70 ÷ 0,72	0,0060 ÷ 0,0065
Керосин . . .	0,82 ÷ 0,83	0,020 ÷ 0,025
Нефть	0,86	0,07 ÷ 0,08
"	0,88	0,25 ÷ 0,30
"	0,89	0,50 ÷ 0,60
"	0,90	1,30 ÷ 1,40

5. *Кинематическая вязкость*

Отношение абсолютного коэфициента вязкости к плотности называется кинематическим коэфициентом вязкости и обозначается буквой ν. Размерность его $[\nu] = [L^2 \cdot T^{-1}]$.

Таблица значений кинематической вязкости $\frac{\mu}{\rho} = \nu$

t	$\frac{\mu}{\rho}$	t	$\frac{\mu}{\rho}$	t	$\frac{\mu}{\rho}$
		Для воды			
0°	0,0178	12°	0,0124	30°	0,0081
5°	0,0152	15°	0,0114	40°	0,0066
10°	0,0131	20°	0,0101	50°	0,0055
				100°	0,0030
		Для глицерина			
t	2°,0	5°	10°	20°	26°,5
μ	42,2	35,25	22,5	8,0	4,9
		Для репного масла			
t	0°	5°	10°	20°	30°
μ	25,2	6,27	3,7	1,8	1,0
		Для ртути			
t	21°,4	0°	99°	197°	340°
μ	0,0185	0,0170	0,0122	0,0102	0,00905

II. ГИДРОСТАТИКА

1. *Гидростатическое давление*

Если сила давления жидкости на площадку $\Delta\omega$, заключающую точку A, равна ΔP, то

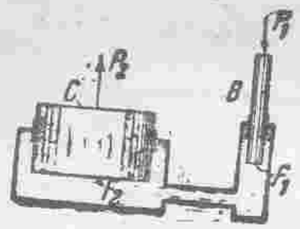
$$\lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega} = p$$

называется единичным давлением в точке A. Единичное давление в данной точке нормально к площадке действия и не зависит от угла наклона площадки.

2. Закон Паскаля

Давление, производимое внешними силами на пограничную поверхность жидкости, находящейся в равновесии, передается равномерно во все точки жидкости. Практическое приложение этого закона — гидравлический пресс (фиг. 1).

$$p_2 = p_1 \frac{F_2}{F_1}.$$



Фиг. 1.

3. Единичное давление для случая тяжелой покоящейся жидкости (фиг. 2)

Если давление на поверхности равно p_0, глубина погружения точки равна h и вес единицы объема жидкости равен γ, то

$$p = p_0 + \gamma h.$$

Фиг. 2.

Избыточное давление

$$p_1 = p - p_0 = \gamma h.$$

Пьезометрическая высота

$$h_p = \frac{p - p_0}{\gamma}.$$

Приведенная высота давления

$$h_{\text{пр}} = \frac{p}{\gamma}.$$

Гидростатическим напором H_S в точке A относительно какой-либо плоскости отсчета 0—0 называется сумма приведенной высоты давления и координаты точки A относительно плоскости 0—0:

$$H_S = h_{\text{пр}} + z = \frac{p}{\gamma} + z = \text{const},$$

для всех точек жидкости, где z есть возвышение точки A над плоскостью 0—0.

4. Способы числового выражения величины гидростатического давления

1) В единицах силы на единицу площади.
2) В единицах высоты столба жидкости.
3) В атмосферах.

Одна „новая" (техническая) атмосфера равна давлению 1 *кг/см²* или высоте столба воды в 10 *м*; „старая" (физическая) атмосфера равна высоте столба воды в 10,33 *м*.

При измерении давления в единицах силы на единицу площади необходимо правильно выбирать значения для γ в зависимости от выбранных единиц для силы и длины.

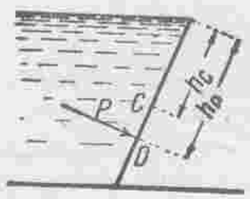
Таблица значений γ для разных измерений силы и площадей

Единица длины	Единица веса	γ	Размерность гидростатического давления
Сантиметр	Килограмм	0,001	*кг/см²*
Метр	Килограмм	1,000	*кг/м²*
Метр	Тонна	1	*т/м²*
Английский фут (ft)	Английский фунт (lbs)	62,4	lbs/ft²
Фут	Русский фунт	69,1	фунт/фт²
Сажень	Пуд	593	пуд/саж²

5. Давление на площадки

Суммарное давление P на плоскую стенку (фиг. 3) равно произведению единичного давления p_c в центре ее тяжести на величину ее площади.

$$P = p \cdot \omega = (p_0 + \gamma \cdot h_c) \cdot \omega.$$



Фиг. 3.

Точка приложения силы P на площадке называется центром давления. Центр давления совпадает с центром тяжести площадки лишь при горизонтальном расположении ее в жидкости

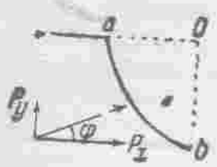
6. Общие выражения для координат центра давления (на плоскую стенку)

$$h_D = h_c + \frac{I_0}{\omega h_c},$$

где I_0 — момент инерции тела относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести, h_c — расстояние центра тяжести стенки до свободной поверхности, измеренное по стенке, ω — площадь плоской стенки.

7. Давление на цилиндрические поверхности (фиг. 4)

Величина суммарного давления $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$ находится по двум составляющим P_x и P_y, причем P_x равно силе давления, производимого жидкостью на вертикальную поверхность ab, а P_y — весу жидкости в объеме Oab.



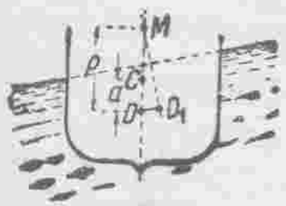
Фиг. 4.

Направление силы P находится по углу φ, где $\cos\varphi = \frac{P_x}{P}$.

8. Равновесие погруженного в жидкость тела

На всякое тело, погруженное в жидкость, действует подъемная сила P, равная весу вытесненного объема жидкостью (закон Архимеда).

Центр приложения силы P называется центром водоизмещения. При равновесии подъемная сила P должна равняться весу тела G, а центр тяжести тела C должен находиться на одной вертикали с центром водоизмещения D (фиг. 5). Линия пересечения свободной поверхности с плавающим телом называется ватерлинией, а площадь, ограниченная этой линией как контуром, называется площадью ватерлинии. Вертикальная ось, проходящая через центр тяжести, называется осью плавания. Если тело накренилось на какой-то угол α, то точка пересечения подъемной силы с осью плавания называется метацентром, а расстояние между метацентром и центром водоизмещения называется метацентрическим радиусом.



Фиг. 5.

Для устойчивости равновесия плавающего тела необходимо, чтобы длина метацентрического радиуса ρ была больше

длины a — расстояния между центром тяжести и центром водоизмещения. Если $\rho < a$, то равновесие неустойчивое и если $\rho = a$ — равновесие безразличное. Величина ρ находится по формуле: $= \frac{I}{W}$, где I — момент инерции площади ватерлинии относительно центральной оси, вокруг которой происходит поворот, а W — вытесненный объем жидкости.

III. ГИДРОДИНАМИКА

1. Основные понятия

Установившимся движением называется такое, при котором скорость и давление в каждой точке потока не изменяются со временем.

Примером установившегося движения может служить истечение жидкости из сосуда при постоянном напоре.

Линией тока называется кривая, проведенная через ряд точек жидкости таким образом, что скорости в этих точках к ней касательны. Если в жидкости выделить элементарную площадку и через все точки этой площадки провести соответствующие линии тока, то полученный пространственный пучок линий тока называется элементарной струйкой. Скорость элементарной струйки обозначается через U. Совокупность элементарных струек называется потоком.

Живым сечением потока называется часть поверхности, проведенная нормально к линиям тока и заключающаяся в пределах потока (фиг. 6). Площадь живого сечения обозначается через ω.

Смоченным периметром называется линия соприкосновения жидкости с твердыми границами потока. Длина его обозначается через χ.

Фиг. 6.

Гидравлическим радиусом R называется отношение площади живого сечения к длине смоченного периметра: $R = \frac{\omega}{\chi}$.

Расходом называется количество жидкости, протекающее в единицу времени через живое сечение потока. Для элементарной струйки расход $q = \Delta\omega \cdot U$. В потоке полный расход $Q = \int_\omega U d\omega$.

Средней скоростью в потоке называется воображаемая постоянная скорость V, с которой должны были бы двигаться все струйки при условии, что расход остается таким же, как и при движении с истинными скоростями. Расход в потоке выражается через среднюю скорость по формуле: $Q = \omega V$.

Равномерным движением потока называется такое движение, при котором средняя скорость во всех живых сечениях есть величина постоянная.

2. Основные законы гидродинамики

Уравнение расхода для потока

Во всех живых сечениях потока расход есть величина постоянная: $Q = \omega_1 V_1 = \omega_2 V_2 = \text{const}$.

Уравнение Бернулли

а) Для элементарной струйки идеальной жидкости:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} = \text{const.},$$

где u есть скорость в данном сечении струйки, p и z—единичное давление и координата сечения относительно плоскости отсчета.

б) Для реальной (вязкой) жидкой струйки:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}},$$

где $h_{w_{1-2}}$ есть потеря энергии от внутренних сопротивлений между сечениями 1 и 2.

в) Для целого потока:

$$\frac{\alpha' \cdot v_1^2}{2g} + \left(\frac{p}{\gamma} + z\right)_1 = \frac{\alpha' \cdot v_2^2}{2g} + \left(\frac{p}{\gamma} + z\right)_2 + h_{1-2},$$

где $\alpha' \approx 1{,}1$ есть коэфициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечению потока, а v_1 и v_2—средние скорости в сечениях 1 и 2. Величины p и z могут быть взяты в любой, но в одной и той же точке данного живого сечения.

3. Истечение из отверстий

Скорость истечения из малого отверстия в тонкой стенке для идеальной жидкости (без учета скорости подхода): $v = \sqrt{2gH}$, где H есть напор над центром тяжести незатопленного отверстия (при истечении в атмосферу); если же отверстие затоплено, то H = разности уровней перед и за отверстием.

Для реальной жидкости:

$$v = \varphi \sqrt{2gH}, \quad Q = \mu \cdot \omega \sqrt{2gH},$$

где Q есть расход через отверстие, φ — коэфициент скорости, μ — коэфициент расхода.

Если через α обозначим коэфициент сжатия, т. е. отношение площади сжатого сечения к площади отверстия ω, то

$$\mu = \alpha\varphi, \qquad \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}},$$

где ζ есть коэфициент сопротивления, характеризующий потерю энергии. Определяется он из уравнения:

$$H = (1+\zeta)\frac{v^2}{2g}.$$

В нижеследующих таблицах даны значения коэфициентов расхода для разных форм и размеров отверстий.

Коэфициент расхода μ воды при истечении через круглое отверстие в тонкой вертикальной стенке при совершенном сжатии (по опытам Гамильтона и Смитса)

Напор над центром отверстия в *м*	Коэфициент μ при диаметре отверстия (в *м*)						
	0,01	0,02	0,03	0,06	0,10	0,20	0,30
0,10	—	0,623	0,620	—	—	—	—
0,20	0,635	0,616	0,611	0,601	0,594	0,593	0,590
0,30	0,629	0,612	0,608	0,600	0,597	0,594	0,591
0,50	0,622	0,608	0,605	0,600	0,599	0,596	0,594
1,00	0,614	0,604	0,602	0,599	0,599	0,597	0,596
1,50	0,611	0,603	0,601	0,598	0,598	0,596	0,596
2,00	0,608	0,601	0,600	0,598	0,598	0,596	0,596
3,00	0,605	0,599	0,598	0,597	0,597	0,596	0,595
6,00	0,600	0,597	0,596	0,596	0,596	0,595	0,594
10,00	0,598	0,595	0,595	0,595	0,595	0,594	0,593
15,00	0,596	0,594	0,594	0,594	0,594	0,593	0,593
30,00	0,593	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592

Коэфициент расхода μ воды при истечении из отверстий (по Греффу)

Отношение напора H к высоте отверстия	Высота отверстия > 0,03 *м*						Высота отверстия < 0,03 *м*					
	тип отверстия						тип отверстия					
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*S*	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*S*
1. Истечение в воздух														
1	0,61	0,65	0,67	0,70	0,65	0,68	—	0,67	0,70	0,71	0,72	0,71	0,75	—
5	0,62	0,64	0,67	0,69	0,67	0,70	—	0,66	0,66	0,70	0,71	0,70	0,74	—
10	0,62	0,63	0,67	0,69	0,68	0,71	—	0,65	0,65	0,69	0,70	0,70	0,74	—
20	0,61	0,63	0,66	0,68	0,68	0,71	—	0,64	0,65	0,69	0,70	0,70	0,74	—
40	0,61	0,62	0,66	0,68	0,68	0,70	—	0,63	0,64	0,69	0,69	0,69	0,73	—
100	0,60	0,60	0,66	0,68	0,66	0,69	—	0,61	0,63	0,68	0,68	0,69	0,72	—
400	0,60	0,60	0,65	0,67	0,66	0,68	—	0,60	0,63	0,68	0,68	0,68	0,71	—
1000 и выше	0,60	0,60	0,65	0,67	0,66	0,68	—	0,60	0,62	0,67	0,67	0,68	0,71	—
2. Истечение в короткий желоб														
1	0,57	0,64	0,60	0,60	0,62	0,65	—	0,65	0,67	0,67	0,69	0,68	0,70	—
5	0,61	0,64	0,62	0,64	0,63	0,66	—	0,64	0,66	0,67	0,68	0,67	0,71	—
10	0,61	0,63	0,63	0,65	0,64	0,67	—	0,64	0,65	0,67	0,68	0,67	0,71	—
20	0,61	0,63	0,63	0,65	0,65	0,67	—	0,63	0,64	0,66	0,68	0,67	0,70	—
40	0,61	0,62	0,63	0,65	0,64	0,66	—	0,62	0,63	0,66	0,67	0,66	0,70	—
100	0,60	0,60	0,62	0,64	0,63	0,65	0,84	0,61	0,62	0,65	0,67	0,66	0,69	0,86
400	0,60	0,60	0,62	0,63	0,63	0,64	0,81	0,60	0,61	0,65	0,66	0,65	0,68	0,84
1000	0,60	0,60	0,62	0,63	0,63	0,64	0,80	0,60	0,61	0,64	0,66	0,65	0,67	0,81

Под *A* разумеется отверстие в тонкой стенке.

Под *B* — отверстие без сжатия на вертикальных сторонах (ширина отверстия равна ширине подводящего канала); нижняя и верхняя кромки тонкие.

Под *C* — без сжатия внизу (отверстие доходит до дна); прочие три кромки тонкие.

Под *D* — только верхняя кромка тонкая; отверстие доходит до дна канала и имеет его ширину.

Под *E* — отверстие в стенке толщиною в 40—50 *мм*, с сжатием со всех сторон.

Под *F* — отверстие, подобное *C*, но в толстой стенке.

Под *S* — отверстие, подобное *D*, но в толстой стенке.

Таблица коэфициентов расхода μ воды при истечении через прямоугольное отверстие в тонкой вертикальной стенке

Напор над верхним ребром в *м*	Ширина отверстия $b = 0{,}20$ *м*, высота отверстия в *м*						$b = 0{,}60$ *м*, высота отверстия в *м*	
	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,20	0,02	0,20
0,01	0,701	0,650	0,630	0,607	—	—	0,644	—
0,03	0,688	0,659	0,638	0,620	0,600	0,578	0,642	0,593
0,05	0,679	0,658	0,640	0,625	0,605	0,585	0,641	0,597
0,10	0,666	0,654	0,637	0,630	0,611	0,592	0,639	0,602
0,20	0,655	0,648	0,633	0,630	0,615	0,598	0,635	0,605
0,30	0,650	0,644	0,632	0,629	0,616	0,600	0,633	0,607
0,50	0,644	0,640	0,630	0,628	0,617	0,603	0,630	0,607
1,00	0,632	0,633	0,628	0,626	0,615	0,605	0,626	0,605
1,50	0,615	0,619	0,620	0,620	0,611	0,602	0,623	0,602
2,00	0,611	0,612	0,612	0,613	0,607	0,601	0,620	0,602
3,00	0,609	0,610	0,608	0,606	0,603	0,601	0,615	0,601

$\frac{n}{p}$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
l	0,007	0,014	0,023	0,034	0,045	0,059	0,075	0,092	0,112	0,134	0,161	0,189	0,260	0,351	0,471	0,631
l_1	0,009	0,019	0,030	0,042	0,056	0,071	0,088	0,107	0,128	0,152	0,178	0,208	0,278	0,365	0,473	0,608

Сжатие называется неполным, когда отверстие какой-либо частью своего периметра примыкает хотя бы к одной из стенок сосуда; в этом случае при истечении в атмосферу коэфициент расхода вычисляется по формуле Бидона:

1) для прямоугольных отверстий

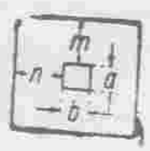
$$\mu = \mu_0 \left(1 + 0{,}152 \frac{n}{p}\right),$$

2) для круглых отверстий

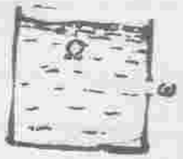
$$\mu = \mu_0 \left(1 + 0{,}128 \frac{n}{p}\right),$$

где μ есть коэфициент расхода для данного отверстия при полном сжатии, n—часть периметра отверстия, на которой устранено сжатие, p — полный периметр отверстия.

Несовершенным сжатием называется такое, при котором отверстие недостаточно удалено от краев стенок сосуда; оно имеет место при $m < 3b$ или $n < 3a$ (фиг. 7).



Фиг. 7.



Фиг. 8.

В этом случае коэфициент расхода вычисляется по формуле Вейсбаха:

1) для круглого отверстия

$$\mu = \mu_0 (1 + l),$$

2) для прямоугольного отверстия

$$\mu = \mu_0 (1 + l_1),$$

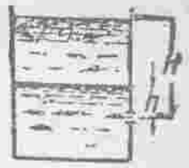
где μ_0 есть коэфициент расхода для того же отверстия при совершенном сжатии, а l и l_1 берутся из рядом помещенной таблицы, где ω есть площадь поперечного сечения отверстия, а Ω — площадь поперечного сечения сосуда (фиг. 8).

4. *Истечение при переменном напоре* (фиг. 9)

Время, за которое уровень с положения H опустится до положения h, равно:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \cdot (\sqrt{H} - \sqrt{h}),$$

где Ω и ω имеют уже указанные значения.



Фиг. 9.

5. *Истечения через насадки*

Типы насадок:

1. Цилиндрические:

а) внешние (Вентури),

б) внутренние (Борда).

Для насадок Вентури, если длина их l не меньше 3,5—4 диаметров,

коэфициент сжатия $\alpha = 1$,
» скорости $\varphi = 0{,}82$,
» расхода $\mu = 0{,}82$,
» сопротивл. $\zeta = 0{,}49$.

При истечении в атмосферу в сжатом сечении образуется вакуум, равный $0{,}75H$, где H есть напор над осью насадки.

Для насадок Борда:

$$\alpha = 1{,}0; \quad \varphi = 0{,}71;$$
$$\mu = 0{,}71 \quad \text{и} \quad \zeta \approx 1{,}0.$$

При малых длинах насадок истечение считают происходящим как из отверстия в тонкой стенке.

2. Конические:

а) сходящиеся,

б) расходящиеся.

Конически сходящиеся насадки дают наибольшую скорость и живую силу вытекающей струи; величины коэфициентов α, μ и φ зависят от угла конусности.

Таблица коэфициентов α, μ и φ для конически сходящихся насадок

Угол конусности в градусах	Коэфициент сжатия α	Коэфициент расхода μ	Коэфициент скорости φ
0	1,000	0,829	0,829
1	1,000	0,825	0,852
2	1,000	0,873	0,873
3	1,000	0,892	0,892
4	1,000	0,909	0,909
5	1,000	0,920	0,920
6	1,000	0,925	0,925
8	0,998	0,931	0,933
10	0,987	0,937	0,949
12	0,986	0,942	0,955
13	0,983	0,945	0,961
14	0,977	0,943	0,965
16	0,968	0,938	0,969
18	0,960	0,931	0,970
20	0,950	0,922	0,971
25	0,932	0,908	0,974
30	0,919	0,896	0,975
35	0,904	0,883	0,977
40	0,889	0,871	0,980
45	0,872	0,857	0,983

Конически расходящиеся насадки дают наименьшую скорость, но большой расход; при угле конусности $\leqslant 8°$ значение коэфициента расхода μ, отнесенное к наиболее узкому сечению, равно 2—3, при больших углах истечение происходит как из отверстия в тонкой стенке ($\mu = 0{,}62$).

3. Коноидальные насадки.

Средние значения коэфициентов:

$$\alpha = 1; \quad \mu = 0{,}96;$$

$$\varphi = 0{,}96; \quad \zeta = 0{,}08.$$

6. *Насадки для пожарных рукавов*

Наилучшие результаты дают конические, слабо сходящиеся насадки с короткой цилиндрической направляющей трубкой на конце (для уменьшения сжатия и последующего разбрызгивания струи).

Диаметр ствола в *см*		Форма наконечника	Форма выходного отверстия	Диам. выходн. отв. в *см*	Коэфиц. расхода μ
в начале	в конце				
6,35	3,94	Коническая	Цилиндр длин. 2,5 *см*	2,86	0,976
6,35	3,94	„	Без цилиндра	2,86	0,977
6,35	6,35	Чашкообразн.	Цилиндр длин. 2,5 *см*	2,86	0,971
6,35	3,94	Колоколообр.	То же	2,86	от 0,980 до 0,986
6,35	3,94	Коническая	То же	2,86	0,983

Высота поднятия струи и дальность ее полета, по опытам Фримана, даны в следующей таблице:

Род струи		Диам. выходн. отверст. в *мм*	Напор у ствола в *м*								
			5	10	15	20	30	40	50	60	70
Высота	Отдельные капли при безветрии	19	3,7	7,3	11,0	14,4	16,2	21,6	23,6	24,4	25,4
		35	4,0	7,9	11,6	15,2	18,3	24,6	27,7	29,6	31,0
	Хорошая струя	19	4,3	8,8	13,1	17,7	25,3	31,0	36,0	39,0	41,0
		35	4,6	9,5	14,0	18,3	27,8	36,0	43,0	48,0	50,0
Дальность	Отдельные капли при безветрии	19	4,3	7,0	9,5	11,0	14,0	15,8	17,7	19,5	20,8
		35	5,5	9,5	13,1	15,8	20,4	23,0	25,0	27,0	28,7
	Хорошая струя	19	7,8	15,5	23,2	28,6	35,8	41,0	45,0	48,5	51,0
		35	8,8	17,4	26,6	34,2	47,0	55,0	62,0	67,0	72,0

7. *Водосливы*

Водосливы классифицируются по следующим признакам:

1. По типу стенки различаются:
   а) водослив с тонкой стенкой,
   б) „ практического профиля,
   в) „ с широким порогом.
2. По типу сопряжения струи с нижним бьефом:
   а) затопленный водослив,
   б) незатопленный водослив.
3. По расположению в плане:
   а) прямой водослив,
   б) косой водослив,
   в) криволинейный водослив.
4. По наличию бокового сжатия:
   а) водослив с боковым сжатием,
   b) „ без бокового сжатия.

Основная формула расхода через водослив:

$$Q = m \cdot b \sqrt{2g}\, H^{3/2},$$

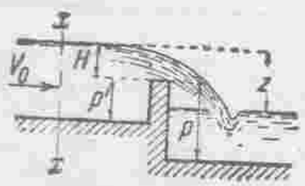
где g есть ускорение силы тяжести, равное 9,81 *м/сек*², b — длина водослива, H — напор на водосливе, т. е. возвышение уровня верхнего бьефа над порогом водослива.

Для незатопленного водослива с тонкой стенкой (Базен) (фиг. 10)

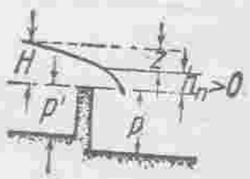
$$m = \left(0{,}405 + \frac{0{,}003}{H}\right) \cdot \left[1 + 0{,}55\,\frac{H^2}{(H+p')^2}\right].$$

При учете скорости прохода v_0 в указанные формулы вместо величины H вставляется

$$H_0 = H + \frac{v^2}{2g}.$$



Фиг. 10.



Фиг. 11.

Водослив считается затопленным, когда уровень нижнего бьефа находится выше гребня ($h > 0$, фиг. 11) и когда величина относительного перепада $\frac{H - h_n}{p}$ меньше 0,7.

Коэфициент расхода для затопленного водослива с тонкой стенкой:

$$m_0 = m \cdot 1{,}05\left(1 + 0{,}2\,\frac{h_n}{p}\right)\sqrt[3]{\frac{z}{p}},$$

где m есть коэфициент расхода незатопленного водослива. Величина

$$\sigma = \left(1 + 0{,}2\,\frac{h_n}{p}\right)\sqrt[3]{\frac{z}{p}}$$

называется коэфициентом затопления.

Таблица значений коэфициента расхода m для незатопленного водослива с тонкой стенкой (для формулы Базена)

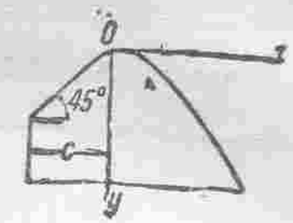
Напор H в *м*	Высота стенки водослива p' в *м*					
	0,20	0,40	0,60	1,00	2,00	∞
0,05	0,453	0,451	0,449	0,449	0,448	0,448
0,10	0,459	0,442	0,437	0,434	0,432	0,432
0,15	0,469	0,444	0,435	0,430	0,427	0,426
0,20	0,480	0,447	0,436	0,428	0,423	0,421
0,25	0,490	0,453	0,439	0,429	0,422	0,419
0,30	0,500	0,460	0,443	0,430	0,421	0,417
0,40	—	0,472	0,451	0,433	0,421	0,414
0,50	—	0,482	0,459	0,437	0,421	0,412
0,60	—	0,490	0,466	0,441	0,421	0,409
0,70	—	0,498	0,473	0,446	0,423	0,408

Таблица значений коэфициента σ для затопленных водосливов

$\frac{z}{p}$	$\frac{h_n}{p}$																	
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,100	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
0,05	1,05	0,84	0,74	0,68	0,64	0,58	0,54	0,52	0,50	0,48	0,47	0,46	0,46	0,45	0,45	0,44	0,44	0,43
0,10	1,05	0,93	0,85	0,80	0,76	0,70	0,66	0,64	0,61	0,60	0,58	0,57	0,57	0,56	0,55	0,54	0,54	0,54
0,15	1,05	0,96	0,90	0,86	0,82	0,77	0,74	0,71	0,69	0,67	0,66	0,65	0,64	0,63	0,63	0,62	0,62	0,61
0,20	1,05	0,98	0,94	0,90	0,87	0,82	0,79	0,76	0,74	0,72	0,71	0,70	0,69	0,69	0,68	0,67	0,67	0,67
0,25	1,05	1,00	0,96	0,92	0,90	0,86	0,82	0,80	0,78	0,77	0,75	0,75	0,74	0,73	0,72	0,72	0,72	0,71
0,30	1,05	1,01	0,97	0,94	0,92	0,88	0,85	0,83	0,81	0,80	0,79	0,78	0,77	0,77	0,76	0,75	0,75	0,75
0,35	1,05	1,01	0,98	0,96	0,94	0,90	0,88	0,86	0,84	0,83	0,82	0,81	0,80	0,80	0,79	0,79	0,79	0,78
0,40	1,05	1,02	0,99	0,97	0,95	0,92	0,90	0,88	0,87	0,85	0,84	0,84	0,83	0,82	0,82	0,81	0,81	0,81
0,45	1,05	1,02	1,00	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,89	0,87	0,87	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,84
0,50	1,05	1,03	1,01	0,99	0,98	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,87	0,87	0,86	0,86	0,86
0,55	1,05	1,03	1,01	1,00	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,90	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88
0,60	1,05	1,03	1,02	1,00	0,99	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90	0,90	0,90	0,90	0,89
0,65	1,05	1,04	1,02	1,01	1,00	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,93	0,92	0,92	0,92	0,91	0,91	0,91
0,70	1,05	1,04	1,02	1,01	1,00	0,99	0,98	0,96	0,96	0,95	0,94	0,94	0,94	0,93	0,93	0,93	0,93	0,92
Значение коэфициента σ при наличии прыжка	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,00	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,95	0,94	0,94	0,93	0,93	0,92	0,92

Из многочисленных типов практических профилей водосливов наибольшее распространение получили профили Криджера (фиг. 12 и 13), координаты которых даны в нижеследующих таблицах, построенных для напора $H = 1$ (все величины, следовательно, надо множить на напор H).

Фиг. 12.



Фиг. 13.

x	y для фиг. 12			y для фиг. 13		
	Очертание тела водослива	Очертание струи		Очертание тела водослива	Очертание струи	
		внешняя поверхность	внутренняя поверхность		внешняя поверхность	внутренняя поверхность
0,0	0,126	— 0,831	0,126	0,043	— 0,781	0,043
0,1	0,026	— 0,803	0,036	0,010	— 0,756	0,010
0,2	0,007	— 0,772	0,007	0,000	— 0,724	0,000
0,3	0,000	— 0,740	0,000	0,005	— 0,689	0,005
0,5	0,007	— 0,702	0,007	0,023	— 0,648	0,023
0,6	0,060	— 0,620	0,063	0,090	— 0,552	0,090
0,8	0,142	— 0,511	0,153	0,189	— 0,435	0,193
1,0	0,257	— 0,380	0,267	0,321	— 0,293	0,333
1,2	0,397	— 0,219	0,410	0,480	— 0,120	0,500
1,4	0,565	— 0,030	0,590	0,665	— 0,075	0,700
1,7	0,870	0,305	0,920	0,992	— 0,438	1,05
2,0	1,22	0,693	1,31	1,377	0,860	1,47
2,5	1,96	1,50	2,10	2,14	1,71	2,34
3,0	2,82	2,50	3,11	3,06	2,76	3,39
3,5	3,82	3,66	4,26	4,08	4,00	4,61
4,0	4,93	5,00	5,61	5,24	5,42	6,04
4,5	6,22	6,54	7,15	6,58	7,07	7,61

Расход через водослив практического профиля определяется формулой:

$$Q = m b_c \sqrt{2g} \left(H + \frac{v_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Здесь v_0 есть скорость подхода; b_c — эффективная длина водослива, определяемая формулой:

$$b_c = b - 0{,}1 \cdot n \cdot H,$$

где n есть число отдельных сжатий устоями и быками (для однопролетного водослива $n = 2$), b — полная длина водослива.

Коэфициенты расхода для вышеуказанных профилей Криджера будут:

для вертикальной передней грани $m = 0{,}49$,

для скошенной под углом в 45° передней грани $m = 0{,}48$.

Расход через затопленный водослив практического профиля определяется формулой:

$$Q_0 = \sigma_1 \cdot Q,$$

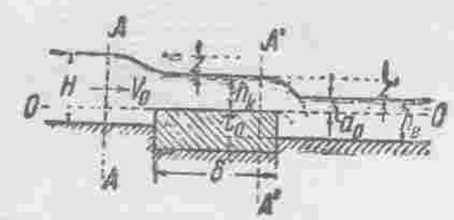
где Q есть расход через незатопленный водослив, σ_1 — коэфициент затопления, определяемый в зависимости от относительного затопления $\frac{h_n}{H}$ по следующей таблице:

$\frac{h_n}{H}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
σ_1	0,991	0,983	0,972	0,956	0,937	0,907	0,856	0,778	0,621	0,000

Водосливы с широким порогом имеют место тогда, когда ширина порога превышает напор более чем в два раза. Они бывают двух типов:

1. Незатопленные водосливы (фиг. 14), в них имеются два перепада Z и Z'. На самом пороге устанавливается глубина h_k — критическая глубина, которая определяется по формуле:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} = \frac{v^2}{g}.$$



Фиг. 14.

Расход через эти водосливы определяется по формуле:

$$Q = mb\sqrt{2g}\, H_0^{\frac{3}{2}},$$

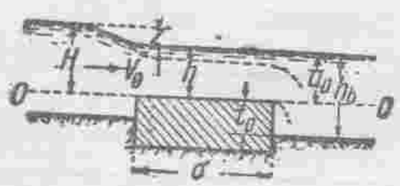
где $H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}$ есть гидродинамический напор, а m — коэфициент расхода, который зависит от типа порога и может быть взят из следующей таблицы:

Тип порога	Коэфициент расхода μ	Коэфициент скорости φ
С закругленным входным ребром (плавный вход) . . .	0,35	0,92
Без закругления ребра (неплавный вход)	0,32	0,85

2. Незатопленные водосливы (фиг. 15), в них имеется только один перепад Z, а глубина h на пороге равна естественной глубине за порогом.

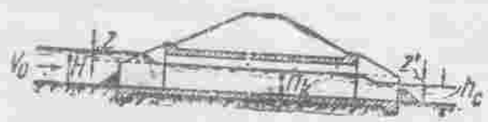
Расход определяется по формуле:

$$Q = \varphi bh\sqrt{2g(H_0 - h)}.$$



Фиг. 15

8. Расчет отверстий открытых мостиков и безнапорных труб (фиг. 16 и 17)



Фиг. 16.

Фиг. 17.

Гидравлический расчет этих сооружений основан на принципе водослива с широким порогом, и они делятся на затопленные и незатопленные. При расчете исходят из наибольшей допустимой скорости под мостом или в трубе, так, например:

Плотно-глинистый грунт	$v = 1{,}9$	*м/сек*
Одиночная мостовая	$v = 2{,}5$	„
Двойная мостовая	$v = 3{,}5$	„
Каменный лоток	$v = 4{,}75$	„
Деревянный лоток	$v = 6{,}60$	„

При незатопленном сооружении ширина отверстия определяется по формуле для незатопленного водослива:

$$b = \frac{Q}{\varepsilon}\,\frac{g}{v^3},$$

где ε — коэфициент сжатия и принимается

для малых мостиков	0,85—0,90,
для труб с откосными крыльями	0,90—0,95.

Для затопленного сооружения $b = \frac{Q}{\varepsilon h v}$.

9. Движение в трубопроводах

Уравнение равномерного движения:

$$h_w = \frac{\tau}{\gamma} R I,$$

где h_w есть потерянная энергия между двумя сечениями,

τ — среднее удельное сопротивление потока на стенке (т. е. сопротивление от трения, приходящееся в среднем на квадратную единицу стенки),

γ — вес единицы объема жидкости,

R — гидравлический радиус $= \frac{\omega}{\chi}$, где ω — площадь поперечного сечения трубы и χ — смоченный периметр,

I — гидравлический уклон или потеря напора на единицу длины.

Величина τ зависит от того, будет ли движение ламинарное или турбулентное. Ламинарным движением называется такое, при котором струйки движутся параллельно друг другу, не перемешиваясь между собою; оно имеет место тогда, когда скорость движения жидкости v меньше так называемой нижней критической скорости $v_{кр}$, определяемой по формуле:

$$v_{кр} = \frac{R_e}{D} \cdot \frac{\mu}{\rho},$$

где R_e есть так называемое число Рейнольдса для круглых труб с гладкими стенками, равное примерно 2000—2320, D — диаметр

трубы (должен быть взят в сантиметрах); μ — коэфициент вязкости, ρ — плотность (отношение $\frac{\mu}{\rho}$ называется кинематической вязкостью).

Турбулентным движением называется беспорядочное движение, когда отдельные частицы движутся по самым разнообразным, неупорядоченным траекториям. Турбулентное движение имеет место тогда, когда скорость движения жидкости v больше так называемой верхней критической скорости $v_{кр}'$, равной приближенно 1,3 $v_{кр}$.

Для ламинарного движения $\frac{\tau}{\gamma} = b\,v$,

» турбулентного » $\frac{\tau}{\gamma} = b_1 v^2$,

где b и b_1 суть основные коэфициенты, определяемые опытным путем, а v — средняя скорость движения жидкости в трубе.

В водопроводной практике приходится иметь дело всегда с турбулентными движениями, поэтому основная формула равномерного движения принимает следующий вид:

$$h_w = b_1 v^2 R I.$$

Из этой формулы путем преобразования получаются следующие три формулы:

1) $v = C\sqrt{RI}$ (формула Шези),

2) $h_w = \lambda \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$ (формула Вейсбаха),

3) $h_w = \frac{Q^2}{\gamma' D^5}$ (водопроводная),

где C, λ, γ' суть коэфициенты, полученные эмпирическим путем различными исследователями, L — длина трубы (в метрах), D — диаметр (в метрах).

Наиболее распространенными формулами, по которым эти коэфициенты вычисляются в СССР, являются нижеследующие:

10. Формула Маннинга:

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}},$$

где R есть гидравлический радиус трубы в метрах, а n — величина, определяющая шероховатость материала, из которого сделана труба.

Таблица значений C для формулы Маннинга

R м \ n	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	60,7	46,7	35,2	30,4	24,3	20,2	17,6	15,2
0,06	62,6	48,2	36,3	31,3	25,0	20,9	18,2	15,6
0,07	64,2	49,4	37,2	32,1	25,7	21,4	18,6	16,0
0,08	65,6	50,5	38,0	32,8	26,2	21,9	19,0	16,4
0,10	68,1	52,4	39,5	34,0	27,2	22,7	19,7	17,0
0,12	70,2	54,1	40,7	35,1	28,1	23,4	20,4	17,5
0,14	72,1	55,6	41,8	36,0	28,8	24,0	20,9	18,0
0,16	73,6	56,7	42,7	36,8	29,4	24,5	21,3	18,4
0,18	75,2	57,9	43,6	37,6	30,1	25,1	21,8	18,8
0,20	76,5	58,9	44,4	38,2	30,6	25,5	22,2	19,1
0,22	77,7	59,8	45,1	38,8	31,1	25,9	22,5	19,4
0,24	78,8	60,7	45,7	39,4	31,5	26,3	22,9	19,7
0,26	79,9	61,5	46,3	39,9	32,0	26,6	23,2	20,0
0,28	80,9	62,3	46,9	40,4	32,4	27,0	23,5	20,2
0,30	81,8	63,0	47,4	40,9	32,7	27,3	23,7	20,4
0,35	83,9	64,6	48,7	42,0	33,6	28,0	24,3	21,0
0,40	85,8	66,1	49,8	42,9	34,3	28,6	24,9	21,4
0,45	87,5	67,4	50,7	43,8	35,0	29,2	25,4	21,9
0,50	89,1	68,6	51,7	44,6	35,6	29,7	25,8	22,3
0,55	90,5	69,7	52,5	45,3	36,2	30,2	26,2	22,6
0,60	91,8	70,7	53,2	45,9	36,7	30,6	26,6	22,9
0,65	93,1	71,7	54,0	46,6	37,2	31,0	27,0	23,3
0,70	94,2	72,5	54,6	47,1	37,7	31,4	27,3	23,6
0,80	96,4	74,2	55,9	48,2	38,6	32,1	28,0	24,1
0,90	98,3	75,7	57,0	49,1	39,3	32,8	28,5	24,6
1,00	100,0	77,0	58,0	50,0	40,0	33,3	29,0	25,0
1,10	101,6	78,2	58,9	50,8	40,6	33,9	29,5	25,4
1,20	103,1	79,4	59,8	51,5	41,2	34,4	29,9	25,8
1,30	104,5	80,5	60,6	52,2	41,8	34,8	30,3	26,1
1,50	107,0	82,4	62,1	53,5	42,8	35,7	31,0	26,7
1,70	109,2	84,1	63,3	54,6	43,7	36,4	31,7	27,3
2,00	112,0	86,2	65,0	56,0	44,8	37,3	32,5	28,0
2,50	116,5	89,7	67,6	58,2	46,2	38,8	33,8	29,1
3,00	120,0	92,4	69 6	60,0	48,0	40,0	34,8	30,0

11. Формула Дарси:

$$\lambda = 0{,}02\left(1 + \frac{1}{40D}\right),$$

где D берется в метрах. Для труб, бывших в употреблении, величину λ нужно умножить на коэфициент загрязнения σ, значения которого берутся из нижеприводимой таблицы.

Таблица значений λ по формуле Дарси для чистых и грязных труб, с поправкой на загрязнение

D	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50
$\lambda_{чист}$	0,0250	0,0232	0,0224	0,0216	0,0213	0,0210
σ	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5
$\lambda_{грязн}$	0,0500	0,0441	0,0403	0,0367	0,0341	0,0315

12. Формула Лянга:

$$\lambda = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{Vd}},$$

где коэфициент α зависит от шероховатости трубы, а β — от температуры (для $t = 10°$: $\beta = 0{,}0020$; для $t = 20°$: $\beta = 0{,}0018$).

Значения коэфициента α следующие:

а) для новых труб с весьма гладкой поверхностью (оловянных, свинцовых)... $\alpha = 0{,}009 - 0{,}010$,

б) для новых или очень хорошо очищенных труб с весьма незначительными шероховатостями (новые чугунные)... $\alpha = 0{,}020$,

в) для труб негладких, бывших в употреблении...

$$\alpha = 0{,}2\,\frac{d}{d_0}\ldots,$$

где d — первичное значение диаметра, а d_0 — диаметр после загрязнения.

13. Формула Биля:

$$\lambda = 0{,}0785\left(a + \frac{2c}{\sqrt{d}} + \frac{2b}{V\sqrt{d}}\,\frac{\mu}{\gamma}\right),$$

где V должно быть взято в метрах, a есть постоянное число, равное 0,12, b и c — коэфициенты шероховатости, которые берутся из следующей таблицы:

Степень шероховатости	c	b
Для очень гладких стенок (медь, стекло и т. д.)	0,0064	0,95
Для гладких стенок (оцинкованные трубы, строганые доски и т. д.)	0,018	0,71
Для негладких стенок (обыкновенные чугунные трубы, деревянные трубы, покрытые пылью)	0,036	0,46
Для нестроганых досок, гладкого камня, бетона	0,054	0,27
Для кладки обыкновенного камня, кирпича.	0,072	0,27

14. Формула Блязиуса для новых труб:

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{R_e}},$$

где R_e — число Рейнольдса.

15. Формула Фламана:

$$I = 0{,}00092\,\frac{V^{1,75}}{D^{1,25}}$$

Для вычислений по этой формуле следует пользоваться номограммой, изображенной на фиг. 18.

16. Формула Скобея:

Для деревянных труб наибольшей распространенностью пользуется формула Скобея:

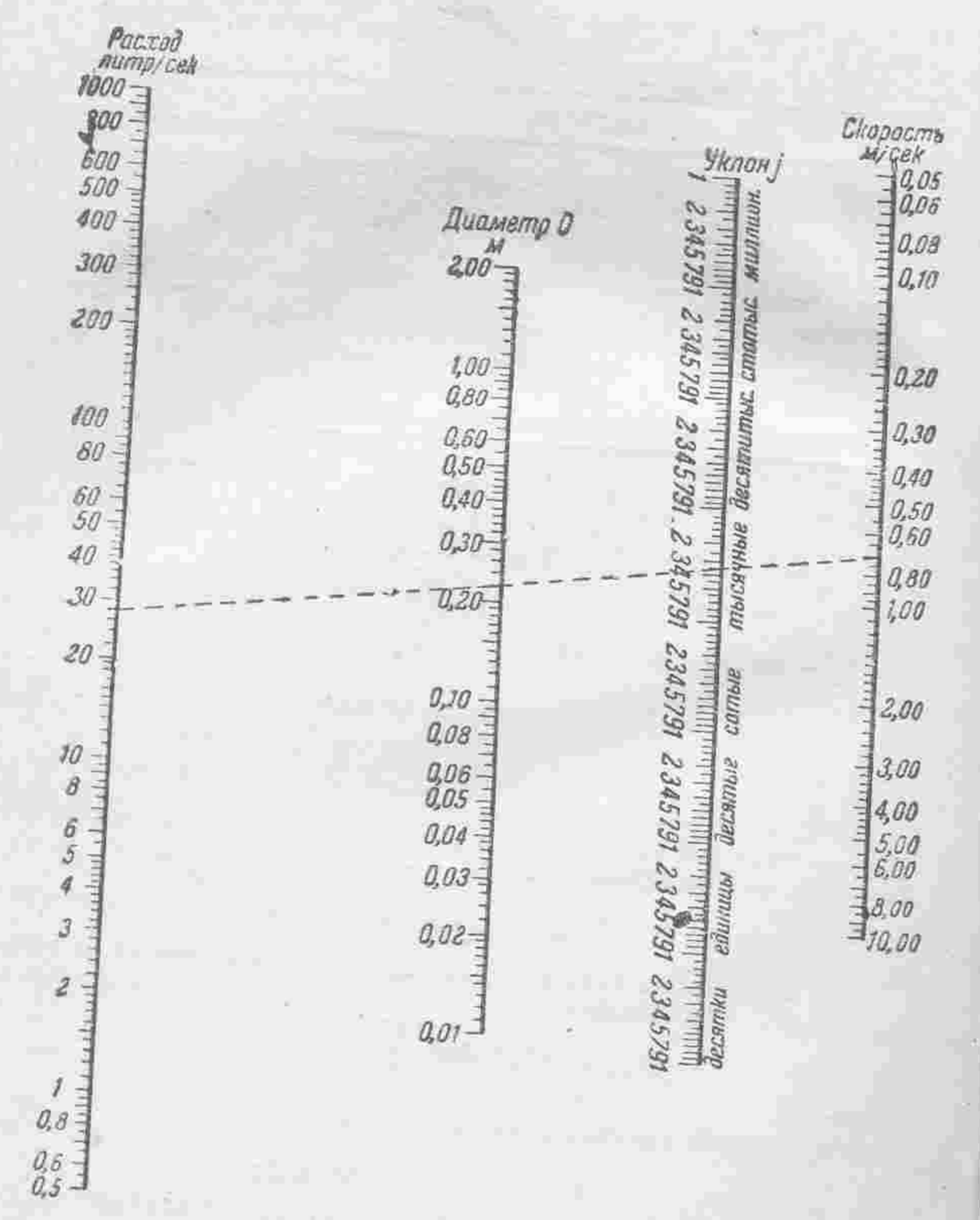
$$I = 0{,}000885\,\frac{V^{1,8}}{D^{1,17}},$$

причем V и D следует брать в метрах.

17. Модуль расхода

Модулем расхода называется расход, пропускаемый трубой или каналом, если гидравлический уклон равен единице. Обозначается он через K и определяется по формуле:

$$K = \omega c\sqrt{R},$$



Фиг. 18.

где c — коэфициент в формуле Шези, определяемый из даваемой ниже таблицы или из формул Базена и Куттера. Пользуясь модулем расхода, можно вычислить расходы по формуле:

$$Q = K\sqrt{I_h},$$

где I_h — гидравлический уклон $\frac{h_w}{L}$, причем h_w определяется по формуле:

$$h_w = \frac{LQ^2}{K^2}.$$

Значение K можно взять из следующей таблицы, где c вычитано по формуле Маннинга.

Таблица значений K, где C вычислено по формуле Маннинга

D мм	Чистые трубы		Грязные трубы		Нормальные трубы	
	$K \cdot 10^{-3}$ л/сек	$K^2 \cdot 10^{-3}$ л/сек	$K \cdot 10^{-3}$ л/сек	$K^2 \cdot 10^{-3}$ л/сек	$K \cdot 10^{-3}$ л/сек	$K^2 \cdot 10^{-3}$ л/сек
75	0,282	0,795	0,217	0,471	0,247	0,610
100	0,601	3,61	0,467	2,21	0,534	2,85
125	1,11	12,3	0,842	7,07	0,962	9,25
150	1,79	32,1	1,37	18,8	1,57	24,6
175	2,73	74,5	2,08	43,3	2,37	56,2
200	3,89	151	2,97	88,2	3,40	116
225	5,31	282	4,06	165	4,62	213
250	7,05	496	5,38	289	6,12	374
300	11,4	1290	8,72	760	10,00	1000
400	24,7	6100	18,9	3570	21,5	4620
500	44,5	19800	33,9	11600	38,7	14900
	м³/сек	м³/сек	м³/сек	м³/сек	м³/сек	м³/сек
600	0,0727	0,0528	0,0555	0,0308	0,0635	0,0403
700	0,109	0,118	0,0838	0,0704	0,0957	0,0916
800	0,156	0,243	0,119	0,141	0,137	0,187
900	0,214	0,458	0,164	0,268	0,187	0,350
1000	0,283	0,801	0,217	0,471	0,248	0,615
1200	0,462	2,13	0,353	1,24	0,403	1,62
1400	0,696	4,84	0,533	2,84	0,608	3,70
1600	0,995	9,90	0,761	5,79	0,868	7,53
1800	1,36	18,5	1,04	10,8	1,19	14,2
2000	1,80	32,4	1,38	19,1	1,57	24,7

18. Местные потери напора

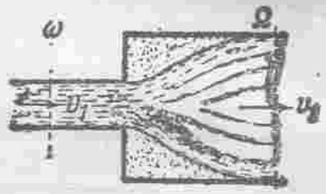
При внезапном изменении скорости по величине или по направлению жидкость теряет часть своей энергии. Эти потери учитываются по формуле:

$$h_W = \zeta \frac{v_2^2}{2g},$$

где v_2 есть скорость за рассматриваемым местным препятствием. Ниже даны разные случаи местных потерь.

1. Внезапное расширение струи (фиг. 19):

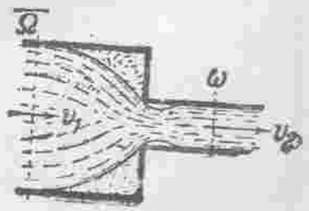
$$\zeta = \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)^2.$$



Фиг. 19.

2. Внезапное сужение (фиг. 20). Величина ζ берется из следующей таблицы (по Вейсбаху):

ω/Ω	0,01	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80
ζ	0,50	0,50	0,42	0,33	0,25	0,15



Фиг. 20.

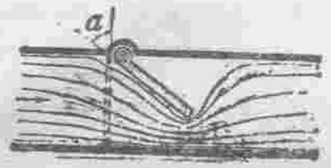
3. Случай резкого поворота (фиг. 21):

$$\zeta = 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Фиг. 21.

4 Шарнирный клапан (фиг. 22). ζ берется из следующей таблицы:

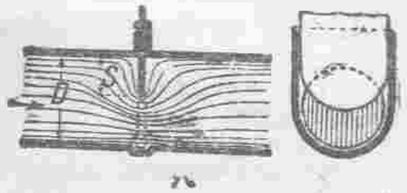
α	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°
ζ	1,7	2,3	3,2	4,6	6,6	9,5	14	20	30	42	62	90



Фиг. 22.

5. Задвижка (фиг. 23), ζ берется из следующей таблицы:

$\frac{S}{D}$	0	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8
ζ	0	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

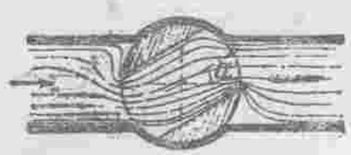


Фиг. 23.

6. Кран (фиг. 24). ζ берется из следующей таблицы:

α	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
ζ	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68

α	40°	45°	50°	55°	60°	65°	
ζ	17,3	31,2	52,6	106	206	486	



Фиг. 24.

Если труба имеет несколько местных потерь (n кранов, задвижек и т. д.), то суммарная потеря равна сумме отдельных потерь:

$$\sum h_w = \frac{v_2^2}{2g} \sum \zeta.$$

Можно также суммировать потерю на трение с местными потерями путем умножения члена $\frac{v_2^2}{2g}$ на величину ζ_s, называемую коэфициентом сопротивления системы. Имеем:

$$h_w = \zeta_s \frac{v^2}{2g},$$

где h_w — здесь вся потеря от трения и от местных препятствий.

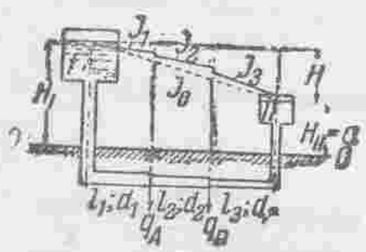
$$\zeta_s = \lambda \frac{L}{D} + \sum \zeta,$$

где λ берется по одной из указанных выше формул, L — длина трубы, а D — диаметр.

При длинных трубопроводах местные потери учитываются как определенный процент (от 5 до 10) от потерь на трение.

19. Расчет водопроводов

1. Водопровод называется простым, когда в нем не имеется боковых ответвлений. Жидкость может при этом или поступать из одного резервуара в другой, или выливаться в атмосферу. Для такого водопровода имеем следующие расчетные формулы:



Фиг. 25.

а) При истечении в нижний бак (фиг. 25):

$$H = \frac{\zeta_s \cdot v^2}{2g}.$$

б) При истечении в атмосферу:

$$H = \zeta_s \frac{v^2}{2g} + \frac{v_0^2}{2\mu^2 g},$$

где μ есть коэфициент расхода для данного типа отверстия, из которого вытекает жидкость (насадки, краны и т. д.), v_0 — выходная скорость.

Если можно пренебречь местными потерями и выходною скоростью, то предыдущую формулу можно представить в виде:

$$H = \sum \frac{LQ^2}{K^2},$$

где величина K берется из таблицы на стр. 32.

2. При сложном водопроводе имеем боковые ответвления. Расчет ведется по следующим формулам:

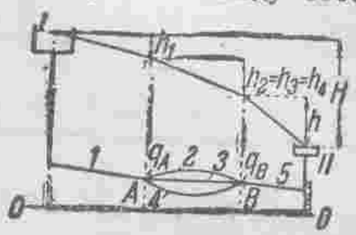
а) Расход в магистрали равен сумме расходов в ответвлении:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4.$$

б) Потери напора во всех ответвлениях равны между собой (фиг. 26):

а) $\frac{L_2 Q_2^2}{K_2^2} = \frac{L_3 Q_3^2}{K_3^2} = \frac{L_4 Q_4^2}{K_4^2}$.

b) $H = \frac{L_1 Q^2}{K_1^2} + \frac{L_2 Q_3^2}{K_2^2} + \frac{L_5 Q_4^2}{K_5^2}$.



Фиг. 26.

Сортамент существующих в СССР труб, раструбных и фланцевых, дается в следующих таблицах (см. стр. 528—531).

20. Равномерное движение в открытых руслах (лотках, каналах, реках)

Основные формулы остаются те же, что и для движения под напором в трубах.

1. $Q = \omega \cdot V$,

где ω есть площадь живого сечения, V — средняя скорость.

2. $V = C\sqrt{RI_0}$,

где R есть гидравлический радиус, I_0 — для данного случая уклон дна русла, C — коэфициент, который может быть определен по данной на стр. 518 формуле Маннинга, а также по следующей формуле Базена:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \quad (R \text{ берется в метрах}),$$

где γ есть коэфициент шероховатости. Этот коэфициент берется из нижеследующей таблицы (см. стр. 532):

Размеры трубы										Размеры раструба											Размеры фасонной части	
										Заливка свинцом												
Внутренний диаметр	Толщина стенки	Внешний диаметр	Строительная длина	Глубина заделки	Глубина центрированной части	Глубина раструба	Длина перехода трубы в раструб	Внутренний диаметр	Внешний диаметр	Толщина заливки	Цилиндрическая часть заливки	Коническая часть заливки	Полная глубина заливки	Внутреннее утолщение заливки	Толщина раструба в его конце	Ширина обода раструба	Высота уступа	Вспомогательный размер для построения	Вспомогательный размер для построения	Радиус закругления	Толщина стенки	Внутренний диаметр
D	δ	D_1	L	l_1	l_2	l	f	D_2	D_3	K	m_1	m_2	m	n	a	b	p	z	y	R	δ_1	D_4
40	7	54	2000	60	10	70	35	70	124	8	8	20	28	4	27	31	1	1	3	21	8	38
50	7	64	2000	65	10	75	35	80	136	8	8	20	28	4	28	31	1	1	3	21	8	48
75	7,5	90	3000	65	10	75	40	106	164	8	8	20	28	4	29	32	1	1	3	22	9	72
100	8	116	3000	65	15	80	40	132	192	8	8	20	28	4	30	33	1	1	5	23	10	96
125	8,5	142	3000	65	15	80	45	158	220	8	8	20	28	4	31	33	1	1	5	23	10	122
150	9	168	4000	70	15	85	45	184	250	8	8	20	28	4	33	34	1	1,5	5	24	11	146
200	10	220	4000	70	15	85	50	236	306	8	8	20	28	4	35	35	1	1,5	5	25	12	196
250	11	272	4000	75	15	90	50	288	364	8	8	20	28	4	38	36	1	1,5	5	26	13	246
300	12	324	4000	75	20	95	55	340	420	8	8	20	28	4	40	38	1,5	1,5	6	28	14	296
350	13	376	4000	80	20	100	60	396	482	10	10	25	35	5	43	39	1,5	1,5	6	31	16	344
400	14	428	4000	80	20	100	65	448	538	10	10	25	35	5	45	40	1,5	2	6	32	17	394
450	15	480	4000	85	20	105	70	500	596	10	10	25	35	5	48	41	1,5	2	6	33	18	444
500	17	534	5000	85	20	105	75	554	654	10	10	25	35	5	50	43	1,5	2	6	34	20	494
600	20	640	5000	90	25	115	80	660	770	10	10	25	35	5	55	45	2	2,5	6	38	24	592
700	23	746	5000	95	25	120	85	766	886	10	10	25	35	5	60	48	2	2,5	7	42	28	690
800	27	854	5000	100	30	130	90	878	1008	12	12	30	42	6	65	50	2,5	2,5	7	50	32	790
900	30	960	5000	105	30	135	100	984	1124	12	12	30	42	6	70	53	2,5	3	8	54	36	888
1000	34	1068	5000	110	35	145	110	1092	1242	12	12	30	42	6	75	55	2,5	3	8	55	41	986
1200	40	1280	5000	120	35	155	120	1304	1474	12	12	30	72	6	85	60	3	3,5	8	62	48	1184

Примечания. 1. Все размеры указаны в миллиметрах.

2. Нормальное рабочее давление 10 *ат*. 3. Трубы с внутренним диаметром $D = 40$ и 50 предназначаются для домовых ответвлений и разводок.

3. Трубы с внутренним диаметром $D = 200 - 1200$ временно могут изготовляться короче, согласно нормам метрического сортамента, установленного V русским водопроводным съездом, а именно: для $D = 200—300$, $L = 3000$ *мм*, и для $D = 350—1200$, $L = 3750$ *мм*.

4. Утолщение стенок фасонных частей делается за счет уменьшения внутренних диаметров. Толщина стенок, отростков у тройников и крестовин меняется в зависимости от диаметра ствола и отростка.

5. У фасонных частей уступа у перехода ствола в раструб не делается.

Размеры трубы				Размеры фланца								Размеры болтов				Размеры фасонной части		Размеры резины	
Внутренний диаметр	Толщина стен	Внешний диаметр	Длина	Диаметр окружности центриров. болта	Внешний диаметр	Толщина	Длина перехода	Высота перехода	Высота уступа	Радиус закругления	Диаметр болтового отверстия	Диаметр: По метрической шкале	Диаметр: По дюймовой шкале	Длина	Число болтов	Толщина стенки	Внутренний диаметр	Внутренний диаметр	Внешний диаметр
D	δ	D_1	L	D_2	D_3	b	f	h	p	r	d_1	d	d	l	n	δ	D	d_2	d_3
40	7	54	2000	110	144	19	40	8	1	4	15[2])	12	1/2"	55	4	8	38	44	94
50	7	64	2000	125	165	19	40	8	1	4	18	16	5/8"	60	4	8	48	54	104
75	7,5	90	2000	150	192	20	40	8	1	4	18	16	5/8"	60	4	9	72	80	130
100	8	116	3000	185	235	21	45	8	1	4	22	20	3/4"	65	4	10	96	104	158
125	8,5	142	3000	205	248	22	45	8	1	4	18	16	5/8"	65	8	10	122	130	180
150	9	168	3000	230	272	23	50	8	1	4	18	16	5/8"	65	8	11	146	158	208
200	10	220	3000	290	340	25	50	8	1	4	22	20	3/4"	75	8	12	196	208	266
250	11	272	3000	345	400	27	55	10	1	4	22	20	3/4"	80	12	13	246	256	320
300	12	324	3000	405	465	29	55	12	1,5	4	25	22	7/8"	85	12	14	296	306	378
350	13	376	3000	460	520	31	60	13	1,5	4	25	22	7/8"	90	12	16	344	356	432
400	14	428	3000	510	570	33	60	13	1,5	4	25	22	7/8"	95	16	17	394	406	482
450	15	480	3000	570	640	35	65	13	1,5	5	28[2])	24	1"	100	16	18	444	456	538
500	17	534	3000	625	695	37	65	13	1,5	5	28[2])	24	1"	105	16	20	494	506	594
600	20	640	3000	730	800	41	70	14	2	5	28[2])	24	1"	115	24	24	592	606	700
700	23	746	3000	850	930	45	75	14	2	5	33	30	1 1/8"	125	24	28	690	710	800
800	27	854	3000	960	1050	49	80	14	2,5	5	37	33	1 1/4"	135	24	32	790	810	920
900	30	960	3000	1070	1160	53	85	15	2,5	6	37	33	1 1/4"	145	32	36	888	910	1030
1000	34	1068	3000	1180	1270	57	90	15	2,5	6	37	33	1 1/4"	150	32	41	986	1010	1140
1200	40	1280	3000	1400	1500	65	100	15	3	6	44	39	1 1/2"	170	32	48	1184	1210	1350

Примечания. 1. Болтовые отверстия во фланцах фасонных частей располагаются так, чтобы при горизонтальном положении осей вертикальная плоскость, проведенная через центры фланцев, проходила в середине между отверстиями.

2. С переходом к нормальным болтам по метрической шкале диаметр болтовых отверстий $d_1 = 15$ и 28 *мм* заменяется соответственно $d_1 = 14$ и 27 *мм*.

3. Толщина стенок отростков у тройников и крестовин меняется в зависимости от диаметра ствола и отростка. Утолщение стенок делается за счет уменьшения внутреннего диаметра.

4. У фасонных частей уступа у перехода ствола к фланцу не делается.

Таблица значений γ для формулы Базена

	Род стенки	м	Фут.	Саж.
1	Очень гладкие стенки (цементная штукатурка, строганые доски) . .	0,06	0,11	0,041
2	Гладкие стенки (доски, кирпич, тесовая кладка)	0,16	0,29	0,110
3	Бутовая (чистая) кладка	0,46	0,83	0,315
4	Промежуточная категория (грубая бутовая кладка, очень правильные стенки в плотном земляном грунте, замощенные стенки)	0,85	1,54	0,58
5	Земляные стенки в обычном состоянии	1,30	2,36	0,89
6	Земляные стенки, представляющие исключительное сопротивление . .	1,75	3,17	1,20

В большом употреблении для определения C также формула Гангилье и Куттера:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{I_0}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{I_0}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}},$$

где n есть коэфициент шероховатости, который берется из следующей таблицы:

Таблица значений n в формуле Гангилье и Куттера

	Род стенки	n	$\frac{1}{n}$
1	Поверхности, покрытые эмалью или глазурью. Весьма тщательно остроганные доски, хорошо пригнанные	0,009	111,1
2	Строганые доски. Штукатурка из чистого цемента	0,010	100,0
3	Цементная штукатурка ($^1/_3$ песка). Чистые (новые) гончарные, чугунные и железные трубы, хорошо уложенные и соединенные . . .	0,011	90,9
4	Нестроганные доски, хорошо пригнанные. Водопроводные трубы в нормальных условиях, без заметной инкрустации; весьма чистые водосточные трубы, весьма хорошая бетонировка	0,012	83,3

Продолжение

	Род стенки	n	$\frac{1}{n}$
5	Тесовая кладка, весьма хорошая кирпичная кладка. Водосточные трубы в нормальных условиях; несколько загрязненные водопроводные трубы. Нестроганные доски, не вполне тщательно пригнанные	0,013	76,9
6	Загрязненные трубы (водопроводные и водосточные); средняя кирпичная кладка; бетонировка каналов в средних условиях . .	0,014	71,4
7	Грубая кирпичная кладка; каменная кладка (не тесовая) с чистой отделкой поверхностей при ровном постелистом камне. Чрезвычайно загрязненные водостоки. Брезент по деревянным рейкам	0,015	66,7
8	Обыкновенная бутовая кладка в удовлетворительном состоянии; старая (расстроенная) кирпичная кладка; сравнительно грубая бетонировка. Гладкая, весьма хорошо разработанная скала	0,017	58,8
9	Каналы, покрытые толстым, устойчивым илистым слоем; каналы в плотном лессе и плотном мелком гравии, затянутые сплошной илистой пленкой (однако в безукоризненном состоянии)	0,018	55,6
10	Очень грубая бутовая кладка; сухая кладка из крупных камней; булыжная мостовая; каналы, чисто высеченные в скале; каналы в лессе, плотном гравии, плотной земле, затянутые илистой пленкой (в нормальном состоянии)	0,020	50,0
11	Мостовая из крупного рваного камня, с резко выступающими углами; каналы в скале при посредственной обработке поверхности; каналы в плотной глине; каналы в лессе, гравии, земле, затянутые несплошной (местами прерываемой) илистой пленкой. Большие земляные каналы, находящиеся в условиях содержания и ремонта выше средних	0,0225	44,4
12	Большие земляные каналы в средних условиях содержания и ремонта и малые — в хороших. Реки и ручьи в благоприятных условиях (со свободным течением, без засорения и значительных водорослей)	0,025	40,0

Продолжение

	Род стенки	n	$\frac{1}{n}$
13	Земляные каналы: большие — в условиях ниже среднего, малые — в средних	0,0275	36,4
14	Каналы и реки в сравнительно плохих условиях (например местами с водорослями и булыжником или заметно заросшие травой, с местными обвалами откосов и т. д.) . . .	0,030	33,3
15	Каналы и реки, находящиеся в весьма плохих условиях, с неправильным профилем, значительно засоренные камнями и водорослями и пр.	0,035	28,6
16	То же — в исключительно плохих условиях (обломки скалы и крупные камни по руслу, густые корни, значительные промоины и обвалы, заросли камыша)	0,040	25,0

начения C могут быть взяты из следующей таблицы:

n	R в м \ I_0	0,000025	0,00005	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,010	0,05	38	44	51	54	56	57	58
	0,10	49	56	61	65	68	70	71
	0,20	63	70	74	77	78	79	80
	0,30	72	77	81	84	85	86	86
	0,50	83	86	88	90	91	91	91
	1,00	100	100	100	100	100	100	100
	2,00	115	111	109	107	106	105	105
	3,00	124	117	113	111	110	109	108
	5,00	134	123	118	115	113	112	111
	15,00	151	135	125	121	118	117	116
0,013	0,05	28	31	35	38	40	41	42
	0,10	36	40	44	47	49	50	51
	0,20	46	50	53	56	58	59	59
	0,30	53	57	60	63	64	64	65
	0,50	62	65	67	69	69	70	70
	1,00	77	77	77	77	77	77	77
	2,00	90	87	85	84	83	82	82
	3,00	99	94	89	88	87	86	85
	5,00	108	100	93	91	90	89	88
	15,00	125	114	102	98	96	94	92

Продолжение

n	R в м \ I_0	0,000025	0,00005	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,017	0,05	19	22	24	26	28	29	29
	0,10	25	29	32	34	35	36	36
	0,20	34	37	39	41	42	42	43
	0,30	40	43	45	46	47	47	48
	0,50	47	49	50	51	51	52	52
	1,00	58	58	58	58	58	58	58
	2,00	71	69	67	66	65	64	64
	3,00	78	74	71	70	69	68	68
	5,00	87	79	75	73	72	71	70
	15,00	105	90	83	79	77	76	75
0,020	0,05	15	18	20	21	23	23	24
	0,10	21	23	25	28	29	29	30
	0,20	28	30	32	34	35	36	36
	0,30	33	35	37	38	39	40	40
	0,50	40	41	42	43	43	44	44
	1,00	50	50	50	50	50	50	50
	2,00	61	59	57	56	56	55	55
	3,00	69	64	61	59	59	58	58
	5,00	76	70	66	63	62	61	61
	15,00	94	81	74	70	68	67	66
0,025	0,05	12	13	15	16	17	18	19
	0,10	17	18	19	20	21	22	22
	0,20	22	23	24	25	26	27	27
	0,30	26	28	29	30	30	31	31
	0,50	31	32	33	34	34	35	35
	1,00	40	40	40	40	40	40	40
	2,00	50	48	47	46	45	45	45
	3,00	56	53	51	49	48	48	47
	5,00	64	59	54	53	52	51	50
	15,00	81	71	63	59	57	56	55
0,030	0,05	10	11	12	13	13	14	14
	0,10	13	14	15	16	17	18	18
	0,20	18	19	20	21	21	22	22
	0,30	21	22	23	24	24	25	25
	0,50	25	26	27	27	28	29	29
	1,00	33	33	33	33	33	33	33
	2,00	42	41	40	40	39	38	38
	3,00	48	45	43	42	42	41	41
	5,00	56	51	47	45	44	43	43
	15,00	72	62	55	52	51	49	48

Продолжение

	R в м \ I_0	0,000025	0,00005	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,035	0,05	8	9	9	10	10	11	11
	0,10	11	12	12	13	13	14	14
	0,20	15	16	16	17	17	18	18
	0,30	18	19	19	20	20	21	21
	0,50	22	23	23	23	24	24	24
	1,00	29	29	29	29	29	29	29
	2,00	36	35	34	34	33	33	33
	3,00	42	40	38	37	36	36	36
	5,00	49	45	43	42	41	40	39
	15,00	65	56	51	47	45	44	43
0,040	0,05	6	7	7	8	8	9	9
	0,10	9	10	11	11	12	12	12
	0,20	13	14	14	15	15	16	16
	0,30	15	16	17	18	18	18	18
	0,50	19	19	20	20	21	21	21
	1,00	25	25	25	25	25	25	25
	2,00	32	31	31	30	30	29	29
	3,00	37	35	34	33	33	32	32
	5,00	44	41	39	38	37	36	35
	15,00	59	52	46	43	42	41	40

При $I_0 > 0{,}0005$ можно пользоваться сокращенной формулой Куттера:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{23n}{\sqrt{R}}} \quad \text{(в метрах).}$$

При движении по каналам скорость v вследствие опасности размыва не должна превышать определенных значений, приведенных в следующей таблице:

21. *Предельные допустимые скорости течения в зависимости от рода русла и способа его укрепления*

№ по пор.	Род русла и способ его укрепления	Предельная допустимая скорость в *м/сек*	
		по дну	средняя
1	Илистый грунт	0,10	0,15
2	Мелкий песок	0,25	0,35
3	Крупный песок, лесс, одиночная дерновка плашмя	0,60	0,80
4	Суглинки, супески	0,40—0,75	0,55—0,95
5	Гравий и мелкая галька диаметром до 25 *мм*	1,00	1,25
6	Хрящеватый грунт, галька крупная	1,20	1,50
7	Глина плотная, твердая, дерновка в стенку	1,50	1,80
8	Каменистый грунт, одиночная мостовая	2,15	2,50
9	Скальный грунт, двойная мостовая	3,10	3,50
10	Кирпичная кладка на цементе	4,00	4,50
11	Бетон, бутовая кладка, плетневые ящики с заполнением крупным камнем	4,50	5,00
12	Деревянный лоток	6,00	6,50

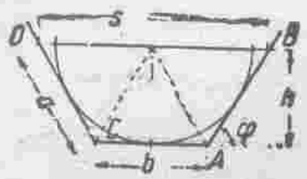
22. *Гидравлически наивыгоднейший профиль*

Гидравлически наивыгоднейшим профилем называется такой профиль, который дает наименьшую площадь живого сечения для пропуска заданного расхода, при одной и той же шероховатости и одном и том же уклоне дна. Этот профиль отличается тем, что он обладает наименьшим смоченным периметром.

Известно, что из всех геометрических фигур наименьшим периметром обладает круг. Поэтому в открытом канале гидравлически наивыгоднейший профиль будет полукруглым.

Непосредственно за полукругом следует правильный многоугольник, который, очевидно, будет тем выгоднее, чем больше число его сторон. Отсюда ясно, что при трапецоидальном профиле (половина шестиугольника) гидравлически наивыгоднейшим будет тот случай, когда угол $\alpha = 60°$, а откос $\operatorname{ctg} \alpha = 0{,}5$. При прямоугольном профиле, когда $h = 0{,}5b$, т. е. когда прямоугольник является половиной квадрата. При трапецои-

дальном профиле с заданными откосами размеры для наивыгоднейшего сечения могут быть определены по следующим формулам (фиг. 27):



Фиг. 27.

$$b = 2h\sqrt{(1+m^2} - m)$$

и гидравлический радиус $R = 0{,}5h$.

Если обозначить $\frac{b}{h}$ через β, то получим:

$$\beta = 2(\sqrt{1+m^2} - m).$$

Задаваясь различными значениями m, получим соответствующее значение β.

Таблица наивыгоднейших соотношений ширины канала по дну и глубине воды

Крутизна откосов $m = \operatorname{ctg}\alpha$	0	1/4	1/2	3/4	1	1 1/2	2	3	4
Соотношение ширины канала по дну и глубины воды $\beta = \frac{b}{h}$	2	1,56	1,24	1	0,83	0,61	0,47	0,32	0,25

23. *Гидравлический расчет канализационных труб*

Расчет ведется по формулам для открытых русел, причем в формулах Куттера или Маннинга коэфициент шероховатости n при $D < 60$ *см* принимается равным 0,012, для больших диаметров — равным 0,013 (от материала он мало зависит, так как стенки покрываются осадками).

Из профилей наиболее употребительны:

а) Круглое сечение, гидравлические элементы которого определяются из следующих формул:

$$\omega = \frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi), \qquad \chi = \frac{\varphi d}{2}; \qquad R = \frac{D}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right),$$

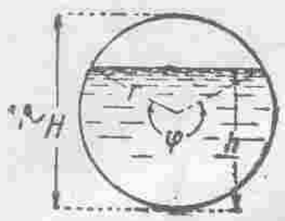
где D есть диаметр сечения, φ — центральный угол (фиг. 28).

б) Овоидальное сечение, у которого отношение полной высоты H к ширине B равно $\frac{3}{2}$ (фиг. 29).

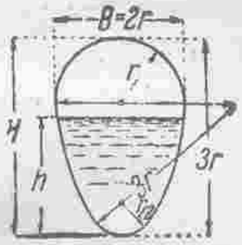
в) Лотковое сечение (фиг. 30).

Как скорость, так и расход зависят от глубины наполнения трубы h. Отношение h глубины наполнения к полной глубине наполнения H, т. е. $\frac{h}{H} = a$, называется степенью наполнения.

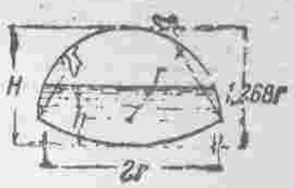
Скорость и расходы при различных глубинах наполнения могут быть взяты из следующих таблиц (для круглого и овоидального сечений).



Фиг. 28.



Фиг. 29.



Фиг 30.

Таблица относительных значений скоростей и расходов (т. е. по сравнению со скоростью v_0 и расходом Q_0 при полной глубине наполнения) при различных глубинах наполнения в круглых канализационных водостоках.

Глубина наполнения h	Гидравлический радиус R	Площадь сечения ω	Средняя скорость v	Расход Q
0,05 D	0,032 D	0,015 D^2	0,027 V_0	0,005 Q_0
0,10	0,063	0,041	0,43	0,023
0,125	0,078	0,057	0,49	0,035
0,15	0,093	0,074	0,56	0,052
0,20	0,121	0,112	0,64	0,09
0,25	0,147	0,153	0,73	0,14
0,30	0,171	0,198	0,80	0,20
0,33	0,185	0 226	0,84	0,24
0,35	0,193	0,245	0,86	0,27
0,375	0,204	0,269	0,89	0,30
0,40	0,214	0,293	0,92	0,34
0,45	0,233	0,343	0,96	0,42
0,50	0,250	0,392	1,00	0,50
0,55	0,268	0,455	1,01	0,58
0,60	0,278	0,493	1,06	0,66
0,625	0,283	0,516	1,08	0,71
0,65	0,288	0,540	1,08	0,75
0,67	0,292	0,559	1,09	0,78
0,70	0,296	0,587	1,11	0,83
0,75	0,302	0,631	1,11	0,90
0,80	0,304	0,673	1,12	0,96
0,85	0,303	0,711	1,12	0,99
0,875	0,301	0,728	1,11	1,03
0,90	0,298	0,744	1,10	1,04
0,95	0,286	0,770	1,07	1,05
1,00	0,250	0,785	1,00	1,00

Таблица относительных значений скоростей и расходов (т. е. по сравнению со скоростью v_0 и расходом Q_0 при полной глубине наполнения) при различных глубинах наполнения в овоидальных канализационных водостоках

Глубина наполнения h	Гидравлический радиус R	Площадь сечения ω	Средняя скорость v	Расход Q
0,05 D	0,031 D	0,008 D^2	0,31 V_0	0,005 Q_0
0,10	0,056	0,022	0,46	0,021
0,125	0,067	0,030	0,52	0,031
0,15	0,077	0,039	0,57	0,044
0,20	0,096	0,060	0,66	0,077
0,25	0,113	0,083	0,73	0,118
0,30	0,128	0,108	0,78	0,162
0,33	0,137	0,124	0,82	0,197
0,35	0,142	0,135	0,83	0,219
0,375	0,149	0,149	0,86	0,250
0,40	0,156	0,165	0,88	0,284
0,45	0,168	0,195	0,92	0,351
0,50	0,179	0,226	0,96	0,423
0,55	0,189	0,258	0,99	0,498
0,60	0,199	0,291	1,01	0,575
0,625	0,204	0,308	1,03	0,621
0,65	0,208	0,325	1,05	0,664
0,67	0,210	0,336	1,05	0,690
0,70	0,216	0,364	1,08	0,767
0,75	0,221	0,391	1,08	0,827
0,80	0,226	0,422	1,10	0,906
0,85	0,223	0,452	1,10	0,969
0,875	0,227	0,465	1,10	1,00
0,90	0,226	0,478	1,10	1,02
0,95	0,219	0,499	1,08	1,05
1,00	0,193	0,510	1,00	1,00

Величины V_0 и Q_0 могут быть определены по формулам:

$$V_0 = C_0 \sqrt{RI}; \qquad Q_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{RI}.$$

Если ввести коэфициенты

$$W_0 = C_0 \sqrt{R_0} \quad \text{и} \quad K_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0},$$

то формулы принимают следующий вид:

$$V_0 = W_0 \sqrt{I} \quad \text{и} \quad Q_0 = K_0 \sqrt{I}.$$

Таблица значений K_0 и W_0 для круглых и овоидальных (нормальных) сечений при коэфициенте C по сокращенной формуле Куттера и $n = 0{,}013$

Круглое			Овоидальное при отношении $\frac{H}{B} = \frac{3}{2}$		
D *см*	W_0 *м/сек*	K_0 *л/сек*	Размеры сечений в *см*²	W_0 *м/сек*	K_0 *л/сек*
20	9,64	302,8	30 × 20	10,82	497,4
25	11,26	551,7	37,5 × 25	12,66	908,8
30	12,86	908,2	45 × 30	14,43	1 523
35	14,48	1 393	52,5 × 35	16,22	2 327
40	16,12	2 028	60 × 40	18,03	3 314
45	17,76	2 825	67,5 × 45	19,48	4 427
50	19,09	3 718	75 × 50	21,31	6 119
55	20,38	4 838	82,5 × 55	22,73	7 898
60	21,70	6 132	90 × 60	24,19	10 000
65	22,97	7 913	97,5 × 65	25,59	12 420
70	24,27	9 340	105 × 70	27,03	15 210
75	25,52	11 270	112,5 × 75	28,41	18 360
80	26,81	13 490	120 × 80	29,34	21 550
90	28,94	18 410	135 × 90	32,17	29 930
100	30,99	24 350	150 × 100	34,43	42 690
110	33,09	31 480	165 × 110	37,00	51 430
120	35,07	39 660	180 × 120	38,92	64 390
130	37,04	39 090	195 × 130	40,42	78 580
140	39,05	60 100	210 × 140	42,68	92 190
150	41,02	72 470	225 × 150	44,81	115 800

Таблица значений W_0 и K_0 для лотковых сечений при коэфициенте C при сокращенной формуле Гангилье и Куттера и при $n = 0{,}013$ r в *см*; W_0 — в *м/сек*; K_0 — в *м³/сек*

r	50	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200
W_0	25,4	28,9	32,1	35,1	38,0	40,7	46,2	50,9	55,7	59,8	63,9
K_0	12,28	20,12	30,40	43,60	59,60	78,80	128,0	193,0	276,0	375,0	495,0

Максимальные скорости и расходы получаются при следующих наполнениях:

	Круглое	Овоидальное при отношении $\frac{H}{B} = \frac{3}{2}$	Лотковое
v_{max}	$h = 0{,}81H$; $\varphi = 257^1/_2{}^\circ$	$h = 0{,}85H$	$h = 0{,}81H$
Q_{max}	$h = 0{,}95H$; $\varphi = 308^\circ$	$h = 0{,}95H$	$h = 0{,}93H$

24. *Неравномерное движение в открытом русле*

Общее уравнение установившегося неравномерного движения в открытом русле:

$$I = \alpha' \frac{d}{ds}\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{C^2R},$$

где I есть уклон поверхности воды в сечении, удаленном на расстояние s от начала координат; v, R и C — скорость, гидравлический радиус и коэфициент Шези в этом сечении; $\alpha' = 1{,}1$ — коэфициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечению. Для призматического русла

$$\frac{dh}{ds} = I_0\left(1 - \frac{k_0^2}{k^2}\right) : \left(1 - \frac{jk_0^2}{k^2}\right), \text{ где } j = \frac{\alpha' C^2 I_0}{g} \cdot \frac{B}{\chi}, \; K = \omega C \sqrt{R}$$

(модуль расхода), $K_0 = \omega_0 C_0 \sqrt{R_0}$, C — коэфициент Шези; χ — смоченный периметр, $g = 9{,}81$ *м/сек*^{2} — ускорение силы тяжести. Для широкого прямоугольного русла после интегрирования получается:

$$IL : h_0 = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)\cdot[B(\eta_2) - B(\eta_1)],$$

где h_0 есть глубина равномерного движения при заданном расходе, $\eta = h : h_0$, $L = s_2 - s_1$.

Ниже приводятся таблицы функций $B(\eta)$, составленные Брессом для кривых подпора и спада.

Таблица Бресса для $\eta > 1$ (кривые подпора)

$\frac{1}{\eta}$	η	$B(\eta)$	$\frac{1}{\eta}$	η	$B(\eta)$
1,000	1,0000	—	0,825	1,2121	0,4637
0,999	1,0010	2,1834	0,800	1,2500	0,4198
0,998	1,0020	1,9523	0,775	1,2903	0,3813
0,997	1,0030	1,8172	0,750	1,3333	0,3470
0,996	1,0040	1,7213	0,725	1,3793	0,3162
0,995	1,0050	1,6469	0,70	1,4286	0,2883
0,990	1,0101	1,4159	0,65	1,5385	0,2396
0,985	1,0152	1,2807	0,60	1,6667	0,1980
0,980	1,0204	1,1848	0,55	1,8182	0,1625
0,975	1,0256	1,1105	0,50	2,0000	0,1318
0,970	1,0309	1,0497	0,45	2,2222	0.1052
0,960	1,0417	0,9539	0,40	2,5000	0,0821
0,950	1,0526	0,8795	0,35	2,8571	0,0623
0,940	1,0638	0,8188	0,30	3,3333	0,0455
0,930	1,0753	0,7675	0,25	4,0000	0,0314
0,920	1,0870	0,7231	0,20	5,0000	0,0201
0,910	1,0989	0,6839	0,15	6,6667	0,0113
0,900	1,1111	0,6489	0,10	10,0000	0,0050
0,875	1,1429	0,5749	0,05	20,0000	0,0013
0,850	1,1765	0,5146	0,00		0,0000

Таблица Бресса для $\eta < 1$ (кривые спада)

η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$
0,00	—0,6046	0,76	0,2696	0,955	0,8993
0,05	—0,5546	0,78	0,3064	0,960	0,9402
0,10	—0,5046	0,80	0,3459	0,965	0,9864
0,15	—0,4545	0,81	0,3668	0,970	1,0396
0,20	—0,4042	0,82	0,3886	0,975	1,1020
0,25	—0,3536	0,83	0,4114	0,980	1,1781
0,30	—0,3025	0,84	0,4353	0,982	1,2139
0,35	—0,2508	0,85	0,4605	0,984	1,2538
0,40	—0,1980	0,86	0,4872	0,986	1,2990
0,45	— 0,1438	0,87	0,5156	0,988	1,3511
0,50	—0,0878	0,88	0,5459	0,990	1,4125
0,52	—0,0647	0,89	0,5785	0,991	1,4480
0,54	—0,0412	0,900	0,6138	0,992	1,4876
0,56	—0,0172	0,905	0,6327	0,993	1,5324
0,58	+0,0074	0,910	0,6525	0,994	1,5841
0,60	+0,0325	0,915	0,6733	0,995	1,6452
0,62	0,0584	0,920	0,6953	0,996	1,7200
0,64	0,0851	0,925	0,726	0,997	1,8162
0,66	0,1127	0,930	0,7433	0,998	1,9517
0,68	0,1413	0,935	0,7697	0,999	2,1831
0,70	0,1711	0,940	0,7982		
0,72	0,2022	0,945	0,8289		
0,74	0,2350	0,950	0,8624		

Для параболического русла Толкмиттом получены следующие решения:

1. Для кривых подпора:

$$\frac{I_0 L}{h_0} = T(\eta_2) - T(\eta_1).$$

2. Для кривых спада:

$$\frac{I_0}{h_0} L = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)\,[T_1(\eta_2) - T_1(\eta_1)]$$

Таблица Толкмитта для $T(\eta)$ (кривые подпора)

η	$T(\eta)$	η	$T(\eta)$	η	$T(\eta)$
1,000	$-\infty$	1,20	0,948	1,80	1,740
1,005	−0,102	1,22	0,985	1,85	1,795
1,010	+0,074	1,24	1,021	1,90	1,850
1,015	0,179	1,25	1,055	2,0	1,957
1,020	0,254	1,28	1,087	2,1	2,063
1,025	0,313	1,30	1,119	2,2	2,168
1,03	0,362	1,32	1,149	2,3	2,272
1,04	0,440	1,34	1,178	2,4	2,376
1,05	0,502	1,36	1,207	2,5	2,478
1,06	0,554	1,38	1,235	3,0	2,988
1,07	0,599	1,40	1,262	3,5	3,492
1,08	0,639	1,45	1,328	4,0	3,995
1,09	0,675	1,50	1,392	4,5	4,496
1,10	0,708	1,55	1,453	5,0	4,997
1,12	0,766	1,60	1,513	6,0	5,998
1,14	0,818	1,65	1,571	8,0	7,999
1,16	0,865	1,70	1,628	10,0	10,000
1,18	0,908	1,75	1,685		

Таблица Толкмитта для $T_1(\eta)$ (кривые спада)

η	$T_1(\eta)$	η	$T_1(\eta)$	η	$T_1(\eta)$	η	$T_1(\eta)$
1,000	∞	0,92	1,166	0,82	0,922	0,55	0,561
0,995	1,889	0,91	1,133	0,81	0,904	0,50	0,506
0,990	1,714	0,90	1,103	0,80	0,887	0,45	0,454
0,985	1,610	0,89	1,075	0,78	0,854	0,40	0,402
0,98	1,536	0,88	1,049	0,76	0,823	0,35	0,351
0,97	1,431	0,87	1,025	0,74	0,794	0,30	0,300
0,96	1,355	0,86	1,002	0,72	0,766	0,20	0,200
0,95	1,296	0,85	0,980	0,70	0,739	0,10	0,100
0,94	1,246	0,84	0,960	0,65	0,676	0,00	0,000
0,93	1,204	0,83	0,940	0,60	0,617		

25. *Движение грунтовых вод*

Движение воды в грунтах подчиняется закону фильтрации Дарси:

$$v = kI$$

где $I = \frac{H}{L}$ есть пьезометрический уклон фильтрации, H—разность уровней в начале и конце пути фильтрации, k—коэфициент фильтрации, причем $v = \frac{Q}{\omega}$ — скорость фильтрации, Q — расход фильтрации, ω — сечение фильтрующего потока.

Таблица скорости фильтрации (в *м/сутки*) для песчаных грунтов при диаметре зерен $d > 5$ *мм*

d *мм*	I								
	0,0005	0,001	0,002	0,006	0,01	0,02	0,03	0,05	0,1
3	3,5	7	14	40	67	125	183	280	500
5	10	21	40	113	175	300	400	560	930
10	30	58	110	275	385	580	750	1060	1550
20	80	145	275	620	830	1800	1450	—	—
30	150	275	480	930	1220	—	—	—	—
40	250	450	710	1240	—	—	—	—	—

Значение коэфициента k для некоторых грунтов в *см/сек*.

Песчаный грунт с небольшой примесью глины . . 0,006—0,007
Песчано-глинистый грунт . . . . . 0,003—0,004
Проницаемые глинистые грунты 0,001

Значения эти могут быть рассматриваемы как максимальные, и в практике они нередко бывают гораздо ниже.

IV. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

1. *Насосы*

Существуют следующие основные типы: 1) поршневые насосы, 2) центробежные, 3) работающие сжатым воздухом, давлением пара или газа, 4) водоструйные.

Поршневые насосы

По способу их действия могут быть классифицированы на следующие группы:

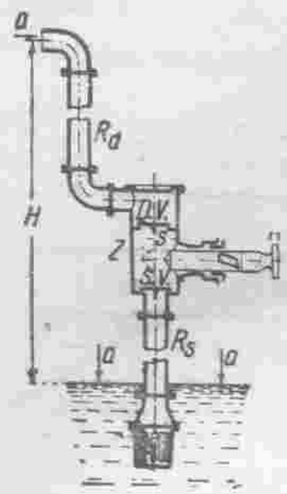
а) Насосы простого действия. Изготовляются обычно с плунжерными поршнями и бывают горизонтальные и вертикаль-

ные (фиг. 31, L—цилиндр, DV—нагнетательный клапан, SV—всасывающий клапан и D—плунжер).

Расход

$$Q=\frac{F\cdot S\cdot n}{60},$$

где $F=\frac{\pi D^2}{4}$—площадь поршня, S — ход поршня, n—число об/мин.



Фиг. 31.

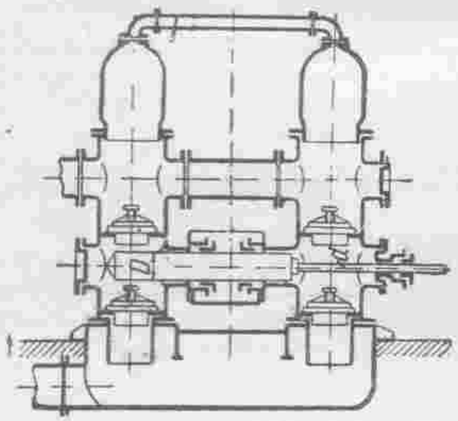
б) Насосы двойного действия получаются путем соединения двух насосов ординарного действия, причем могут быть изготовлены с двумя плунжерами или с одним общим (фиг. 32). Расход

$$Q=\frac{(2F-f)\,Sn}{60},$$

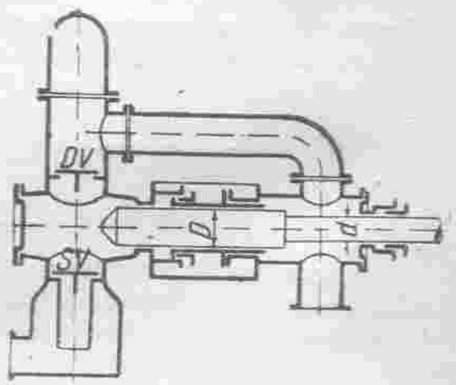
где $f=\frac{\pi d^2}{4}$.

в) Диференциальные насосы—когда при правом ходе насос одновременно засасывает и нагнетает, а при левом ходе только нагнетает (фиг. 33). Расход

$$Q=\frac{F\cdot S\cdot n}{60}.$$



Фиг. 32.



Фиг. 33.

Для достижения более спокойной работы насосы снабжаются воздушными колпаками.

Отношение действительного поданного объема жидкости к теоретическому носит название коэфициента наполнения насоса, каковой может быть принят равным:

$\varphi=0{,}97-0{,}99$ для больших насосов в хорошем исполнении
$\varphi=0{,}90-0{,}95$ „ средних „ „ „ „
$\varphi=0{,}85-0{,}90$ „ малых „ „ „ „

Высота всасывания зависит от величины атмосферного давления в данной местности, от давлений, которые оказывают выделяющиеся в разреженном пространстве пары воды, и от всех сопротивлений (трение, всасывающие клапаны, ускорение движущейся массы воды):

$$H_s<p_0-h_t-h_{SV}-\frac{l_sF}{gF'_s}\,b_0-\frac{v^2_{s-0}}{2g}(1+\Sigma\zeta_s),$$

где H_s — высота всасывания, p_0—атмосферное давление, h_t—давление, при котором начинается испарение перекачиваемой жидкости; оно зависит от ее температуры и для случая воды приведено в следующей таблице:

$t°$ C	0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
h_t в *м* вод. ст. (при 0°)	0,06	0,09	0,12	0,24	0,43	0,75	1,25	2,02	3,17	4,82	7,14	10,33

h_{SV}—напор, необходимый для открывания всасывающего клапана;

F'_s— площадь поперечного сечения всасывающей трубы;

l_s — расстояние от уровня воды до всасывающего клапана;

F — площадь поперечного сечения поршня;

b_0 — ускорение поршня при его мертвом положении;

V_s — скорость воды во всасывающей трубе; может быть выбрана: для короткой трубы $V_s=1$ *м/сек*, а для длинной трубы $V_s=0{,}5$ *м/сек*;

ζ_s — коэфициенты сопротивления во всасывающей трубе.

Определение сопротивления при прохождении жидкости через клапан.

1. Тарельчатый клапан (фиг. 34):

$$h_k=\zeta\frac{v^2}{2g},$$

Фиг. 34.

где h_k есть потерянный напор при подъеме клапана, ζ— коэфи-

циенг сопротивления при высоте подъема клапана в пределах от 0,1 d до 0,25 d может быть определен по формуле:

$$\zeta = \alpha + \beta \left(\frac{d_1}{h}\right)^2,$$

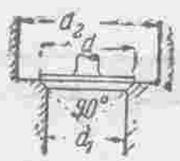
где $\alpha = 0{,}55 + 4\,\frac{b_1 - 0{,}1\,d}{d_1}$, причем b_1 есть ширина поверхности соприкосновения клапана с седлом и лежит в пределах от 0,1 d до 0,25 d, $\beta = 0{,}15 - 0{,}16$.

2. Для тарельчатых клапанов с нижними направляющими при $h =$ от 0,125 d до 0,25 d

$$\zeta = \alpha + \beta \left[\frac{d^2_1}{(\pi d^2 - is)h}\right]^2$$

где значения α получаются как и в первом примере с прибавлением величины от 0,8 до 1,6; i — число направляющих ребер; s—ширина направляющих ребер, измеренная по окружности πd_1; $\beta = 0{,}15 - 0{,}16$.

3. Конические клапаны с плоской нижней поверхностью (фиг. 35) при $h =$ от 1,1 d до 0,25 d:



$$\zeta = \alpha \pm \beta \left(\frac{d_1}{h}\right) + \gamma \left(\frac{d_1}{h}\right)^2,$$

где $\alpha = 2{,}6$; $\beta = 0{,}8$; $\gamma = 0{,}14$.

Мощность насоса определяется по следующей формуле:

Фиг. 35.

$$N = \frac{\varphi \cdot Q \cdot \gamma \cdot H}{75\eta},$$

где φ есть коэфициент наполнения (см. выше), Q — теоретический расход, γ — объемный вес жидкости, H — геометрическая высота подачи, η — общий коэфициент полезного действия, колеблющийся в пределах от 0,80 до 0,90.

Конструктивные данные. Материалом для стенок корпуса служит обычно чугун. Толщину стенок можно рассчитывать по формуле:

$S = \frac{D}{50} + 10$ *мм* для вертикальной отливки и

$S = \frac{D}{40} + 12$ *мм* для горизонтальной отливки.

(D есть диаметр наибольшей цилиндрической части отливки).

При стали можно брать соответственно:

$S = \frac{D}{70} + 14$ *мм* для вертикальной отливки и

$S = \frac{D}{60} + 16$ *мм* для горизонтальной отливки.

По Вейсбаху толщина стенок определяется по формуле:

$S = 0{,}00238\ p_t \cdot D + 9$ *мм* для чугунной отливки и

$S = 0{,}0017\ p_t \cdot D + 9$ *мм* для стальной отливки,

где p_t — внутреннее давление в *кг/см²*.

Полые цилиндры рассчитываются на внешнее давление по формуле:

$$r_a = r_t \sqrt{\frac{k}{k - 1{,}7\ p_a}} \quad (\text{при } p_a \leq 0{,}59\ k),$$

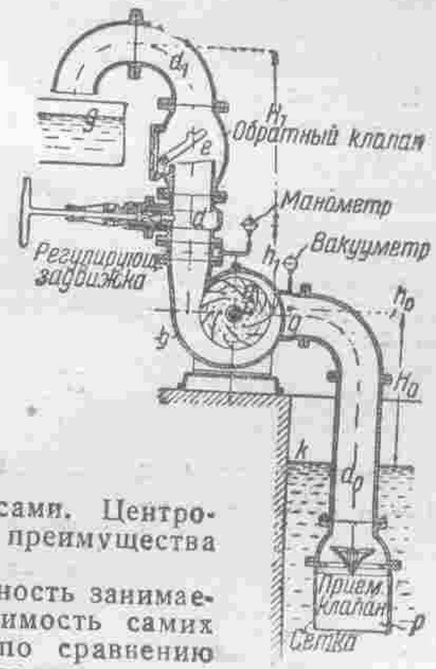
где r_a есть наружный радиус поршня (в *см*), r_t — внутренний радиус поршня (в *см*), p_a — давление жидкости в насосе (*кг/см²*), k — допускаемое напряжение на сжатие для чугуна, равное 600 *кг/см²*.

Толщина стенок $s = r_a - r_t +$ (от 3 до 5 *мм*)

Центробежные насосы

Сообщение энергии жидкости производится вращающимися лопатками рабочего колеса, причем происходит повышение как давления, так и скорости. Это колесо помещается в камере, имеющей улиткообразную форму (фиг. 36). Трубопровод, подводящий жидкость к рабочей камере, называется всасывающим, а отводящий жидкость — нагнетательным.

Необходимые условия для пуска в ход. Перед пуском насоса всасывающая труба и камера должны быть залиты жидкостью.



Фиг. 36.

Сравнение с поршневыми насосами. Центробежные насосы имеют следующие преимущества перед поршневыми:

1) малый объем и незначительность занимаемого места, вследствие чего стоимость самих установок, помещений и т. д., по сравнению с поршневыми, примерно в три раза меньше;

2) отсутствие клапанов;

3) легкость соединения с двигателем;
4) простота регулирования расхода и напора;
5) наличие установившегося движения и вследствие этого отсутствие воздушных колпаков;
6) возможность подачи грязных жидкостей.

Недостатки центробежных насосов по сравнению с поршневыми:

1) более низкий коэфициент полезного действия (на 10—15%);
2) более трудный пуск;
3) трудность по конструктивным соображениям их применения для малых расходов, особенно при больших напорах.

Классификация центробежных насосов производится по признакам:

1. По высоте подачи:
   а) насосы низкого давления (до 15 *ат*),
   б) „ среднего „ (до 40 „),
   в) „ высокого „ (свыше 40 *ат*).
2. По числу рабочих колес:
   а) одноступенчатые,
   б) многоступенчатые.
3. По способу подвода воды из рабочей камеры в напорный трубопровод:
   а) без направляющего аппарата,
   б) с направляющим аппаратом (турбонасосы).
4. По расположению вала:
   а) насосы с горизонтальным валом,
   б) насосы с вертикальным валом.

Полным манометрическим напором называется энергия, которая содержится в единице веса перекачиваемой жидкости между нагнетательным и всасывающим патрубком. Измеряется он в метрах столба перекачиваемой жидкости и может быть определен как сумма, показываемая манометром и вакуумметром:

$$H_м = M + V.$$

Гидравлическим коэфициентом полезного действия насоса называется отношение:

$$\eta_h = \frac{H_м}{H_м + H_k},$$

где H_k есть потеря энергии жидкости между манометром и вакуумметром.

$\eta_h = 0{,}6—0{,}65$ при обыкновенных насосах без направляющего аппарата,

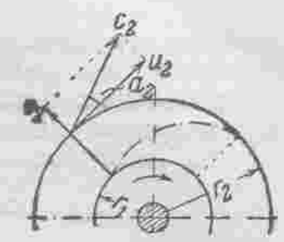
$\eta_h = 0{,}65—0{,}75$, то же, но с направляющим аппаратом,

$\eta_h = 0{,}70—0{,}85$ для насоса высокого давления.

Основное уравнение:

$$u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 = \frac{g \cdot H_м}{\eta_1},$$

где u_2 есть окружная скорость при выходе, c_2 — абсолютная скорость при выходе, α_2 — угол между c_2 и u_2, g — ускорение силы тяжести, $H_м$ — полный манометрический напор, η_1 — гидравлический коэфициент полезного действия (фиг. 37).



Фиг. 37.

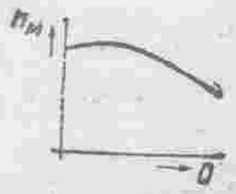
Выбор величины угла лопатки. Если обозначить через β_2 угол между касательными к лопатке в конце выхода и выходной окружности, часто называемый внешним углом, то при одинаковой окружной скорости, загнутые вперед лопатки $\beta_2 > 90°$, дают бо́льшую высоту напора, чем отогнутые назад. Однако с увеличением угла β_2 возрастает и величина абсолютной скорости c_2 при выходе, что сопровождается повышенными потерями энергии в камере и в рабочем колесе. Кроме того, при этом имеется еще тот недостаток, что колебания скорости, могущие возникнуть при регулировании насоса или при случайном изменении нагрузки, вызывают большие колебания в подаваемом расходе и напоре; поэтому предпочитают загнутые назад лопатки, несмотря на необходимость большой окружной скорости. Обычное значение β_2 = от 18 до 50°. Вперед загнутые лопатки в последнее время не встречаются. Число лопаток обыкновенно задают в пределах от 4 до 12.

Толщина лопаток из бронзы и стали 3—5 *мм*, из чугуна 6—10 *мм*.

Степень производительности насоса. Так как по обеим сторонам рабочего колеса существует разность давлений, то часть жидкости попадает обратно через зазоры между колесом и кожухом во всасывающую трубу. Поэтому расчет колеса необходимо вести на расход Q_1, больший действительного расхода, подаваемого в трубопровод, т. е. полагать $Q_1 = \frac{Q}{\mu}$, где μ зависит от существующей разности давления и колеблется в пределах от 0,90 до 0,98.

Характеристика насосов. Размеры центробежных насосов определяются по задаваемым величинам Q, H_m и числу оборотов n. Эти три величины находятся во взаимной

зависимости друг от друга. Если число оборотов n постоянно, а подаваемый расход Q уменьшается, то манометрическая высота H_m увеличивается. Зависимость между Q и H_m определяется опытным путем и изображается в виде диаграммы (фиг. 38). При изменении числа оборотов расход увеличивается прямо пропорционально, манометрическая высота — пропорционально квадрату, а мощность — пропорционально кубу числа оборотов n.



Фиг. 38.

2. Турбины

Каждая турбина состоит в основном из направляющего аппарата и из рабочего колеса, подобно рассмотренному в центробежных насосах.

Из теоремы динамики о приращении моментов количества движения получается общее уравнение работы турбины в виде:

$$u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 - u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 = \eta_h \cdot g \cdot H,$$

где η_h есть гидравлический коэфициент полезного действия турбины, g — ускорение силы тяжести, H — располагаемый напор, u_1 — окружная скорость на входном периметре, c_1 — абсолютная входная скорость, α_1 — угол касательных к месту входа на лопатку; u_2, c_2, α_2 — то же при выходе воды.

Считая $\alpha_2 \approx 90°$ (т. е. полагая абсолютную скорость вытекания c_2 приближенно параллельной оси вращения), получаем уравнение:

$$c_1 \cdot u_1 \cdot \cos \alpha_1 = \eta_h \cdot g \cdot H,$$

которое и называется основным уравнением турбин (аналогично таковому для центробежных насосов).

Основные типы турбин.

Реактивные турбины имеют следующие качества:

а) давление $p_1 > p_2$, причем обычно $p_2 < p_0$ (атмосферное давление), т. е. имеет место вакуум. Турбина использует энергию жидкости и в форме кинетической и в форме потенциальной;

б) относительная скорость W увеличивается на лопатках от W_1 до W_2 ($W_1 < W_2$);

в) вода заливает весь промежуток между лопатками и потому оказывает давление и на задние поверхности лопаток;

г) турбина всегда находится выше уровня воды в нижнем бьефе и снабжается всасывающей трубой, дающей возможность использования полного напора H;

д) имеют большую окружную скорость;

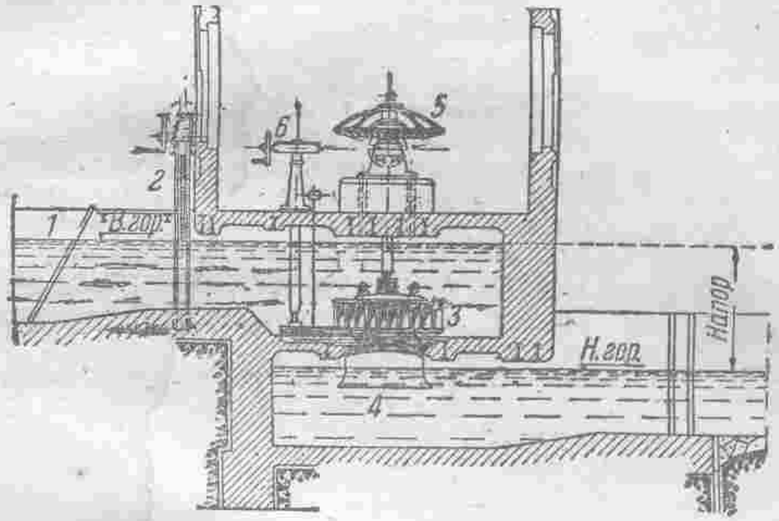
е) выгодно работают при средних и малых напорах и больших расходах.

Турбины активные. В них весь напор используется для образования входной скорости ($c_1 = \sqrt{2gH}$). Свойства их:

а) давление p_1 над колесом и p_2 под колесом равны;

б) относительная скорость W постоянна;

в) вода течет на лопатки слоем определенной толщины и не прикасается к задним сторонам соседних лопаток;



Фиг. 39.

г) колеса расположены на известной высоте над нижним уровнем воды, вследствие чего теряется часть напора.

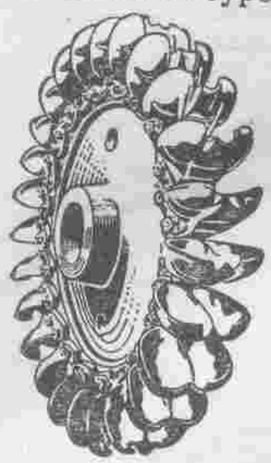
Из реактивных турбин рассмотрим турбины Френсиса и Каплана.

1. Турбины Френсиса (фиг. 39). Обозначения: *1* — решетка для очистки воды, *2* — шибер для закрывания воды, *3* — направляющий венец, *4* — всасывающая труба, *5* — коническая зубчатая передача, *6* — ручной регулятор. Область применения турбины Френсиса — от самых небольших напоров до напоров в 270 *м*. Они имеют радиальный внешний впуск по всей окружности и осевой выпуск, что дает конструкции компактность; вследствие этого эти турбины и получили широкое распространение. Турбины Френсиса бывают горизонтального и вертикального типа. Наличие всасывающей трубы дает возможность использовать полный напор. Для напоров до 2 *м* вал делается всегда вертикальным, для больших же напоров вертикальность или горизонтальность зависит от местных условий. В мощных установках и при непосредственном соединении турбины с генератором электрического тока предпочитается вер-

тикальный вал ввиду более высокого коэфициента полезного действия.

2. Турбины Каплана применяются при напорах до 20 *м*, имеют тоже радиальный впуск и осевой выпуск воды, но турбинное колесо заменяется пропеллером с 2—4 лопастями, не имеющим никакого внешнего венца.

Из активных турбин наибольшее распространение имеет турбина Пельтона. Вода к ней подводится по трубе, оканчивающейся насадкой круглого или прямоугольного сечения. Для прямоугольной струи форма лопаток представляет два полуцилиндра, а для круглых — два полуэллипса (фиг. 40). Выход воды — на всей периферии. Преимущество перед турбиной Френсиса — возможность достижения большого числа оборотов.



Фиг. 40.

Коэфициент быстроходности турбины. Для турбины мощностью N *л. с.*, работающей под напором H, коэфициентом быстроходности n_s называется то число оборотов воображаемой турбины, геометрически подобной данной, которое при напоре в 1 *м* дает мощность в 1 *л. с.* Он выражается формулой:

$$n_s = \frac{n \cdot \sqrt{N}}{H \cdot \sqrt[4]{H}}.$$

где n_s есть рабочее число оборотов в минуту, N — потребная мощность, H — располагаемый напор.

Коэфициент быстроходности для различных видов турбин.

Турбины Френсиса:

а) тихоходные $n_s = 50—150$

б) нормальные $n_s = 150—250$

в) быстроходные $n_s = 250—500$

Турбины Каплана $n_s = 450—1000$ и выше

„ Пельтона $n_s = 20—40$ (значительно уменьшается с увеличением диаметра рабочего колеса).

В турбинах Френсиса и пропеллерных от коэфициента быстроходности зависит возможность образования кавитации, т. е. образования пустого пространства на концах лопаток вследствие сильного понижения давления, причем начинается кипение воды. Для избежания кавитации величина

$$\frac{H_a - H_s}{H} = \sigma$$

не должна опускаться ниже определенного наименьшего значения. В этой формуле H_a означает высоту, соответствующую давлению воздуха, минус давление паров кипящей воды; эта высота может быть принята равной приближенно 10 [*м*]—0,0012 h, где h есть высота места установки над уровнем моря, H_s означает расстояние по вертикали от самого низкого положения уровня нижнего бьёфа до самого высокого места выхода из рабочего колеса. Зависимость σ_{min} от величины n_s дана в следующей таблице

n_s	Турбины Френсиса						Пропеллерные			
	80 и меньше	100	200	300	400	500	500	600	700	800
σ_{min}	0,04	0,05	0,1	0,2	0,4	0,7	0,6	0,8	1,5	2,1

Формулы для приближенного определения размеров рабочего колеса. Для турбины Френсиса и пропеллерных:

при $n_s > 300$ $D = \sqrt{Q : 1{,}6 \sqrt{H}}$

„ $n_s = 300$ $D = 80 \sqrt{H} : n$

„ $n_s = 250$ $D = 70 \sqrt{H} : n$

„ $n_s = 200$ $D = 60 \sqrt{H} : n$

„ $n_s = 100$ $D = 50 \sqrt{H} : n$,

где Q есть расход, H — напор, n — число оборотов турбины в минуту.

Для колеса Пельтона $D =$ от 36 до 40 $\sqrt{H} : n$.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсолютное удлинение 432
Абсолютный вес газов 211
Абсолютный коэфициент вязкости 496
Азотная кислота (таблицы) 339, 340
Алгебра векторная (таблицы формул) 150—153
Американские меры 24
Аммиака удельные веса 343
Аналитическая геометрия, таблицы основных формул 118—132
Английские меры 23, 24
Английские фунты в килограммы и обратно 48
Архимеда закон 500
Аршины, вершки в метрические меры 32
Аршины квадратные в метры квадратные и обратно 37
Аршины кубические в метры кубические и обратно 40
Атмосфера „новая" (техническая) 499
— „старая" (физическая) 499
Атмосферы состав 325

Бабине формула измерения высоты 222
Базена формула 158, 527
Балки неразрезные 449
Барометра отсчета поправка на капиллярность 220
Бернулли уравнение 502
Бидона формула 506
Биля формула 520
Биномиальных коэфициентов таблица 95
Блязиуса формула 521
Больцмана уравнение внутреннего трения 229
Большая калория 239
Борда насадка 507
Боттона шкала твердости 261
Бочек объемы 106
Бресса таблица для кривых подпора 542
— — — — спада 543

Ван-дер-Ваальса уравнение 231
Ведра в литры и обратно 42
Вейсбаха формула 506, 518
Векторная алгебра (таблица формул) 150—153
Векторная функция 154
— — , ее производная 154
Вентури насадка 507
Версты в километры 25
Версты квадратные в километры квадратные и обратно 34
Веса меры 43
Веса приведение к пустоте 211
Вина закон 210
Виртуальных перемещений принцип 394
Внутреннее трение 229
Внутреннего трения коэфициент 229, 496
Вода для промышленных и хозяйственных целей 329
— — технических целей 328
— питьевая 328
Водоизмещения центр 500
Водосливы 510
Вода, ее физические и химические свойства 326

Воды температура, плотность, объем 235
— плотность 495
Воздух 325
— составные части 223
Вращения тела 105, 106
Время и его измерение 348, 349
Времени таблицы уравнения 350
Высота давления приведенная 498
— пьезометрическая 498
Вязкости абсолютной коэфициент 496
— кинематический коэфициент 497

Газовая постоянная, удельная 231
— — универсальная 231
Гангилье и Куттера формула 532
Гармоническое колебательное движение 429
Гей-Люссака закон 230
Геометрические приложения определенного интеграла 148, 149
Гидравлический радиус 501
Гидростатический напор 498
Гидростатическое давление 497
Гиперболические функции 84, 85, 113
Гироскопический эффект 430
Горения процессы 257, 258
Городов СССР координаты 351, 352
Графостатики приемы для плоской системы сил 391
Гука закон 432
Гюльдена теоремы 399

Давление гидростатическое 497
— избыточное 498
— критическое 237, 238
— на площадку 499
— на цилиндрические поверхности 500
— , температура и осадки в некоторых городах СССР 353, 354
Даламбера принцип 416
Дарси, закон фильтрации 545
— формула 520
Движение системы поступательное 420
— — вращательное 420
— твердого тела плоское 413
— — — сложное 414
— точки гармоническое колебательное 429
— — прямолинейное 408
— — криволинейное 408
— — сложное 410
Десятины в гектары и обратно 35
Детерминанты 106, 107
Динамики общие положения 415
Динамическое испытание материалов 468
Дисперсии показатели оптических стекол 224, 225
Диференцирования векторов формулы 155
Диференцирования основные правила 133
— формулы 134, 135
Диэлектрическая постоянная 263
Допускаемая нагрузка при продольном изгибе 455
Допускаемое напряжение на изгиб 446
— — нормальное 433
— — на кручение 452
— — на сжатие 435, 436
— — на срез 451
Допускаемые напряжения для дерева на сжатие и смятие 436
Допускаемые и разрушающие напряжения для каменных материалов и кладок на сжатие 435
Дроби 90
Дробно-линейная функция 110
Дробные показатели 91

Дюймы в миллиметры 26—29
— квадратные в сантиметры квадратные и обратно 38

Единицы измерения в различных системах механических величин 178
Единичное давление для случая тяжелой покоящейся жидкости 498
Едкий натр 342
Едкое кали 341

Железа температуры накала 248
Жесткость воды 327
Живая сила 417
Живое сечение потока 501

Закон Архимеда 500
— Гука 432
— Паскаля 498
Замерзания температура 246
Запас устойчивости при продольном изгибе 455
Звезды самые яркие 347
Земля 344
Золотники в граммы и обратно 45

Избыточное давление 498
Изгибающий момент 443
Изгиб 437
— продольный 454
— механическое испытание на изгиб 467, 468
Импульс силы 418
Интегралов таблицы неопределенных 139, 146
— — определенных 146
Интегрирования основные правила 139
Испарения теплота 249
Испарительные способности топлива 258
Истечение через насадки 507
Источники света единицы силы 227

Кали едкое 341
Калория большая 239
— малая 239
Канализационных труб гидравлический расчет 538
Капиллярная постоянная 228
Капиллярные постоянные расплавленных металлов 228
Касательное напряжение 448
Квадраты, квадратные корни 49—73
Квадратные уравнения 92
Килограммы в английские фунты и обратно 46
Километры в версты и сажени 25
Кинематический коэфициент вязкости 497
Кипения температура 247, 248
— точки металлов 247
Клапаны 525
Клапейрона уравнение 231
— — трех опорных моментов 449
Ковкость 260, 261
Количество движения 418
Кольцо круговое 101
Константы основные 205—208
Конус 105
Кориолиса ускорение 411
Корни и степени 90
Коэфициент внутреннего трения жидкости 496
— линейного расширения 232, 233
— объемного расширения 234
— уменьшения при продольном изгибе 456
Криволинейное движение 408
Кривые подпора 542
— спада 543
Кривых разбивка на местности 380
Критическая нагрузка при продольном изгибе 454
Критическое давление 237, 238
Критические температуры 237, 238
Круг 101
Кругов площади 101

Кручение, механическое испытание на кручение 467
Кубы, кубические корни 49—73
Куттера формула 536

Линейная функция 109
Линейное расширение твердых тел 233
Линейные уравнения 107
Линия тока 501
Логарифмическая шкала 164
Логарифмы 93, 94
— десятичные 49—73
— натуральные 86—89
Луна 345
Лянга формула 520

Магнитные свойства тел 83
Маклорена ряд 138
Макроструктура металлов 491
Максимумы и минимумы 136, 137
Маннинга формула 518
Маятник 424
Метацентр 500
Микроструктуры металлов методы определения 483
Мнимые величины 91
Многогранники правильные 104
Многогранников объемы 104
Многоугольники правильные 100, 102
Модуль расхода 523
— упругости при растяжении или сжатии 434
Момент инерции поперечного сечения 437
Моменты инерции и моменты сопротивления для различных форм поперечного сечения 438—442
— инерции некоторых тел 422, 423
Момент статической силы 288
Мощность 417

Нагрузка, допускаемая при продольном изгибе 455
— критическая при продольном изгибе 454
Накала железа температуры 248
Напор гидростатический 498
Напряжение касательное 448
— нормальное допускаемое 433
Напряжения, допускаемые на изгиб 446
— — для дерева на сжатие и смятие 436
— — на сжатие в машиностроении 435
— допускаемые и разрушающие для каменных материалов и владок 435
Насадки Борда 507
— Вентури 507
— конические 507
— для пожарных рукавов 509
Насосы 545
— центробежные 549
Натр едкий (таблицы) 342
Натуральные логарифмы чисел от 0 до 1000 86—89
Неопределенных интегралов таблица 139—146
Неорганических соединений свойства 272—299
Неразрезные балки 449
Нефтепродуктов удельные веса 495
Неявной функции производная 135
Номограмма
— L
Номограммы из выравненных точек 163
— на параллельных шкалах 165
— сетчатые 171
— с криволинейной шкалой 169
Ньютона способ приближенного решения уравнений 109

Обратные гиперболические функции 114
Обратные значения для чисел от 1 до 1000 49—73

Объемное расширение жидкостей 234
Объемные веса твердых тел 214—219
Окружность 101, 102
Определенные интегралы (таблица) 146
— — приближенное вычисление 147
— — геометрические приложения 148, 149
Определители 106, 107
Органических соединений свойства 300—319
Осадки в некоторых городах СССР 353, 354
Освещенности единицы 227
Отрицательные показатели 91
Относительное удлинение 432
Охладительные смеси 243, 244 331, 332

Параллелограм 100
Параллельные силы 387
Пара сил и момент пары 388
Паскаля закон 498
Пермутиты 329
Периодическая система элементов 265
Периметр смоченный 501
Пирамида 104
Питьевая вода 328
Плавания ось 500
Плавления температура 245, 246
— теплота 248
Планет больших элементы 346
Плоской системы сил условия равновесия 389
Показатели дробные и отрицательные 91
Показательная функция 112
Потенциал (в механике) 418
Поток 501
Правильные многогранники 104
Преломления показатели веществ 224, 225
— — оптических стекол 224, 225
Приближенные вычисления определенных интегралов 147
— решения уравнений (способ Ньютона) 109
Приведенная высота давления 498
Призма 103
Прогрессии 92, 93
Продольный изгиб 454
Проективная шкала 164
Производные векторной функции 154
— неявной функции 135
— высших порядков 135
— элементарных функций 134
Пропорции 91
Пропорциональность обратная 110
Пространственной системы сил условия равновесия 390
Прямолинейное движение 408
Пуассона формула измерения высоты 222
Пуды в килограммы и обратно 43
Пятые степени чисел 74
Пьезометрическая высота 498

Работа 417
Равновесия условия плоской системы сил 389
Разрушающее напряжение 434
Растворимость некоторых газов 331
— — солей 330
Растворы газов в воде 249
Раструбные трубы 528, 529
Растяжение 432
Растяжение, механическое испытание на растяжение, машины для испытания на растяжение 461
Расход жидкости 501
Расхода модуль 523
Расхода коэфициент для воды 503
Расход топлива часовой 258
Расчетные уравнения при кручении 453

Расширения линейного и объемного коэфициенты 232—234
Реакции металлов (катионов) 320—323
— кислот (анионов) 323
— сухим путем 324, 325
Рейнольдса число 517
Рихмана правило температуры смесей 243

Сажени, аршины, вершки в метрические меры 32
— квадратные в метры квадратные и обратно 36
— кубические в метры кубические и обратно 39
Сдвиг (механическое испытание) 467
Серная кислота 333—337
Сечение живое потока 501
Сжатие (механическое испытание) 465
Сегмента круга элементы 103
Сегмент шаровой 105
Сектор 103
— шаровой 106
Силы сходящиеся 385
— параллельные 387
Система механических величин 177
Скобея формула 521
Скорость 407
Скоростей таблица движения 210
Сложное сопротивление 459
Слой шаровой 105
Смоченный периметр 501
Соединения 94
Солнце 345
Соляная кислота 338
Сопротивление изгибу 437
— срезыванию 450
— скручиванию 452
Степени и корни 90
Степенные функции 111
Стефана-Больцмана закон 210
Струйка элементарная 501
Сферический прямоугольный треугольник, формулы Непера 99
Сферического косоугольного треугольника формулы 98
Съемка угломерная 373
— угломерчертательная 378

Твердости материалов испытание 470
Твердость относительная 261
Твердых тел объемные веса 214—219
Тейлора ряд 137
Текучесть 260
Тела вращения 105
Температура в некоторых городах СССР 353, 354
Температурного расширения коэфициент для воды 496
Температурные постоянные 248
Температуры критические 237, 238
Теплоемкость 240
Теплопередачи коэфициенты 253
Теплопроводности коэфициент 251
Теплопроизводительность топлива 258—259
Теплота испарения 249
Теплотворная способность различных веществ 259
Теплоты плавления 248
Термометры формулы пересчета 223
— сравнительная таблица 224
Термоэлектродвижущие силы 262
Технологические пробы 480
Толкмитта таблицы для кривых подпора 544
— — — — спада 544
Тонны в пуды 44
Трапеция 100
Трение внутреннее 229
Трение скользящее 400—404
— качения 404, 405
— верчения 405, 406
Треугольник 99
Треугольников формулы решения 97
Трех моментов уравнение 449

36 Зак. 3665. С. Н. Ванков.

Тригонометрии основные формулы 96, 97
Тригонометрическое решение треугольников 97
Тригонометрические функции 78—83, 115, 116
Тригонометрические натуральные функции 78—83
Трубы раструбные 528, 529
— фланцевые 530, 531
Тумана число дней 355
Турбины 552
Тягучесть 260
Тяжести ускорение 384

Увеличение, даваемое оптическими приборами 226
Угломерные инструменты 358
Углы в радианах 75
Угол закручивания 453, 454
Удельная газовая постоянная 231
— теплота 240
— — воды 240
— — твердых и жидких тел 241
Удельные веса газов 211
— — жидкостей 211
— — нефтепродуктов 495
Удар 425
Ударной нагрузкой испытание материалов 468
Удлинение абсолютное 432
— относительное 432
Уменьшения коэфициент 456
Умножения сокращенного формулы 90
Универсальная газовая постоянная 231
Упругость пара ртути, насыщающего пространство 232
— паров металлов 239
Уравнение Бернулли 502
— ван-дер-Ваальса 231
— Клапейрона 231
— — трех опорных моментов 449
— расхода для потока 502
— состояния газа 231
Уравнения времени (таблица) 850
Уравнения 92
— 1-й степени 107, 108
— 3-й степени 108
— расчетные при кручении 453
Усадка линейная металлов 234
Ускорение 408
— силы тяжести 384
Условия равновесия плоской системы сил 389
— пространственной системы сил 390
Устойчивости запас при продольном изгибе 458

Физические величины основные 179—203
Фильтрации закон Дарси 544
Фламана формула 521
Фланцевые трубы 530, 531
Футы в метры 30
Футы квадратные в метры квадратные и обратно 37
Футы кубические в метры кубические и обратно 41

Хрупкость 260

Центра давления координаты 500
— тяжести определение 396
Центробежные насосы 549
Цилиндр 105

Четвертые степени чисел 74
Число Рейнольдса 517

Шар 105
Шаровой сектор 106
Шаровой сегмент 105
— слой 105
Шези формула 518

Эйлера формула для критической нагрузки при продольном изгибе 454
Экеры 358
Элементарная струйка 501
Элементарных функций производные 134
Элементов важнейшие свойства 266—271
Элементы больших планет 346
Энергии единиц соотношения 204

Ярды в метры 31

Редакция *Г. А. Вольперта*. Оформление *Н. Я. Костиной*.
Наблюдал за выпуском *В. Т. Тимофеев*.
Сдано в производ. 1/VII 1936 г. Подписано в печать 23/IX 1936 г.
Бум. л. $8^{7}/_{8}$. У.-а. л. 42,2. Формат $82 \times 110^{1}/_{64}$.
Тип. знак. в бум. л. 44 160. Ред. общетехн. лит. № 46.
Уполном. Главлита № В-47432. Тираж 25 000. Заказ № 3665.

2-я тип. ОНТИ им. Евг. Соколовой. Ленинград, пр. Кр. Команд., 29.

562